中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

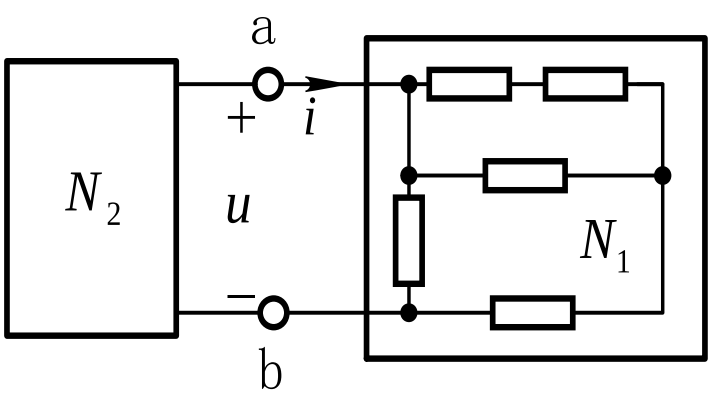
第2章 线性直流电路

本章目录

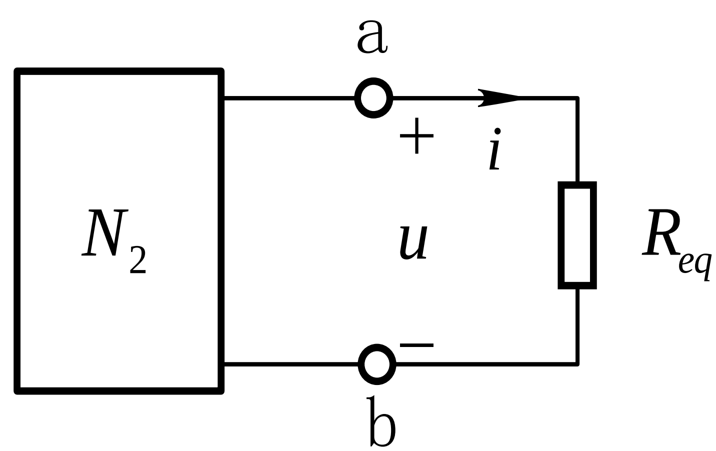
§ 2.1 电阻的串联与并联

一、等效变换

等效是指被化简的电阻网络N_1与等效电阻具有相同的 u-i 关系(即端口方程)，从而用等效电阻 R_{eq} 代替电阻网络N_1之后，不改变其余部分的电压和电流。



等效的概念



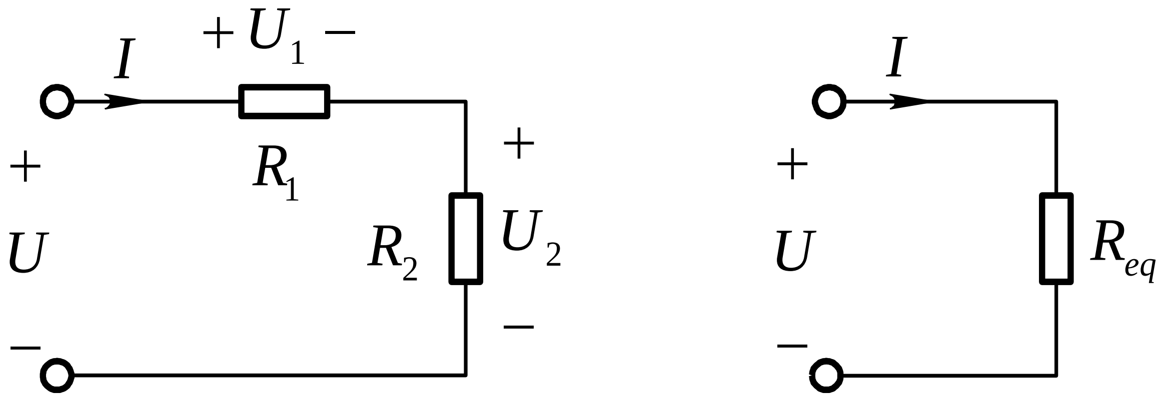
等效的概念

§ 2.1 电阻的串联与并联

二、电阻的串联

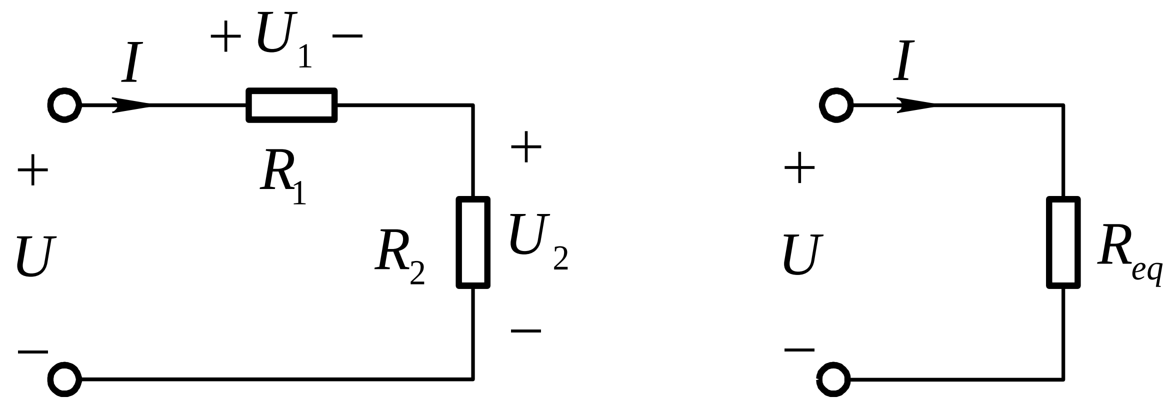
1 电路特点：

- 各电阻依次连接，流过同一电流
- 总电压等于各串联电阻的电压之和



电阻的串联等效

2 等效电阻



电阻的串联等效

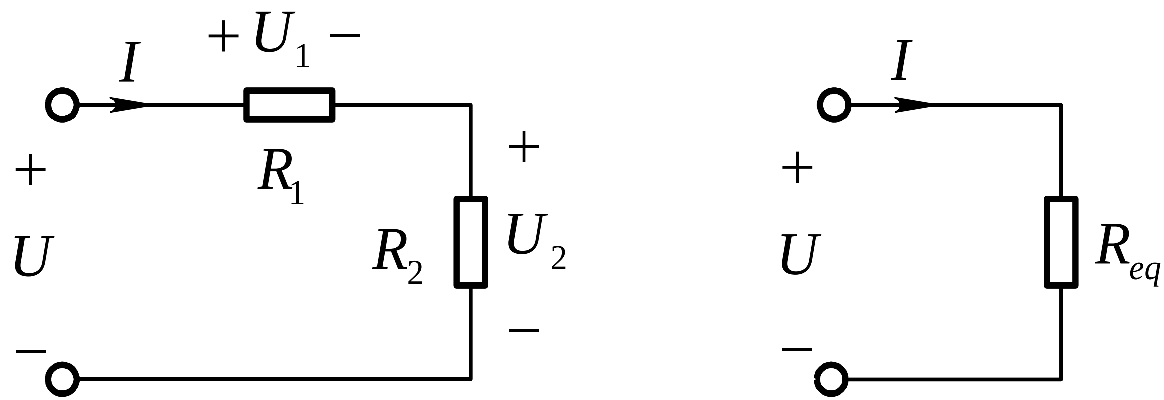
$$U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I \qquad U = R_{eq} I$$

$$\Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

***N*个电阻串联推广：** $R_{eq} = \sum_{k=1}^{N} R_k$

§ 2.1 电阻的串联与并联

3 分压公式



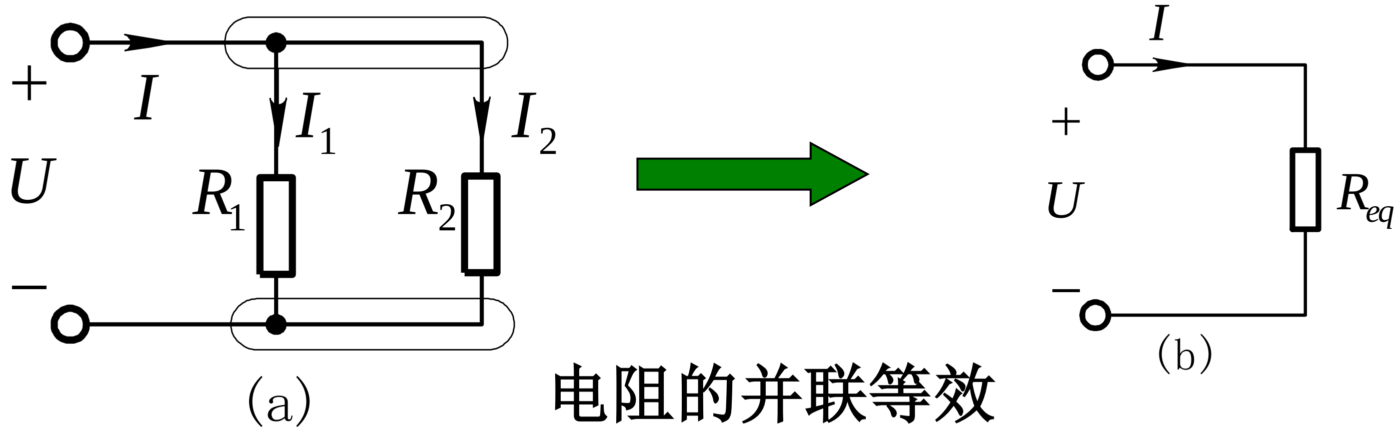
电阻的串联等效

$$U_1 = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \qquad U_2 = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

三、 电阻的并联

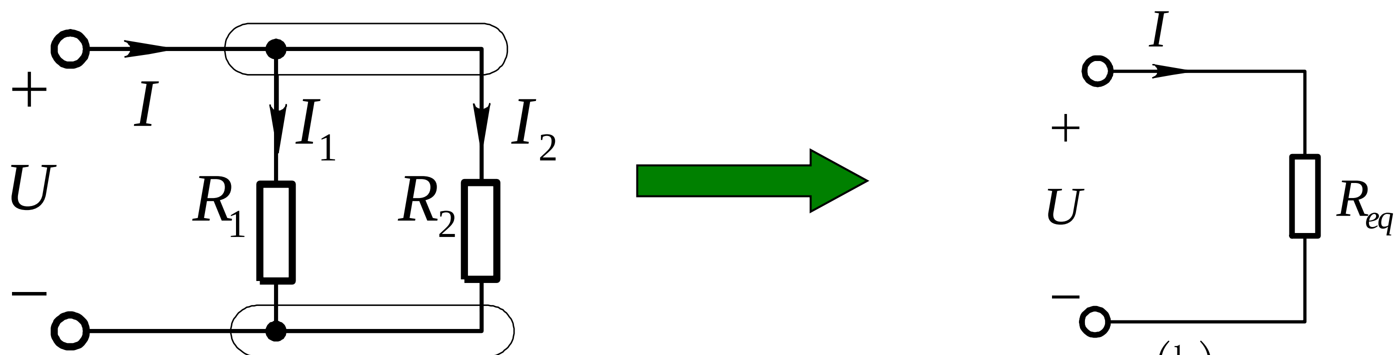
1 电路特点：

- 各电阻接到同一对节点之间，承受相同电压
- 总电流等于各并联电阻的电流之和



电阻的并联等效

2 等效电阻



(a) (b)

电阻的并联等效

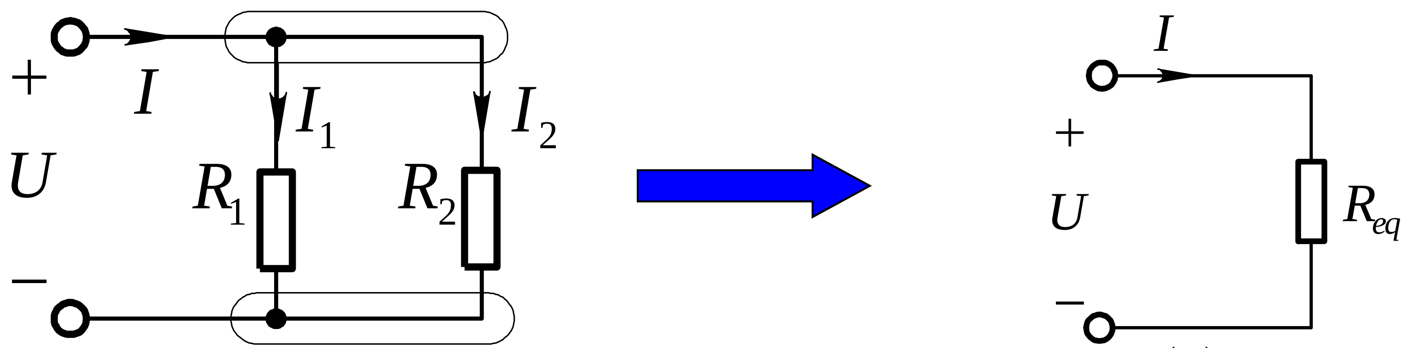
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = (G_1 + G_2)U \qquad I = G_{eq}U$$

$$\Rightarrow G_{eq} = G_1 + G_2 \qquad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

***N*个电阻并联推广：** $G_{eq} = \sum_{k=1}^{N} G_k$

§ 2.1 电阻的串联与并联

3 分流公式



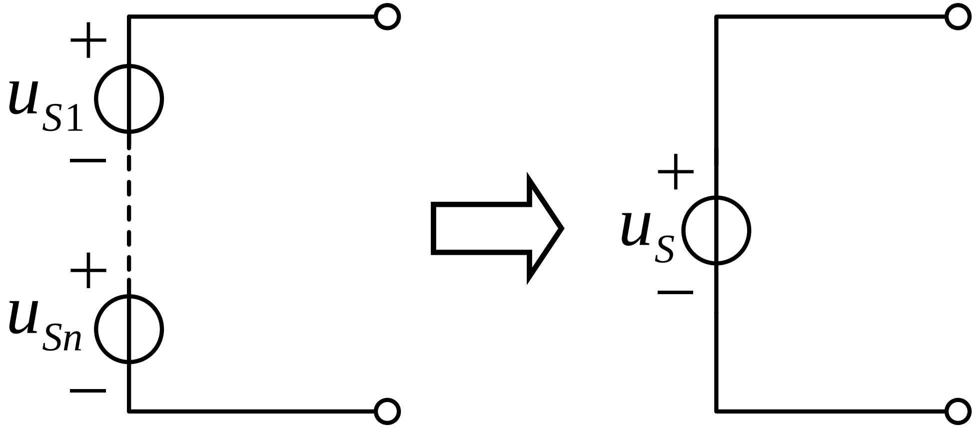
(a) 电阻的并联等效 (b)

$$I_1 = G_1 U = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = G_2 U = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

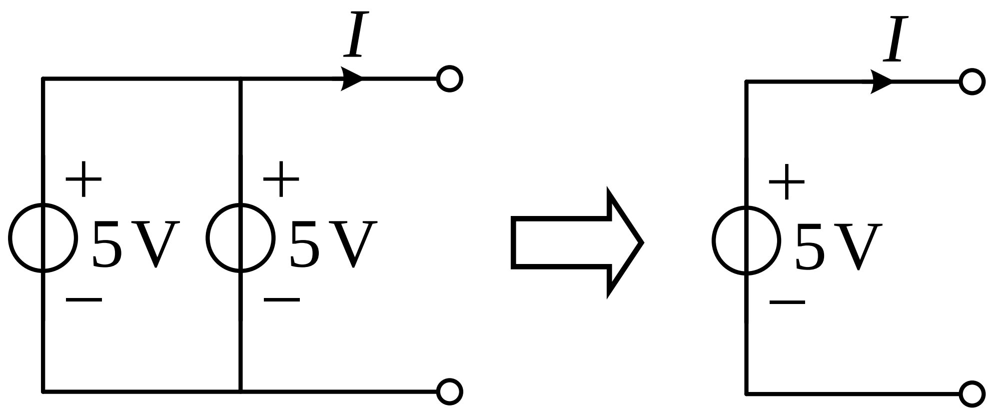
1 理想电压源的串联



$$u_S=u_{S1}+u_{S2}+\dots+u_{Sn}$$
$$=\sum u_{Sk}$$

(注意参考方向)

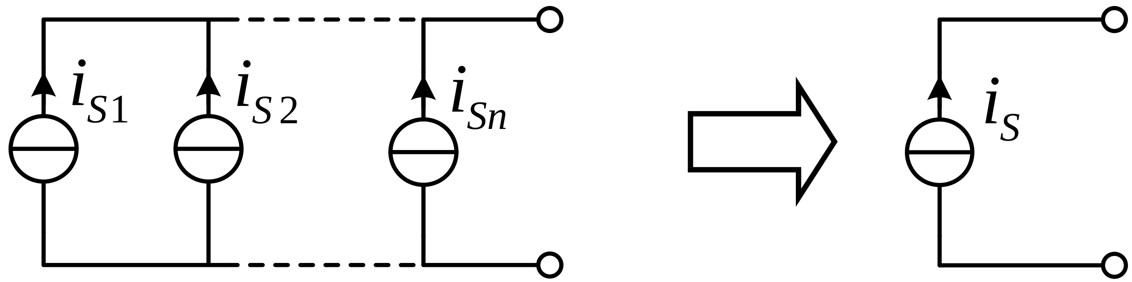
2 理想电压源的并联



电压相同的电压源才能作极性一致的并联。

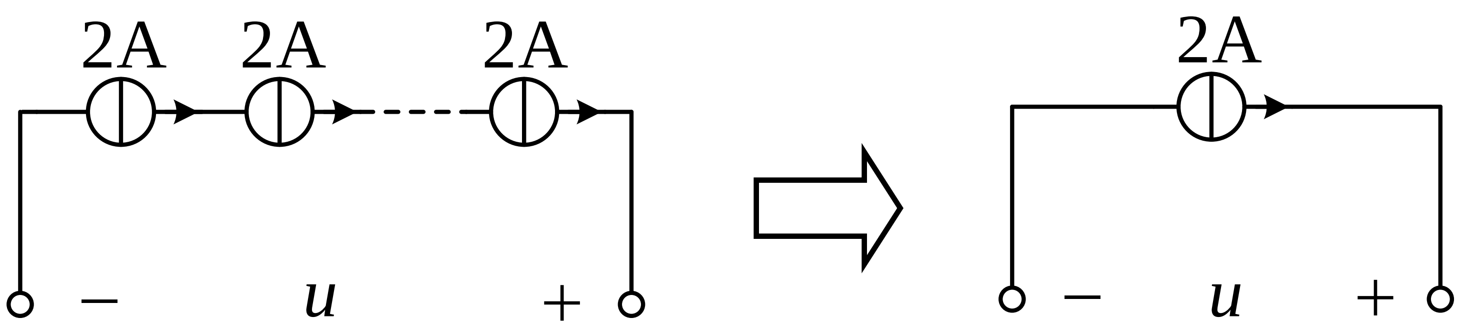
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

3 理想电流源的并联



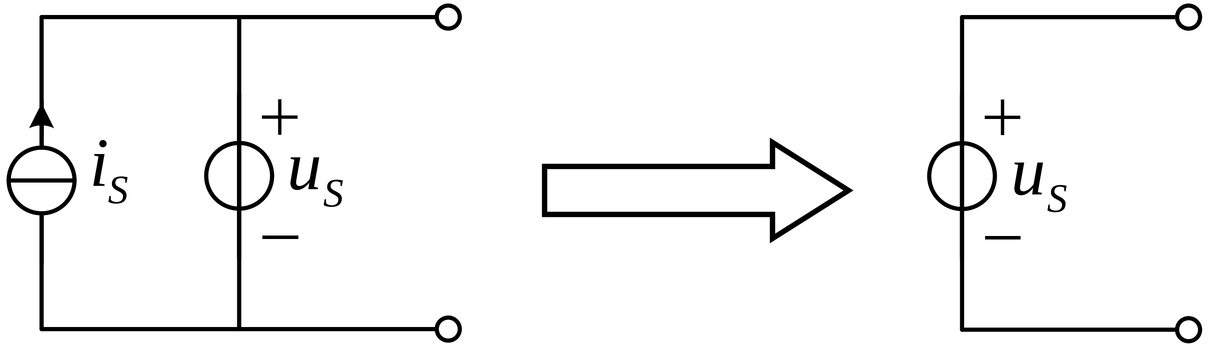
$i_S = i_{S1} + i_{S2} + \ldots + i_{Sn} = \sum i_{Sk}$ （注意参考方向）

4 理想电流源的串联

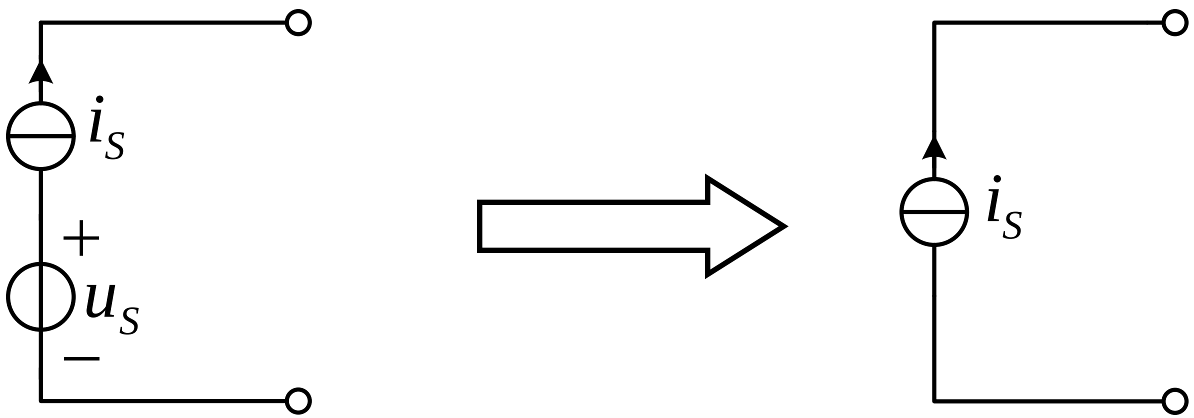


电流相同的电流源才能作方向一致的串联。

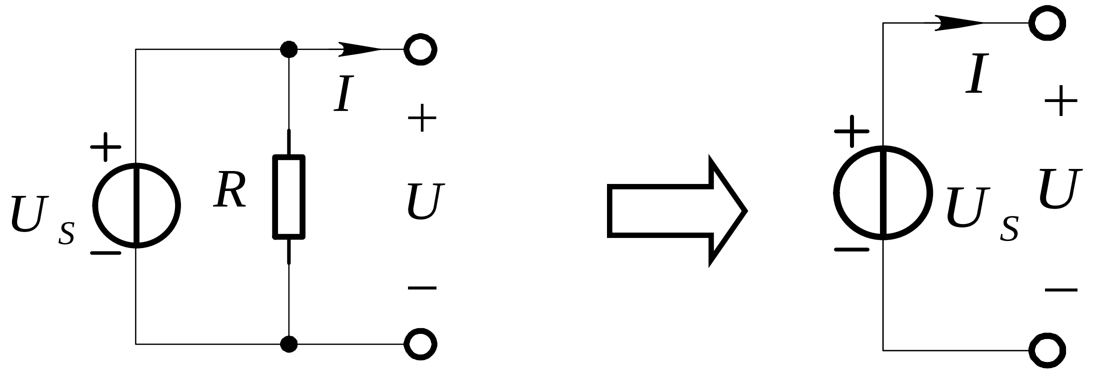
5 理想电压源和理想电流源的并联



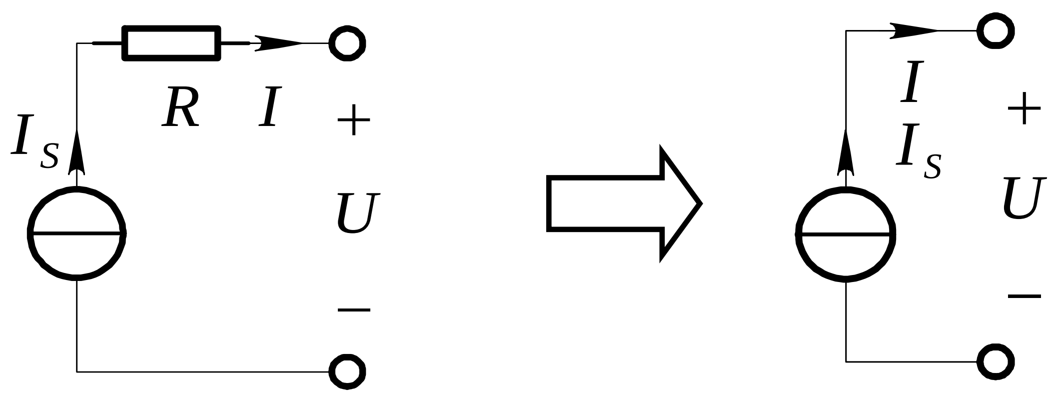
6 理想电压源和理想电流源的串联



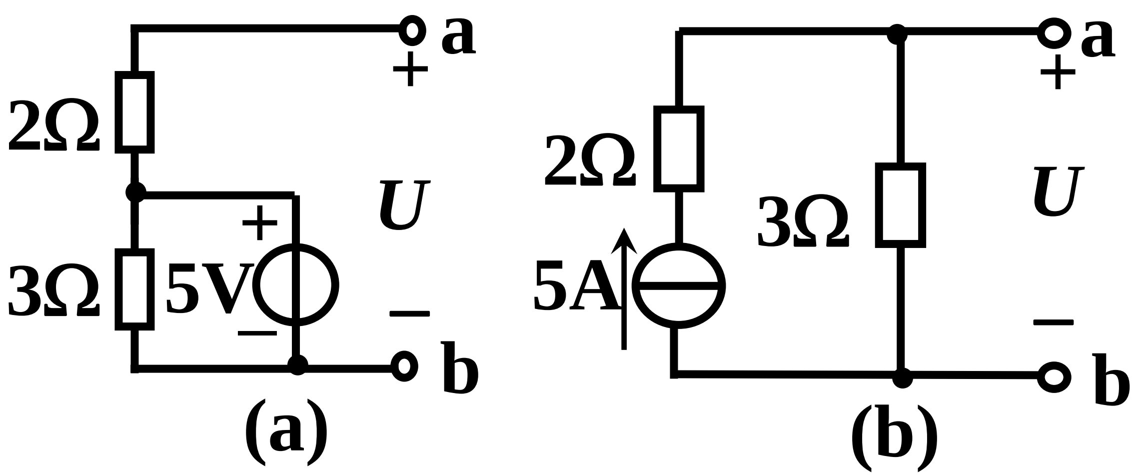
7 电压源并联电阻



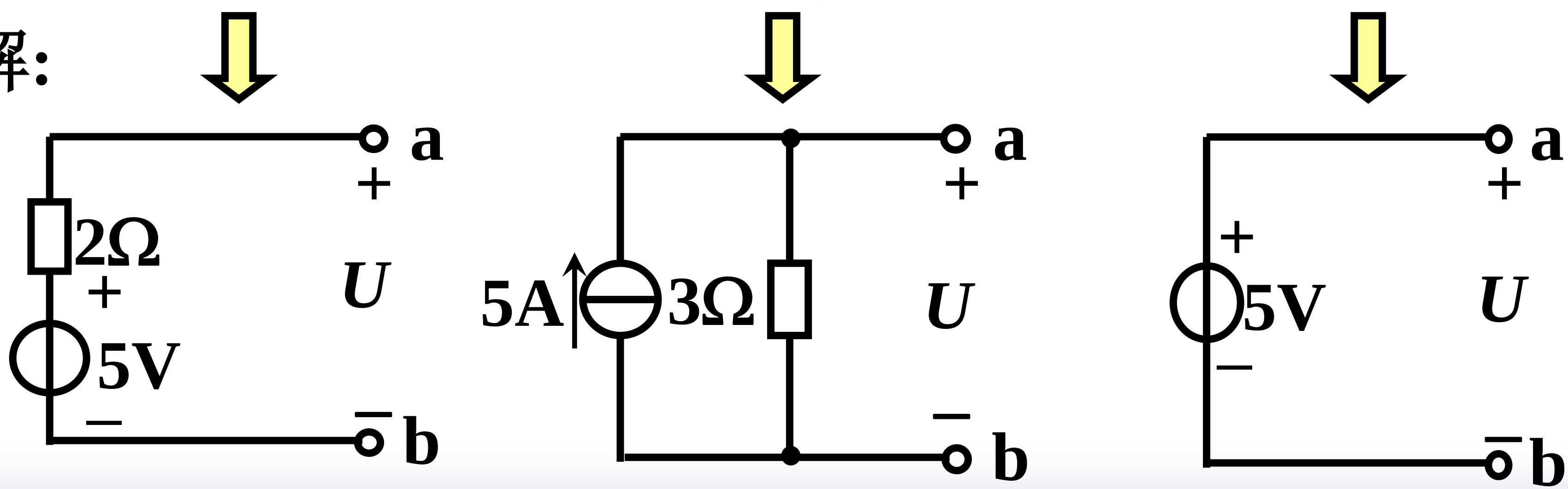
8 电流源串联电阻



例：用等效变换化简电路。



解:



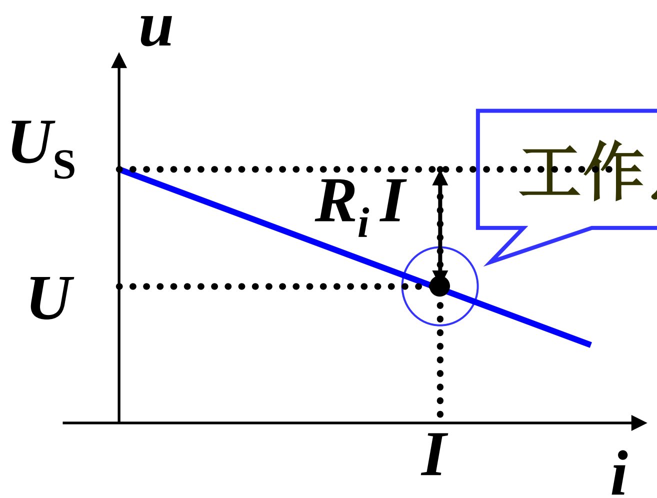
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

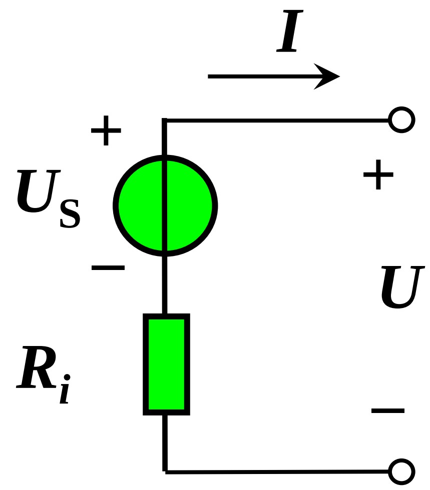
9 实际电源的两种模型

(1) 实际电压源

实际电压源，当它向外电路提供电流时，它的端口电压会随端口电流的增加而减小。

其外特性曲线如下：





$U = U_S - R_i I$

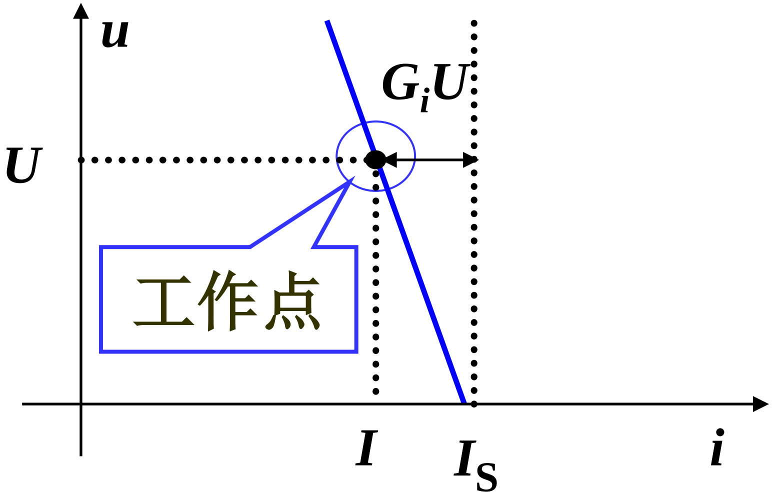
戴维南电路

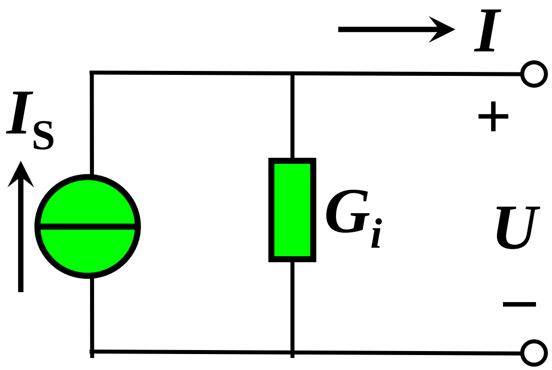
一个实际电压源，可用一个理想电压源U_S与一个电阻R_i串联的支路模型来表征其特性。

(2) 实际电流源

实际电流源，当它向外电路供给电流时，并不是全部流出，其中一部分将在内部流动，随着端电压的增加，输出电流减小。

其外特性曲线如下：



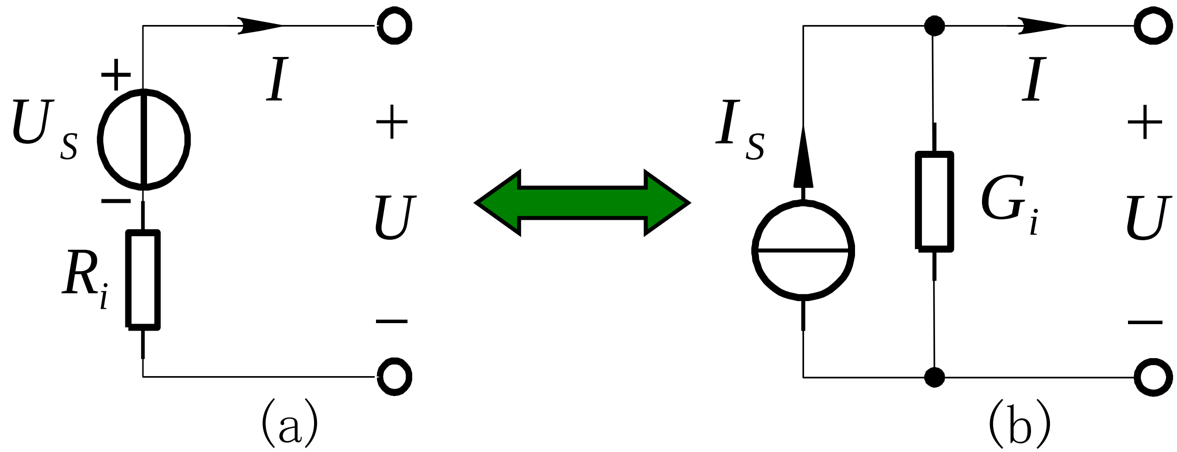


$$I=I_S-G_i\,U$$

诺顿电路

一个实际电流源，可用一个电流为I_S的理想电流源和一个内电导 G_i并联的模型来表征其特性。

10 戴维南电路与诺顿电路



戴维南电路　　　　诺顿电路

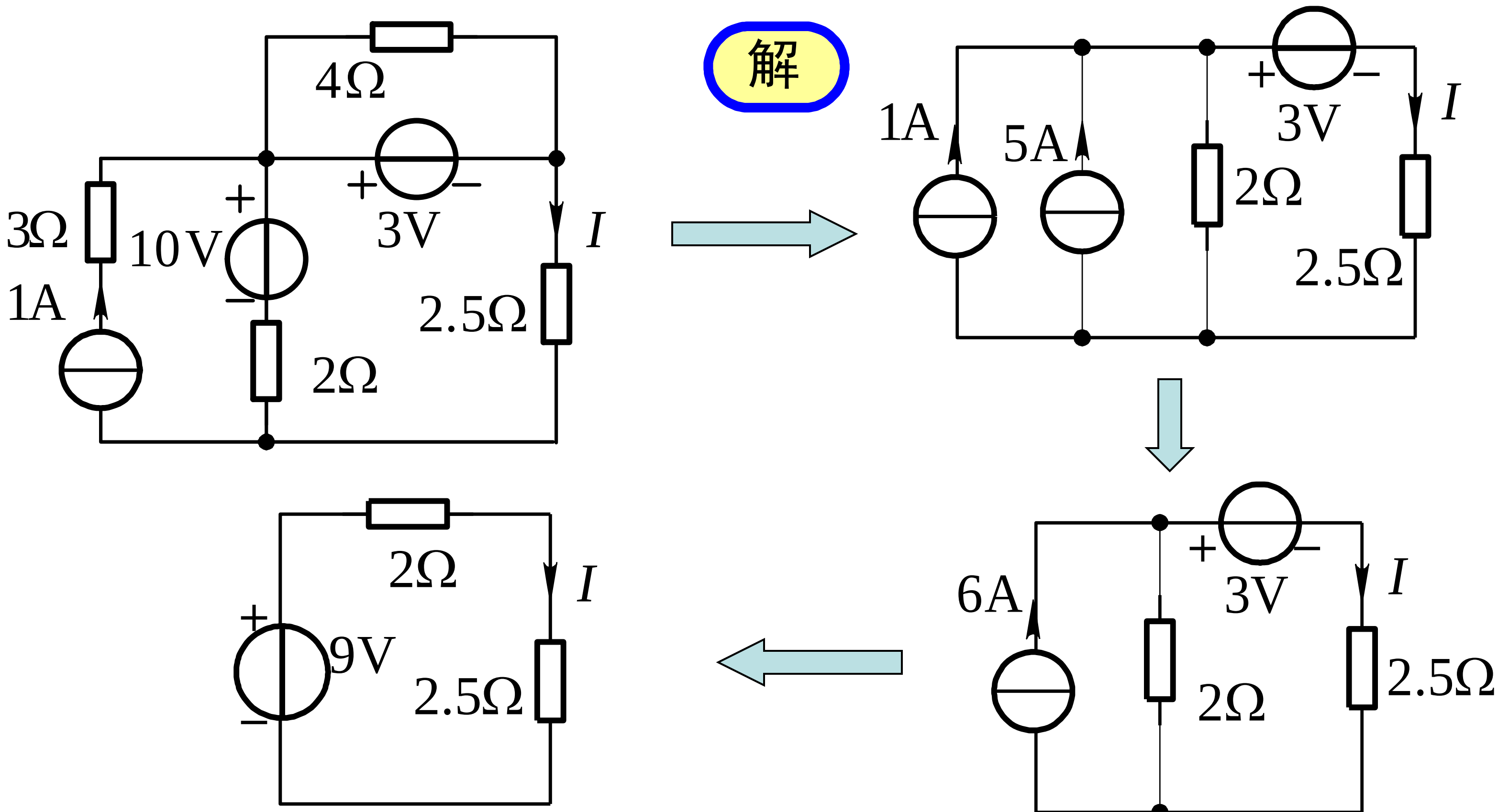
$$U = U_S - R_i I \qquad I = I_S - G_i U$$

$$\because I = \frac{U_S}{R_i} - \frac{U}{R_i} \qquad \therefore I_S = \frac{U_S}{R_i}, G_i = \frac{1}{R_i}$$

$$\because U = \frac{I_S}{G_i} - \frac{I}{G_i} \qquad \therefore U_S = \frac{I_S}{G_i} = R_i I_S, R_i = \frac{1}{G_i}$$

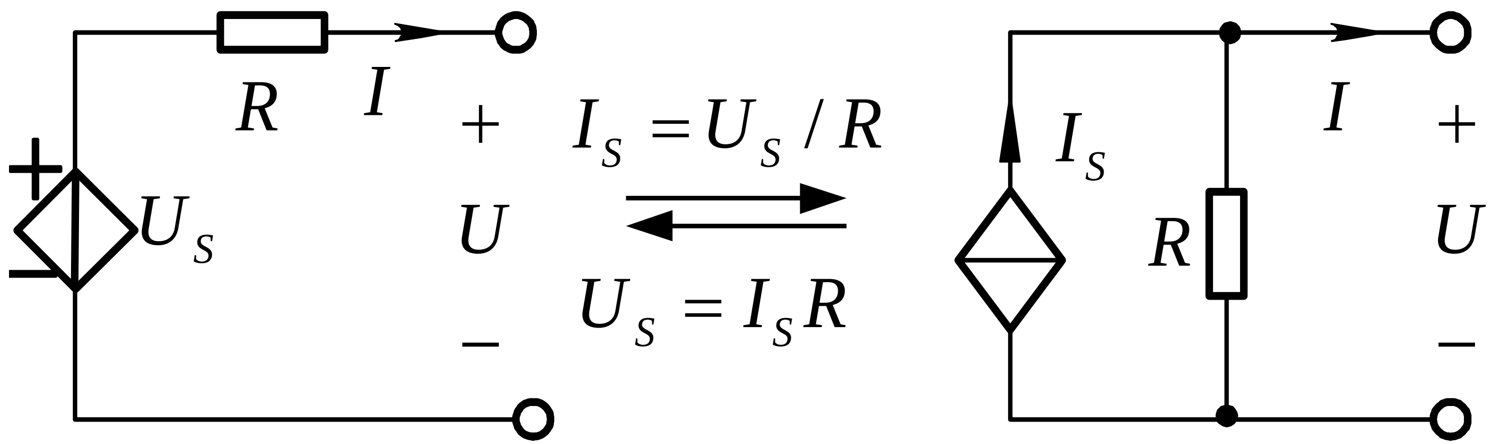
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

例2.2 用等效变换求图示电路中电流*I*。



$$I=\frac{9\text{V}}{2\Omega+2.5\Omega}=2\text{A}$$

11 含受控源支路的等效

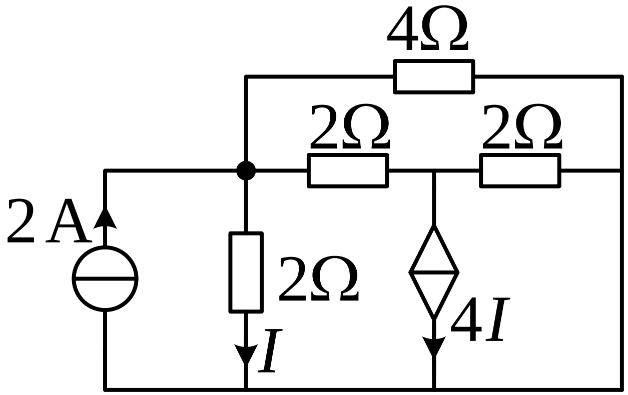


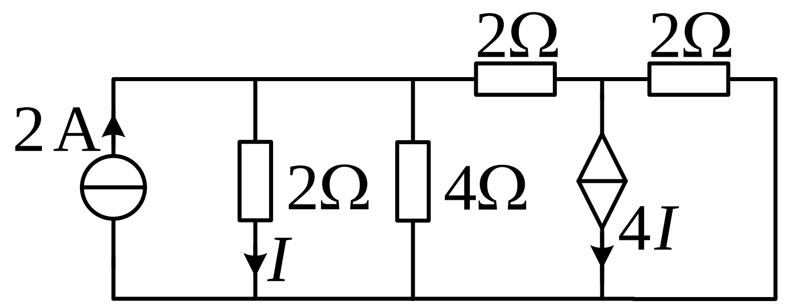
含受控源电路的等效变换

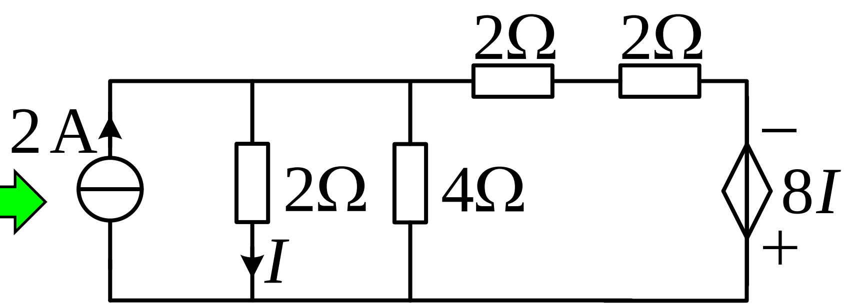
含受控源支路变换方法与含独立源的情况相似。但在使用这种变换时注意不要使控制量消失。

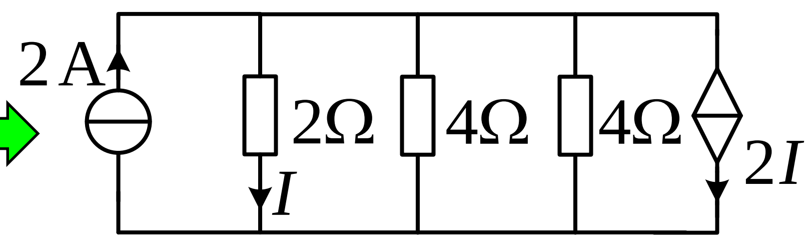
§ 2.2 电源和电阻的串联与并联

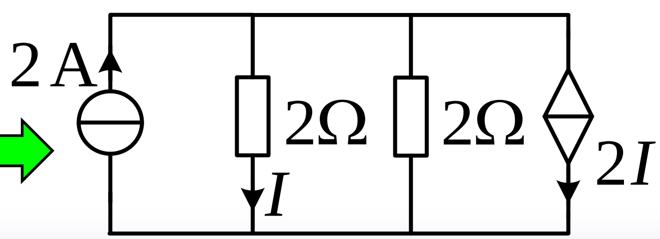
例：电路如图所示，求电流 I 。









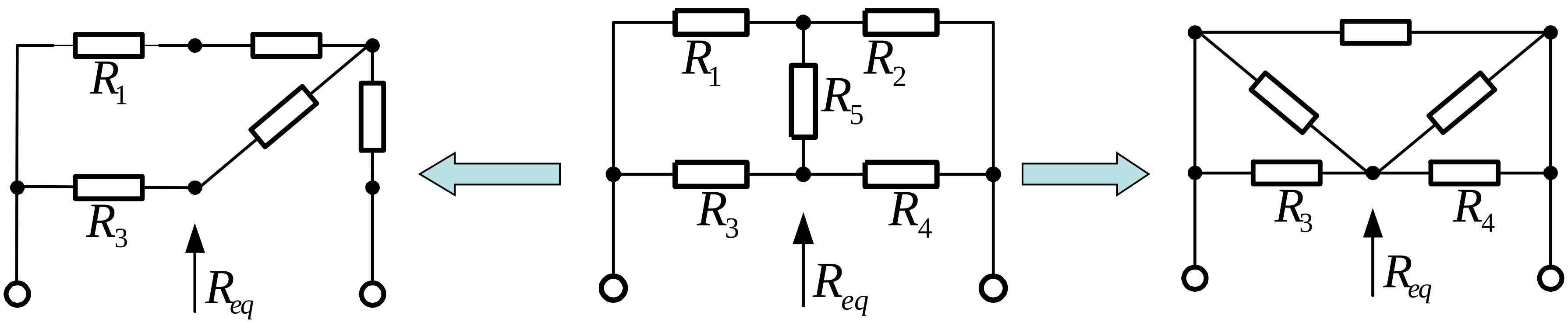


$$4I = 2\text{A}$$

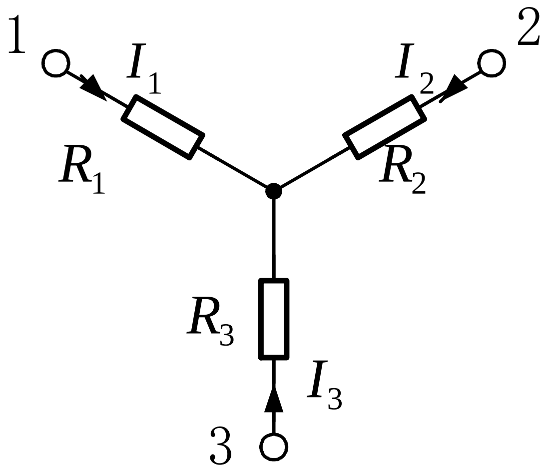
$$\therefore I = 0.5\text{A}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

电桥电路的分析

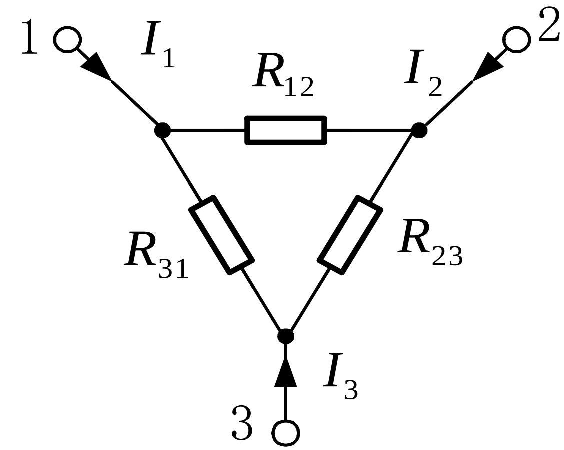


电桥电路等效电阻的计算



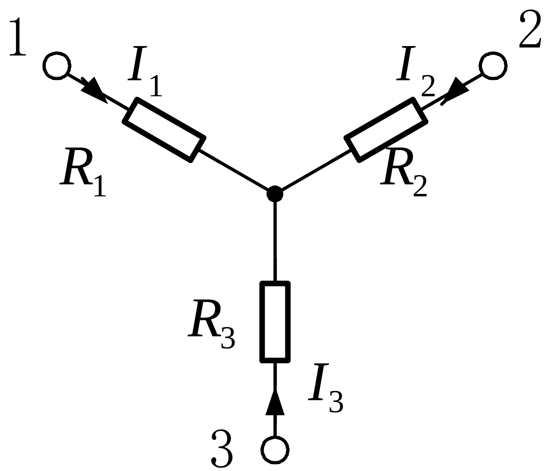
星形(T形)联接

可相互等效，
进行某些电路
的化简



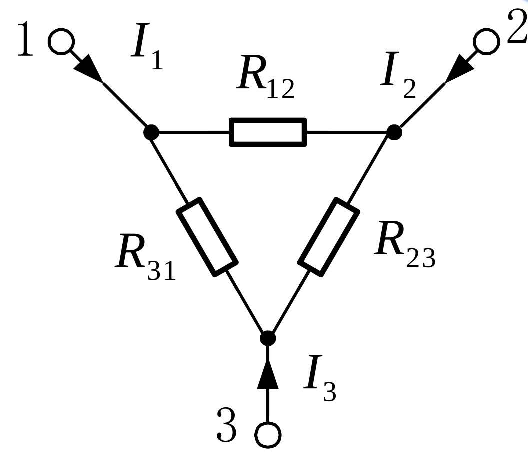
三角形(Δ形)联接

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结



星形(T形)联接

可相互等效，
进行某些电路
的化简



三角形(Δ形)联接

若这两个三端网络是等效的，
从这两个三端网络任意两端子
看进去的等效电阻相等

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\[2ex] R_2 + R_3 = \dfrac{R_{23}(R_{31}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\[2ex] R_3 + R_1 = \dfrac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 + R_3 = \dfrac{R_{23}(R_{31}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 + R_1 = \dfrac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

三式相加除以 2：

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{R_{12}R_{23}+R_{23}R_{31}+R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

解得：

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

公式（2.26)

Δ形—Y形

由：
$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

求得：
$$\frac{R_1R_2}{R_3} = \frac{R_{12}^2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

而：
$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = \frac{R_{12}(R_{23}+R_{31}) + R_{12}^2 - R_{12}^2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$= R_{12} - \frac{R_{12}^2}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = R_{12} - \frac{R_1R_2}{R_3}$$

所以：
$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$$

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

解得：

$$\begin{cases} R_{12} = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} = R_3 + R_1 + \dfrac{R_3 R_1}{R_2} \end{cases}$$

公式（2.25)

Y形—Δ形

§ 2.3 电阻的星形与三角形联结

•二者之间的等效公式

Y形—Δ形

$$\left.\begin{aligned}
R_{12} &= \frac{1}{G_{12}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_1G_2} \\
R_{23} &= \frac{1}{G_{23}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_2G_3} \\
R_{31} &= \frac{1}{G_{31}} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_3G_1}
\end{aligned}\right\}$$

Δ形—Y形

$$\left.\begin{aligned}
R_1 &= \frac{G_{23}}{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}} = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\
R_2 &= \frac{G_{31}}{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}} = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\
R_3 &= \frac{G_{12}}{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}} = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}
\end{aligned}\right\}$$

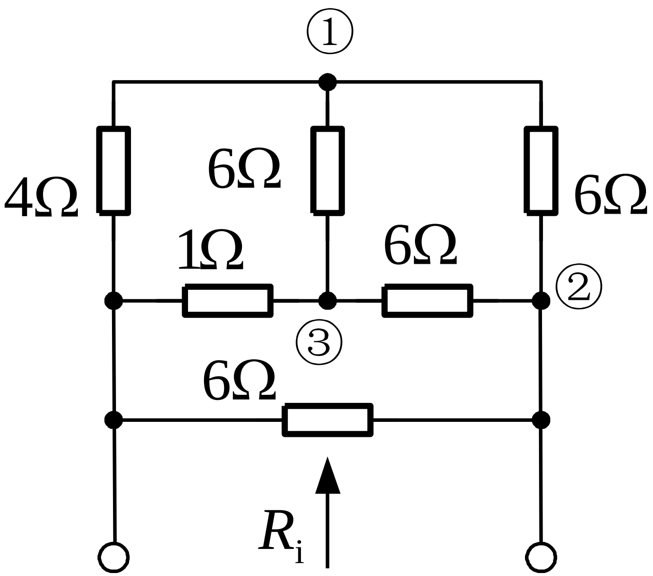
三个相等的电阻接成Y形或Δ形时的等效变换

若：$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$

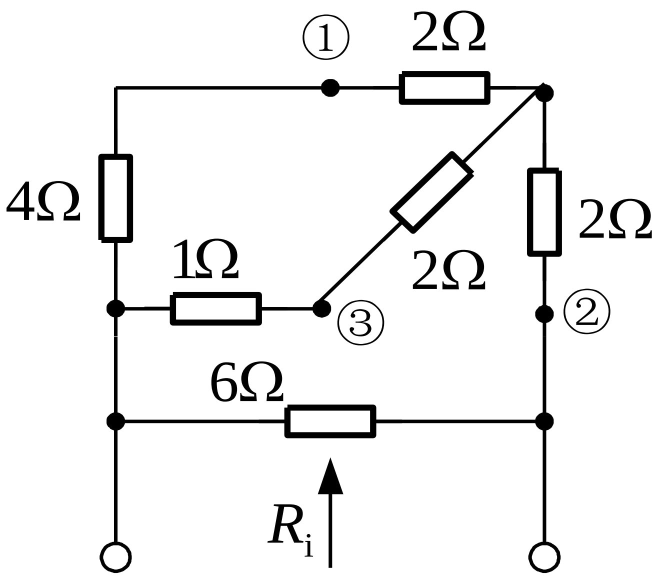
$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta$$

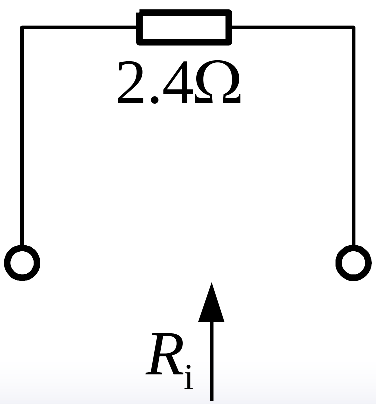
$$\Rightarrow \quad R_\Delta = 3R_Y, \quad R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$$

例2.3 求图示电路的等效电阻R_i



解 将节点①、②、③之间的对称Δ形联接电阻化为等效对称的Y形联接。





用串并联化简等效后的电路求出等效电阻

$$R_i = 6\Omega \parallel [(4\Omega + 2\Omega) \parallel (1\Omega + 2\Omega) + 2\Omega] = 2.4\Omega$$

§ 2.4 支路电流法

1 支路电流法:

以支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

设给定的线性直流电路具有b条支路、n个节点，那么支路电流法就是以b个未知的支路电流作为待求量，对n-1个节点列出独立的KCL方程，再对b-(n-1)个回路列出独立的KVL方程，这b个方程联立便可解得b个支路电流。

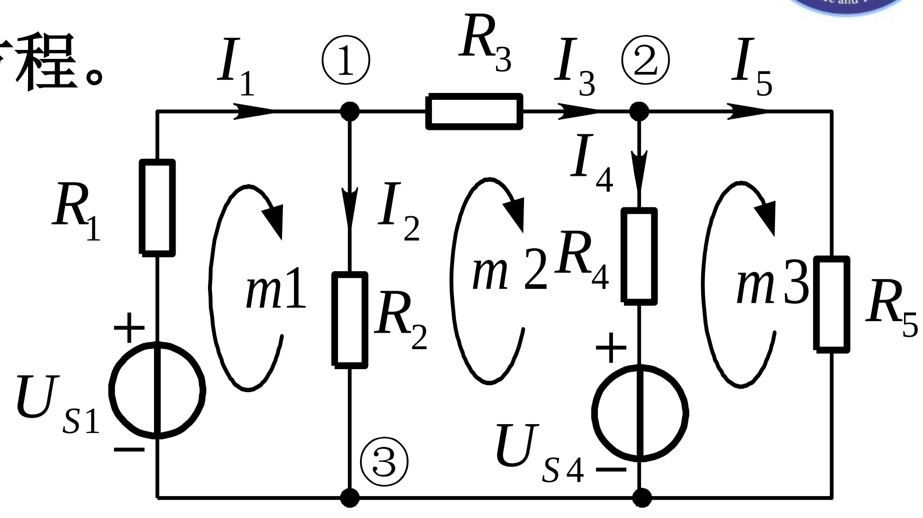
2 独立回路的选取

(1) 对平面电路，$b-(n-1)$个网孔即是一组独立回路。

(2) 每增选一个回路使这个回路至少具有一条新支路。

§ 2.4 支路电流法

例2.4 列出图示电路的支路电流方程。



解

对**n-1**个节点列**KCL**方程：

节点①： $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

节点②： $-I_3 + I_4 + I_5 = 0$

对网孔列**KVL**方程，其中电阻电压用支路电流来表示：

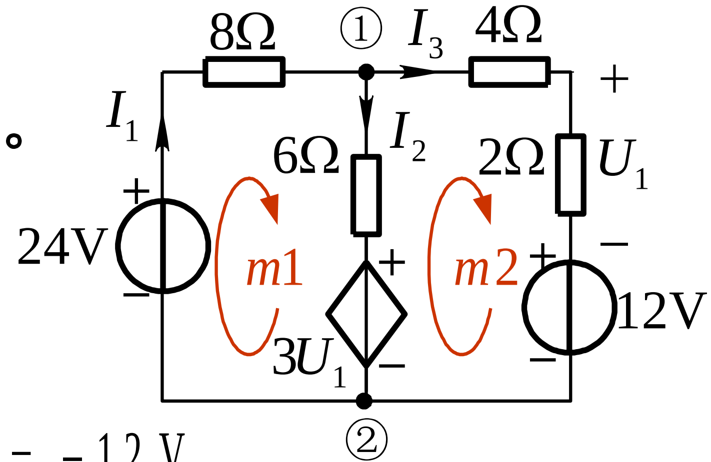
网孔***m*1**： $R_1 I_1 + R_2 I_2 = U_{S1}$

网孔***m*2**： $-R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 = -U_{S4}$

网孔***m*3**： $-R_4 I_4 + R_5 I_5 = U_{S4}$

§ 2.4 支路电流法

3 含受控源支路的分析



例2.5 用支路电流法求图中电流I_1，I_2，I_3。

解

节点①：$-I_1+I_2+I_3=0$

网孔$m1$：$8\Omega\times I_1+6\Omega\times I_2+3U_1=24\text{V}$

网孔$m2$：$-6\Omega\times I_2+(4+2)\Omega\times I_3-3U_1=-12\text{V}$

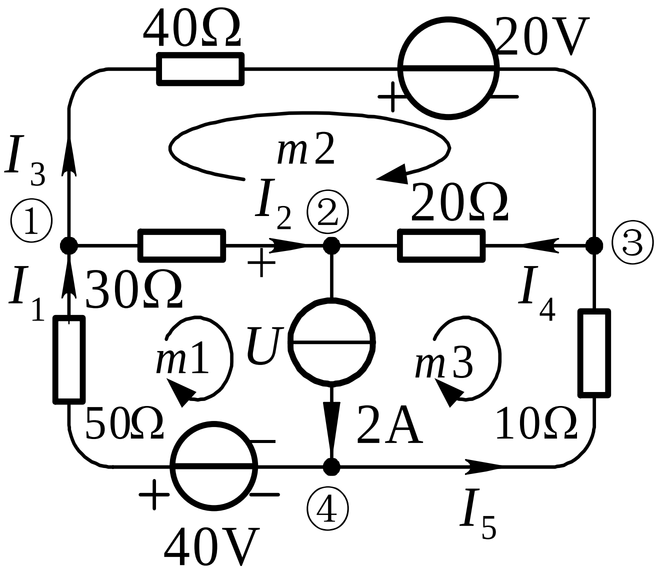
补充方程：$U_1=2\Omega\times I_3$

解得 $I_1=\dfrac{12}{7}\text{A},I_2=2\text{A},I_3=-\dfrac{2}{7}\text{A}$

含受控源的处理：

- 把受控源看成独立源列写方程；
- 补充用支路电流表示受控源控制量的方程。

4 含电流源支路的分析



例2.6 列写图示含电流源电路的支路电流方程。

解 列KCL方程:

节点①: $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$

节点②: $I_2 + I_4 = 2A$

节点③: $-I_3 + I_4 - I_5 = 0$

列KVL方程: 网孔$m1$: $50\Omega \times I_1 + 30\Omega \times I_2 + U = 40V$

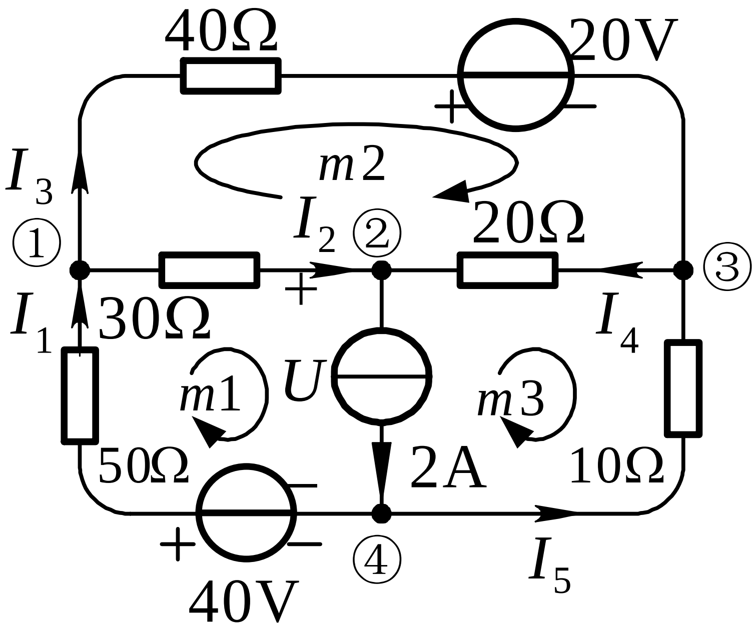
网孔$m2$: $-30\Omega \times I_2 + 40\Omega \times I_3 + 20\Omega \times I_4 = -20V$

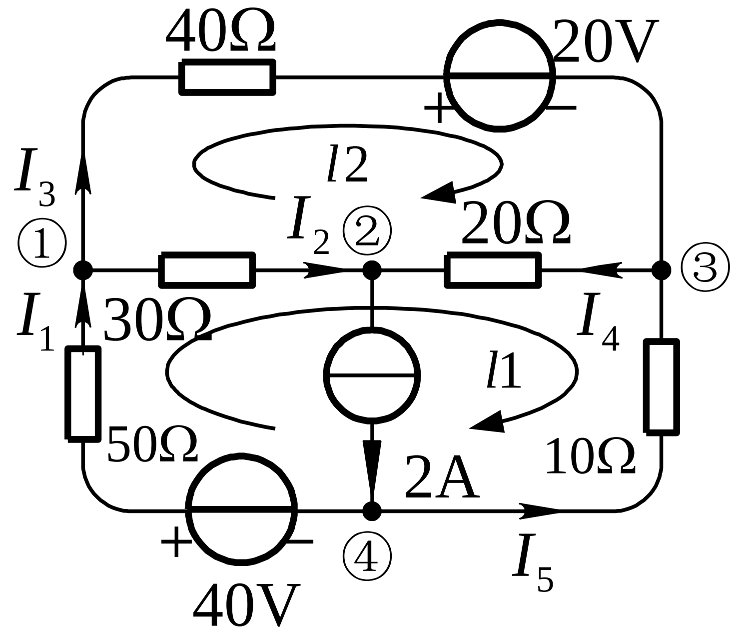
网孔$m3$: $-20\Omega \times I_4 - 10\Omega \times I_5 - U = 0$

注：对包含电流源的回路列KVL方程，对电流源的两端电压，要作为变量列入方程中。

§ 2.4 支路电流法

思考：在列方程时能否避开电流源的两端电压？





注：选取不含电流源的回路，可减少一个方程。

5 支路电流法的一般步骤：

（1）标定各支路电流、电压的参考方向；

（2）选定$(n–1)$个独立节点，列写其KCL方程；

（3）选定$b–(n–1)$个独立回路，指定回路的绕行方向，列写其KVL方程(元件特性代入）；

（4）如电路中有受控源，把受控源当作独立源处理， 然后补充控制量用支路电流表示的方程；

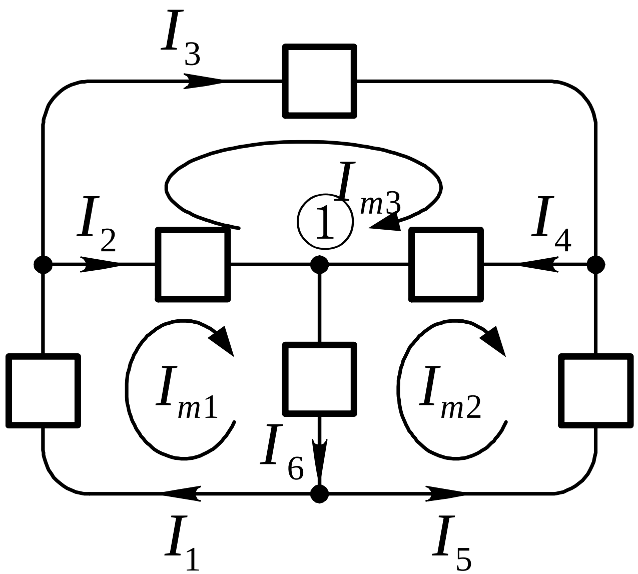
（5）求解上述方程，得到b个支路电流；

（6）其它分析。

§ 2.5 回路电流法

一、网孔电流法

1 网孔电流 假设在每个网孔中分别存在一个闭合流动的电流。



网孔电流的概念

支路电流与网孔电流的关系

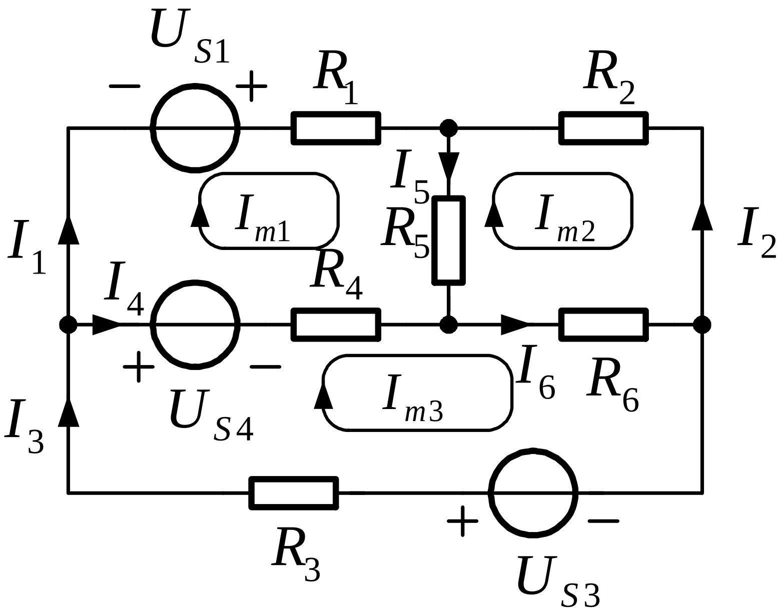
$$I_1 = I_{m1},\quad I_3 = I_{m3},\quad I_5 = -I_{m2}$$

$$I_2 = I_{m1} - I_{m3},\quad I_4 = -I_{m2} + I_{m3},\quad I_6 = I_{m1} - I_{m2}$$

网孔电流在网孔中是闭合的，对每个相关节点均流进一次，流出一次，所以**KCL自动满足**。

2 网孔电流法：以网孔电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

3 网孔电流方程的列写



回路法示例

(1)支路电流与网孔电流的关系

$$I_1=I_{m1}\,,\ I_2=-I_{m2}\,,I_3=I_{m3}$$

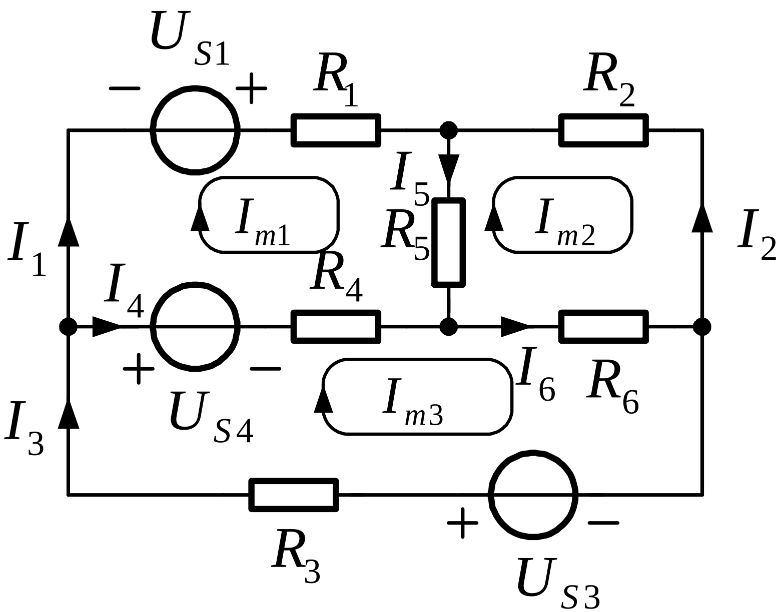
$$I_4=-I_{m1}+I_{m3}\,,I_5=I_{m1}-I_{m2}\,,I_6=-I_{m2}+I_{m3}$$

(2)用网孔电流代替支路电流，列写网孔的KVL方程：

网孔m1： $R_1I_{m1}+R_5(I_{m1}-I_{m2})+R_4(I_{m1}-I_{m3})=U_{S1}+U_{S4}$

网孔m2： $R_2I_{m2}+R_6(I_{m2}-I_{m3})+R_5(I_{m2}-I_{m1})=0$

网孔m3： $R_4(I_{m3}-I_{m1})+R_6(I_{m3}-I_{m2})+R_3I_{m3}=U_{S3}-U_{S4}$



回路法示例

$$I_1 = I_{m1},\ I_2 = -I_{m2},\ I_3 = I_{m3}$$

$$I_4 = -I_{m1} + I_{m3},\ I_5 = I_{m1} - I_{m2},\ I_6 = -I_{m2} + I_{m3}$$

(3)整理得：

$$(R_1 + R_4 + R_5)I_{m1} - R_5 I_{m2} - R_4 I_{m3} = U_{S1} + U_{S4}$$

$$-R_5 I_{m1} + (R_2 + R_5 + R_6)I_{m2} - R_6 I_{m3} = 0$$

$$-R_4 I_{m1} - R_6 I_{m2} + (R_3 + R_4 + R_6)I_{m3} = U_{S3} - U_{S4}$$

4 列写网孔电流方程的一般规则

对于具有m 个网孔的平面电路，网孔电流方程的一般形式有：

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}i_{m3}\ldots+R_{1m}i_{mm}=u_{S11} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}\ldots+R_{2m}i_{mm}=u_{S22} \\ \quad\cdots \\ R_{m1}i_{m1}+R_{m2}i_{m2}+R_{m3}i_{m3}\ldots+R_{mm}i_{mm}=u_{Smm} \end{cases}$$

其中 R_{kk}： k=1,2,…,m。

自阻：等于网孔k中所有电阻之和，自阻总为正。

R_{jk}:互阻 $(j \neq k)$

相邻两个网孔间公共支路上的电阻，称为相邻两网孔间的互阻。

§2.5 回路电流法

对于具有m个网孔的平面电路，网孔电流方程的一般形式有：

$$
\begin{cases}
R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m1}+R_{13}i_{m3}\dots+R_{1m}i_{mm}=u_{S11} \\
R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}\dots+R_{2m}i_{mm}=u_{S22} \\
\dots \\
R_{m1}i_{m1}+R_{m2}i_{m2}+R_{m3}i_{m3}\dots+R_{mm}i_{mm}=u_{Smm}
\end{cases}
$$

R_{jk}:互阻 $(j \neq k)$

- 流过互阻两个网孔电流方向相同 R_{jk}前面取正号
- 流过互阻两个网孔电流方向相反 R_{jk}前面取负号
- 两个网孔之间没有公共支路或有公共支路但其电阻为零时$R_{jk}=0$

特例：不含受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$。

u_{Skk}：网孔k中所有电压源电压的代数和。

沿网孔电位升取正号，沿网孔电位降取负号。

5 网孔电流方程的矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum\limits_{\text{网孔}1} U_S \\ \sum\limits_{\text{网孔}2} U_S \\ \vdots \\ \sum\limits_{\text{网孔}m} U_S \end{bmatrix}$$

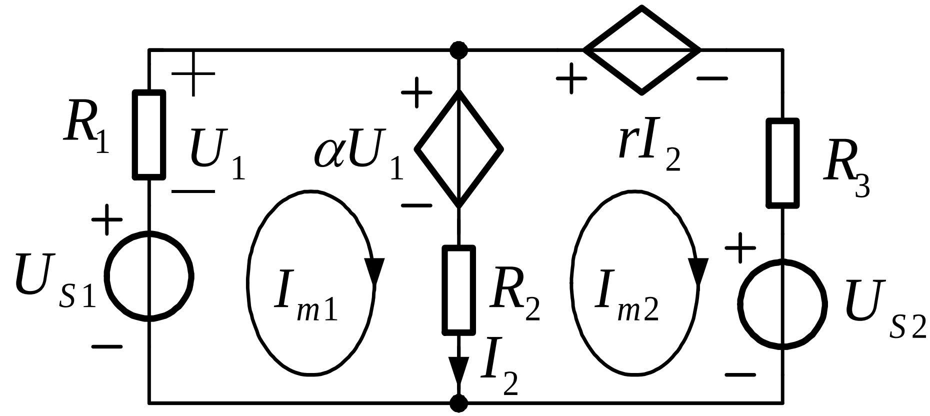
网孔电阻矩阵

网孔电流向量

网孔源电压向量

6 含受控源支路的分析

例2.7 电路如图所示。
试列出网孔电流方程。



解

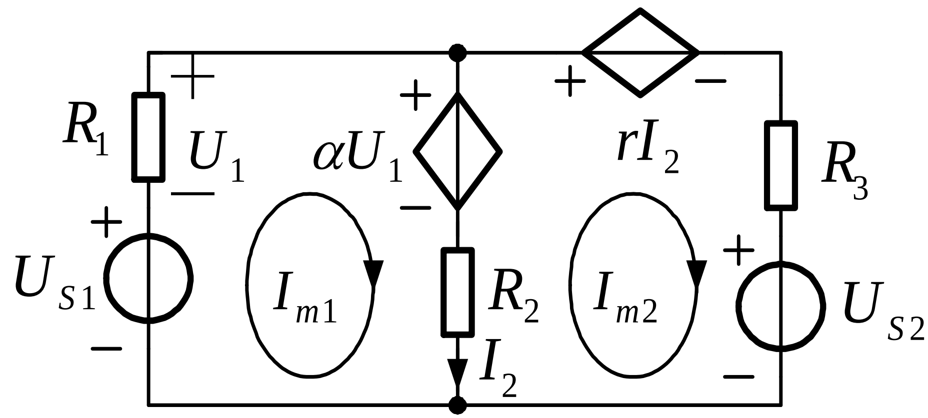
选网孔为独立回路，列方程：

$$(R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}=U_{S1}-\alpha U_1$$

$$-R_2I_{m1}+(R_2+R_3)I_{m2}=-U_{S2}+\alpha U_1-rI_2$$

补充方程：

$$\left.\begin{aligned}U_1&=-R_1I_{m1}\\ I_2&=I_{m1}-I_{m2}\end{aligned}\right\}$$



对方程进行整理：

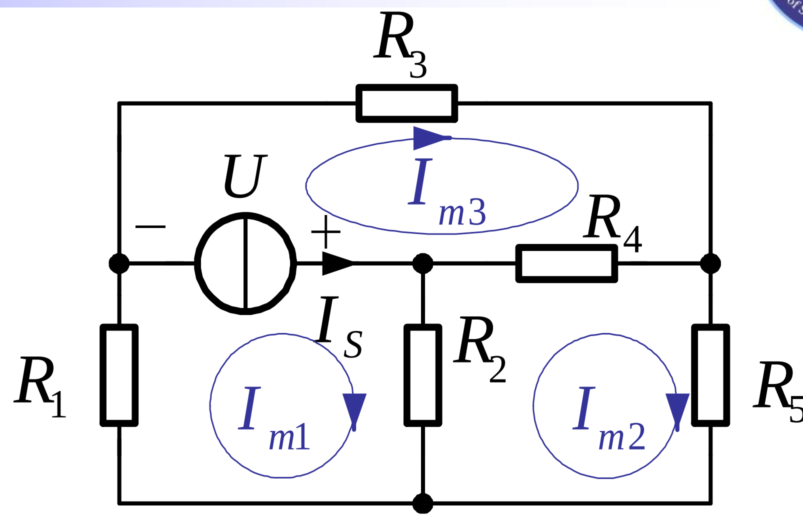
$$\left.\begin{aligned}(R_1+R_2-\alpha R_1)I_{m1}-R_2 I_{m2}=U_{S1}\\(-R_2+\alpha R_1+r)I_{m1}+(R_2+R_3-r)I_{m2}=-U_{S2}\end{aligned}\right\}$$

含受控源的处理：

- 把受控源看成独立源列写方程；
- 补充用网孔电流表示受控源控制量的方程；
- 当电路中含受控源时，互阻一般不再相等。

7 含电流源支路的分析

例2.8 列出图示含有电流源电路的网孔电流方程。



解 以网孔作为独立回路。

对电流源的两端电压，要作为变量列入方程中。

$$\left.\begin{aligned}&(R_1+R_2)I_{m1}-R_2I_{m2}-U=0\\&-R_2I_{m1}+(R_2+R_4+R_5)I_{m2}-R_4I_{m3}=0\\&-R_4I_{m2}+(R_3+R_4)I_{m3}+U=0\end{aligned}\right\}$$

补充电流源支路的特性方程：$I_{m1}-I_{m3}=I_S$

8 网孔电流法的一般步骤：

(1) 选定电路中各个网孔的绕行方向；

(2) 对m个网孔，以网孔电流为未知量，列写其KVL方程；

(3) 如电路中有受控源，把受控源当作独立源处理，然后补充控制量用网孔电流表示的方程；

(4) 求解上述方程，得到m个网孔电流；

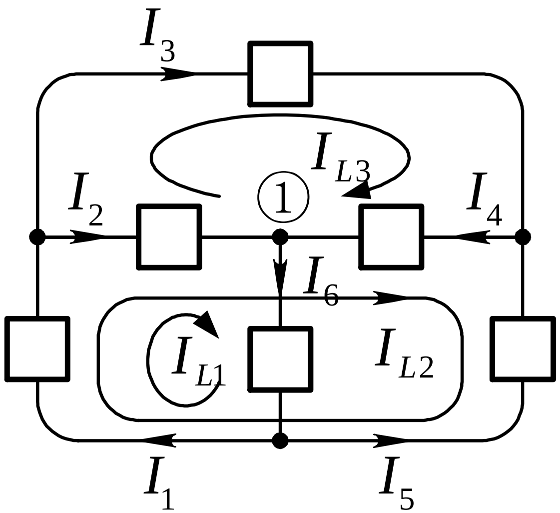
(5) 求各支路电流；

(6) 其它分析。

二、回路电流法

1 回路电流

假设在每个独立回路中分别存在一个闭合流动的电流。



回路电流的概念

支路电流与回路电流的关系

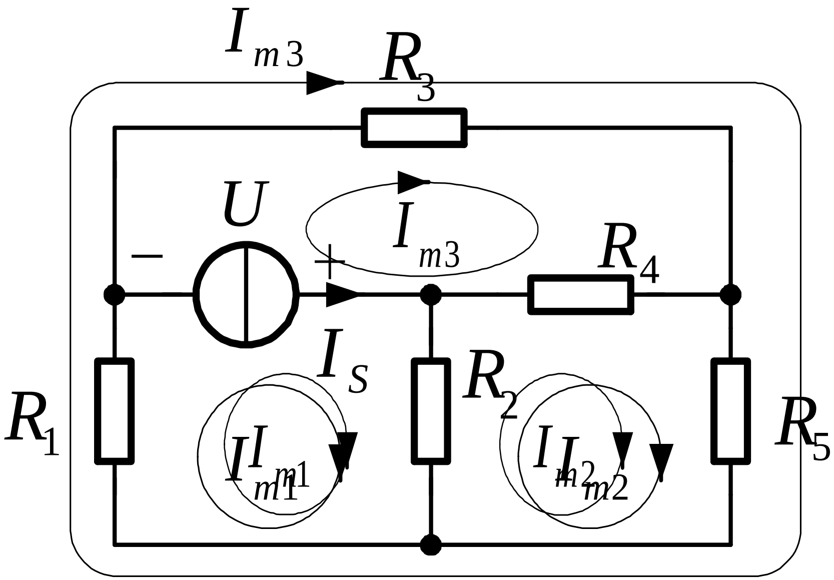
$$I_3 = I_{L3},\quad I_5 = -I_{L2},\quad I_6 = I_{L1}$$

$$I_1 = I_{L1} + I_{L2},\quad I_2 = I_{L1} + I_{L2} - I_{L3},\quad I_4 = -I_{L2} + I_{L3},$$

2 回路电流法

选择b-(n-1)个独立回路，以各回路电流为待求量列写KVL方程，这种分析方法称为回路电流法或回路分析法。

§ 2.5 回路电流法



思考：能否利用电流源电流这个已知条件来减少方程数？

适当选取独立回路使电流源只包含在一个回路中

$$(R_1 + R_2)I_S - R_2 I_{m2} + R_1 I_{m3} - U = 0$$

$$-R_2 I_S + (R_2 + R_4 + R_5)I_{m2} + R_5 I_{m3} = 0$$

$$R_1 I_S + R_5 I_{m2} + (R_1 + R_3 + R_5)I_{m3} = 0$$

注：在对含电流源的电路列回路电流方程时，应适当选取回路，使电流源中只流过一个回路电流，从而减少待求量个数。

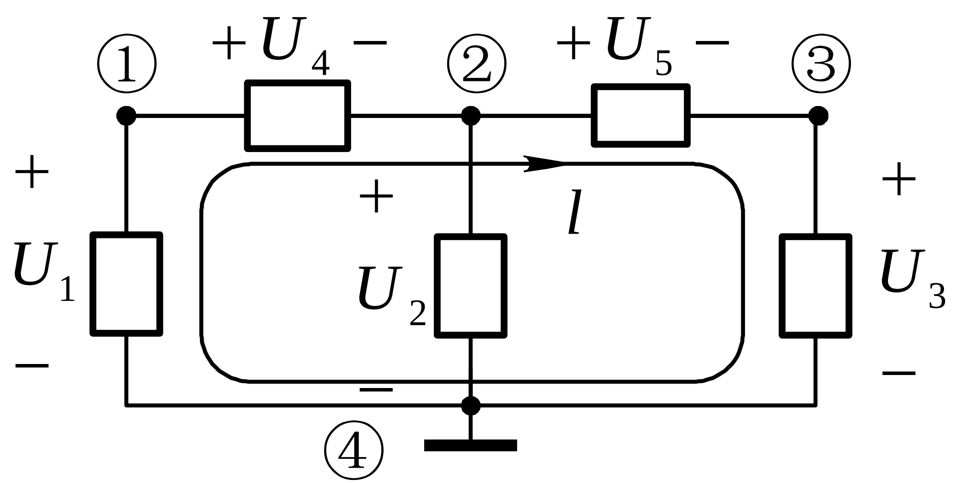
三、网孔电流法与回路电流法比较

- 网孔电流法选择网孔作为独立回路，回路电流法任选一组独立回路分析电路，因此网孔电流法是回路电流法的特例；
- 网孔电流法仅适用于平面电路，回路电流法适用于平面和非平面电路；
- 网孔电流法规律性较强，方程列写方便，平面电路应优先考虑使用；
- 回路电流法选择独立回路较为灵活，技巧性较强。

§ 2.6 节点电压法

思考：能否假定一组变量使之自动满足 KVL，从而减少联立方程的个数？

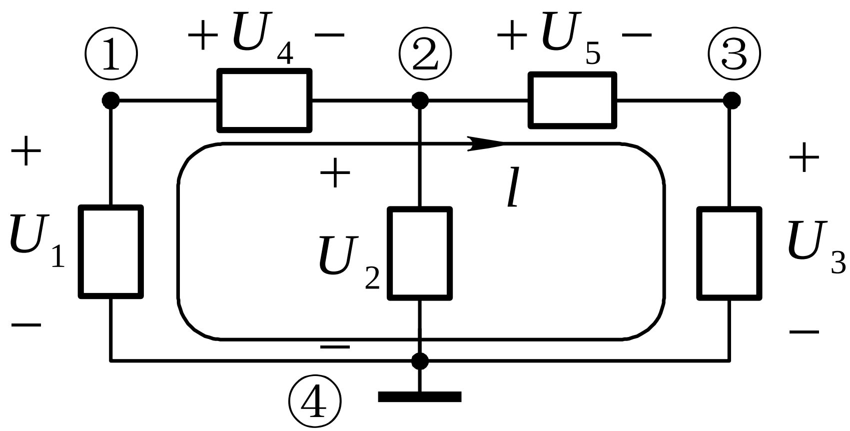
1 节点电压：任选一点作为参考点，其它各点与参考点之间的电压称为该点的节点电压或节点电位。



节点电压举例

①，②，③的节点电压用 U_{n1},U_{n2},U_{n3} 表示

§ 2.6 节点电压法



节点电压举例

节点电压与支路电压关系：

$$U_1 = U_{n1}, U_2 = U_{n2}, U_3 = U_{n3}$$

$$U_4 = U_1 - U_2 = U_{n1} - U_{n2}$$

$$U_5 = U_2 - U_3 = U_{n2} - U_{n3}$$

$$-U_1 + U_4 + U_5 + U_3$$

$$= -U_{n1} + (U_{n1} - U_{n2}) + (U_{n2} - U_{n3}) + U_{n3}$$

$$= 0$$

注：当用节点电压表示支路电压时，支路电压一定满足KVL方程。

2 节点电压法：以n-1个节点电压为待求量，对n-1个节点列写KCL方程的方法 。

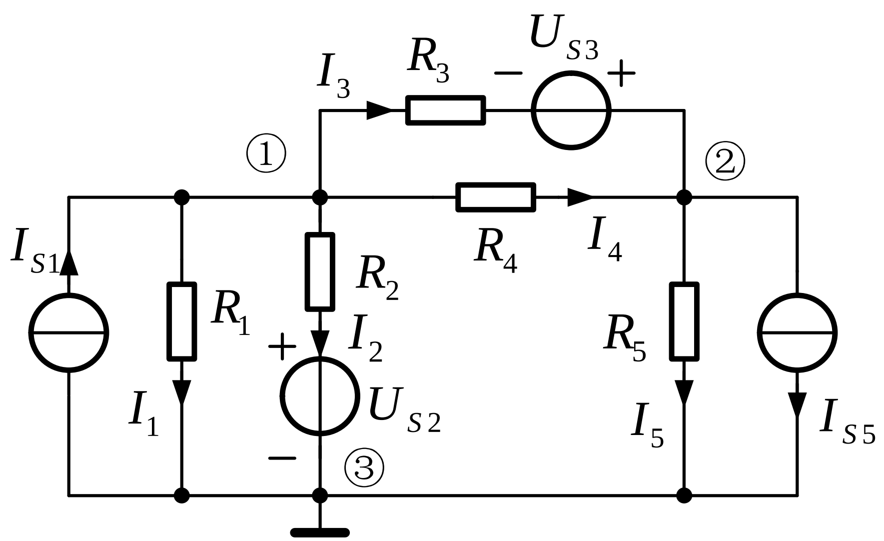
节点电压法的独立方程数为(*n*-1)。与支路电流法相比，方程数可减少*b*-(*n*-1)个。

3 节点电压方程的列写

(1) 选取参考节点，对其他节点列写KCL方程

以节点③为参考点，节点①、②的KCL方程为

$$\left.\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 + I_4 &= I_{S1} \\ -I_3 - I_4 + I_5 &= -I_{S5} \end{aligned}\right\}$$

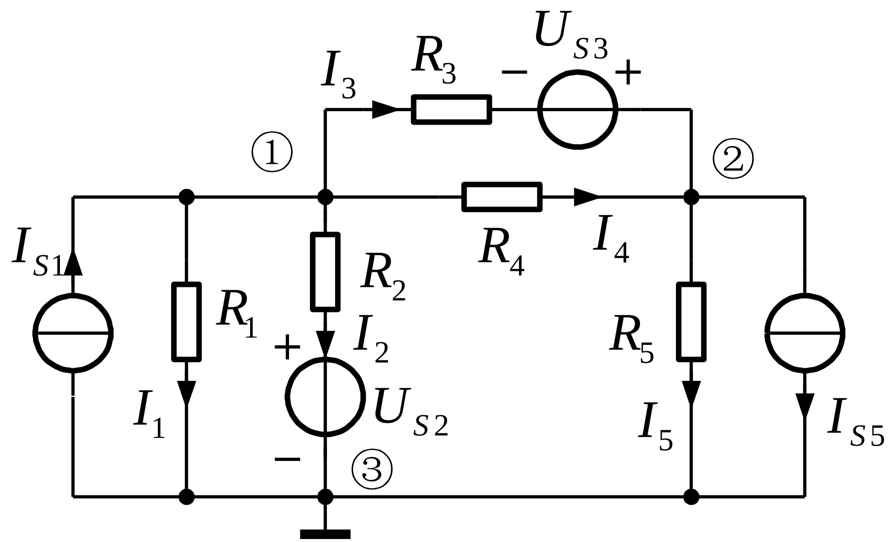


节点电压法示例

(2) 用节点电压表示各个支路电流

$$\frac{U_{n1}}{R_1} + \frac{U_{n1} - U_{S2}}{R_2} + \frac{U_{n1} - U_{n2} + U_{S3}}{R_3} + \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} = I_{S1}$$

$$-\frac{U_{n1} - U_{n2} + U_{S3}}{R_3} - \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} + \frac{U_{n2}}{R_5} = -I_{S5}$$



节点电压法示例

(3) 进行整理

$$\left.\begin{aligned}&\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_{n2}=I_{S1}+\frac{U_{S2}}{R_2}-\frac{U_{S3}}{R_3}\\&-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)U_{n1}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)U_{n2}=-I_{S5}+\frac{U_{S3}}{R_3}\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} G_{11}U_{n1}+G_{12}U_{n2} &= \sum_{\text{节点1}} I_{Sk} + \sum_{\text{节点1}} G_k U_{Sk} \\ G_{21}U_{n1}+G_{22}U_{n2} &= \sum_{\text{节点2}} I_{Sk} + \sum_{\text{节点2}} G_k U_{Sk} \end{aligned}\right\}$$

4 节点电压方程的列写规则：

(1) $G_{11}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}, G_{22}=\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}$

分别是与节点①、②直接相连的各支路电导之和，称为节点①、②的自导。

(2) $G_{12}=-(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}), G_{21}=-(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4})$

是直接联接在节点①、②之间的诸支路电导之和并带一负号，称为节点①、②间的互导。

§2.6 节点电压法

$$\left.\begin{aligned} G_{11}U_{n1}+G_{12}U_{n2}&=\sum_{\text{节点}1} I_{Sk}+\sum_{\text{节点}1} G_kU_{Sk} \\ G_{21}U_{n1}+G_{22}U_{n2}&=\sum_{\text{节点}2} I_{Sk}+\sum_{\text{节点}2} G_kU_{Sk} \end{aligned}\right\}$$

(3) $\sum\limits_{\text{节点}1} I_{Sk}, \sum\limits_{\text{节点}2} I_{Sk}$

表示与节点①、②相连的电流源电流代数和，当电流流入节点时取“＋”号；否则取“－”号；

(4) $\sum\limits_{\text{节点}1} G_kU_{Sk}, \sum\limits_{\text{节点}2} G_kU_{Sk}$

分别是与节点①、②相连的电压源与串联电导乘积的代数和，当电压源正极性端指向节点时，取“＋”号；否则取“－”号。

(3)、(4)称为节点①、②的注入电流或节点源电流。

§ 2.6 节点电压法

5 节点电压方程的矩阵形式：

$$
\begin{bmatrix}
G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1(n-1)} \\
G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2(n-1)} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
G_{(n-1)1} & G_{(n-1)2} & \cdots & G_{(n-1)(n-1)}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
U_{n1} \\ U_{n2} \\ \vdots \\ U_{n(n-1)}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\sum_{1} I_S + \sum_{1} GU_S \\
\sum_{2} I_S + \sum_{2} GU_S \\
\vdots \\
\sum_{n-1} I_S + \sum_{n-1} GU_S
\end{bmatrix}
$$

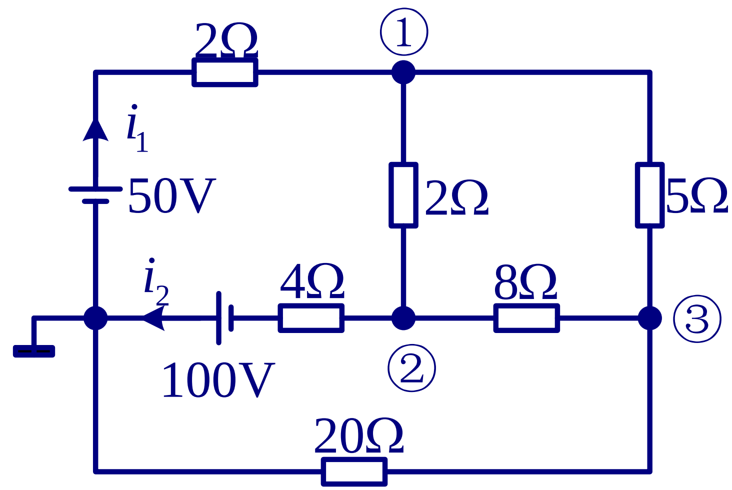
节点电导矩阵

节点电压向量

节点源电流向量

§ 2.6 节点电压法

例　应用节点电压法确定右图所示电路中由电源流出的电流。



解　用视察法列出所示电路的节点方程

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{20}+\frac{1}{8}+\frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{n1} \\ v_{n2} \\ v_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{50}{2} \\ -\frac{100}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$$

解方程组得

$$\mathbf{v_{n1} = 11.30\ V}$$

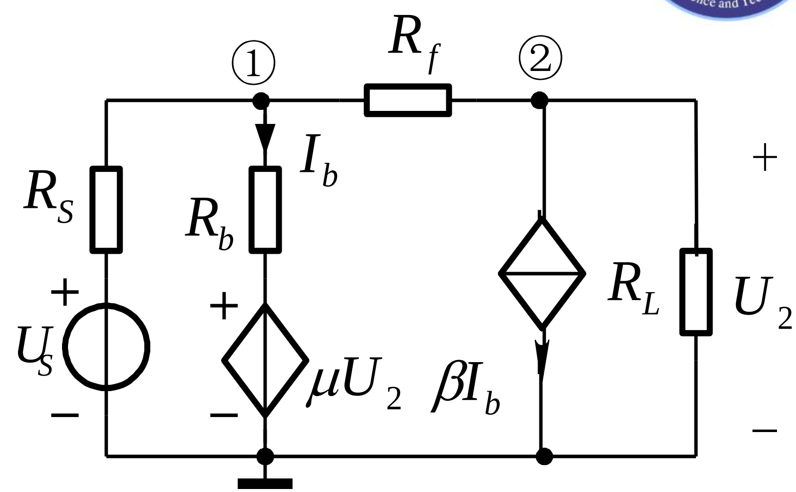
$$\mathbf{v_{n2} = -22.32\ V}$$

由电源流出的电流为

$$i_1 = \frac{1}{2}(50-11.30) = 19.35A, \qquad i_2 = \frac{1}{4}[100+(-22.32)] = 19.42A$$

6 含受控源支路的分析

例2.9 列出图示电路的节点电压方程。



解

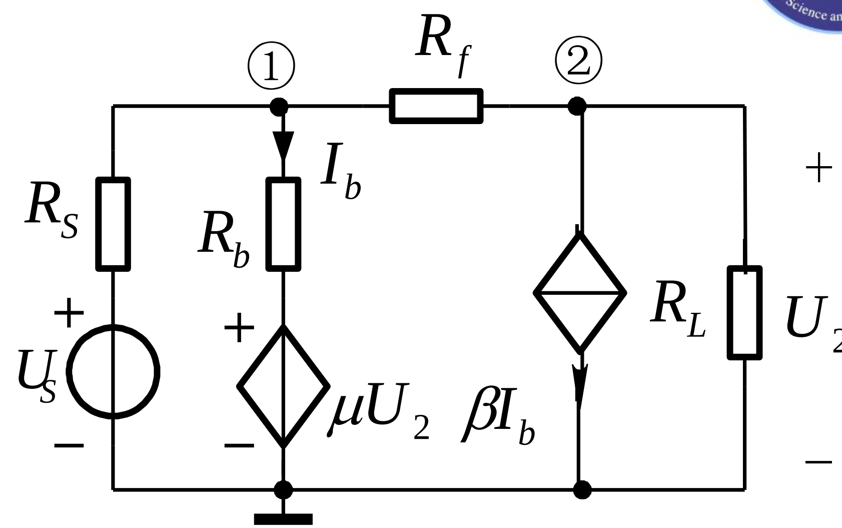
(1)对节点①、②列出节点电压方程

$$\left(\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_f}\right)U_{n1}-\frac{1}{R_f}U_{n2}=\frac{U_S}{R_S}+\frac{\mu U_2}{R_b}$$

$$-\frac{1}{R_f}U_{n1}+\left(\frac{1}{R_f}+\frac{1}{R_L}\right)U_{n2}=-\beta I_b$$

(2)把受控电源的控制量用节点电压来表示

$$U_2=U_{n2},\quad I_b=\frac{U_{n1}-\mu U_2}{R_b}$$



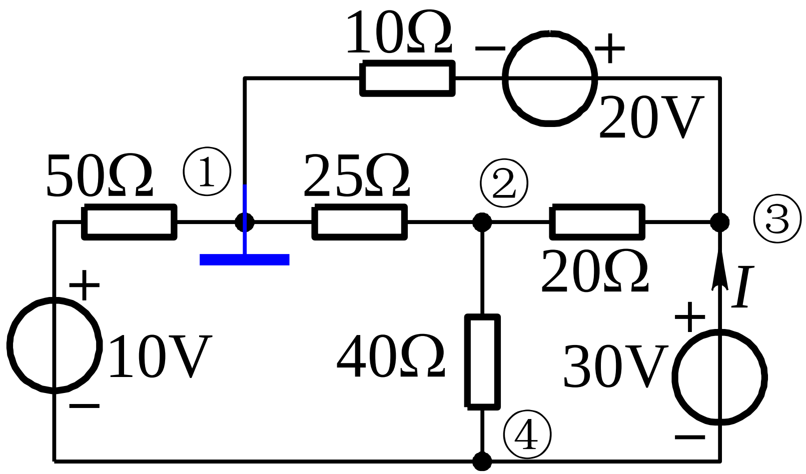
(3) 对方程进行整理：

$$\left.\begin{aligned}&\left(\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_b}+\frac{1}{R_f}\right)U_{n1}-\left(\frac{1}{R_f}+\frac{\mu}{R_b}\right)U_{n2}=\frac{U_S}{R_S}\\&-\left(\frac{1}{R_f}+\frac{\beta}{R_b}\right)U_{n1}+\left(\frac{1}{R_f}+\frac{1}{R_L}-\frac{\beta\mu}{R_L}\right)U_{n2}=0\end{aligned}\right\}$$

注：受控源要影响节点电压方程的系数，一般不再具有对称性。

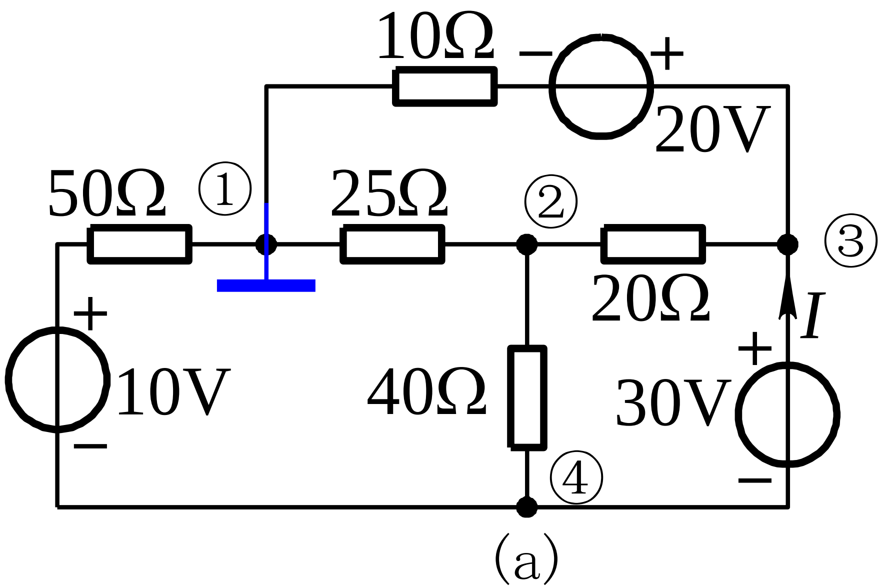
7 含纯电压源支路的分析

例2.10 列出图示电路对应不同参考点的节点电压方程，并计算25Ω电阻消耗的功率。



(a)

将未知电流 *I* 设为变量列入KCL方程中。



说明：若电路中存在纯电压源支路，则该支路的电流不能用支路电导与相关节点电压之积来表示。为解决这类问题，须对节点电压法进行修正，建立所谓的改进节点电压法。

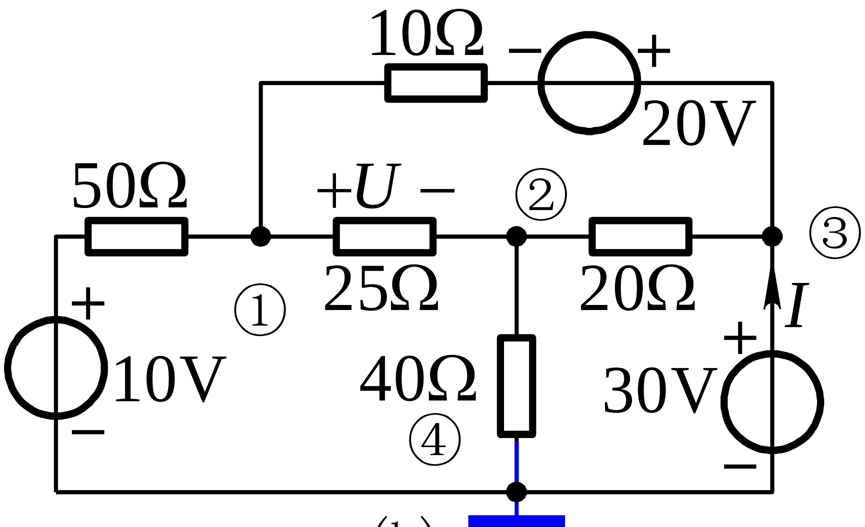
节点②：$$\left(\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\Omega}U_{n3}-\frac{1}{40\Omega}U_{n4}=0$$

节点③：$$-\frac{1}{20\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20\text{V}}{10\Omega}$$

节点④：$$-\frac{1}{40\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{50\Omega}\right)U_{n4}+I=-\frac{10\text{V}}{50\Omega}$$

需根据电压源特性列补充方程：$U_{n3}-U_{n4}=30\text{V}$

§ 2.6 节点电压法



(b)

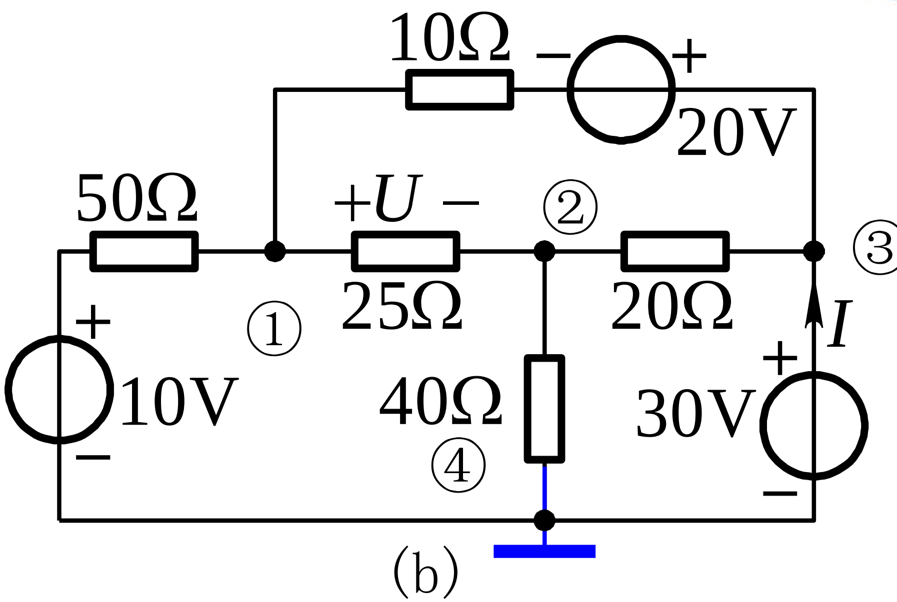
以节点④为参考点，则节点③的电压为30V，为已知量

$$\left(\frac{1}{50\,\Omega}+\frac{1}{25\,\Omega}+\frac{1}{10\,\Omega}\right)U_{n1}-\frac{1}{25\,\Omega}U_{n2}-\frac{1}{10\,\Omega}\times 30\,\mathrm{V}=\frac{10\mathrm{V}}{50\,\Omega}-\frac{20\,\mathrm{V}}{10\,\Omega}$$

$$-\frac{1}{25\,\Omega}U_{n1}+\left(\frac{1}{25\,\Omega}+\frac{1}{40\,\Omega}+\frac{1}{20\,\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{20\,\Omega}\times 30\,\mathrm{V}=0$$

$$\boxed{-\frac{1}{10\,\Omega}U_{n1}-\frac{1}{20\,\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{10\,\Omega}+\frac{1}{20\,\Omega}\right)U_{n3}-I=\frac{20\,\mathrm{V}}{10\,\Omega}}$$

若不求电流 ***I***,此方程便可略去。



解得 $U_{n1} \approx 11.79\text{V} \quad U_{n2} \approx 17.14\text{V}$

25Ω电阻两端电压及消耗功率分别为

$$U = U_{n1} - U_{n2} \approx 11.79\text{V} - 17.14\text{V} = -5.35\text{V}$$

$$P = \frac{U^2}{25\Omega} \approx 1.14\text{W}$$

§2.6 节点电压法

8 节点电压法的一般步骤：

（1）选定参考节点，对其余节点编号；

（2）对(n-1)个独立节点，以节点电压为未知量，列写其KCL方程；

（3）如电路中有受控源，把受控源当作独立源处理，然后补充控制量用节点电压表示的方程；

（4）求解上述方程，得到(n-1)个节点电压；

（5）求各支路电压；

（6）其它分析

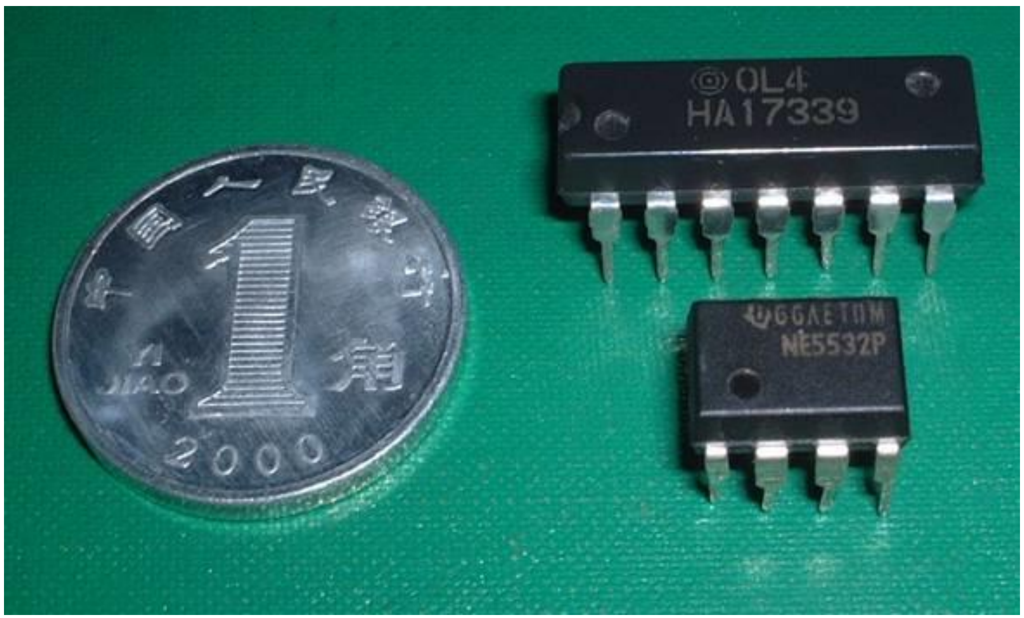
支路电流法、回路电流法、节点电压法比较
（设电路有b条支路，n个节点）

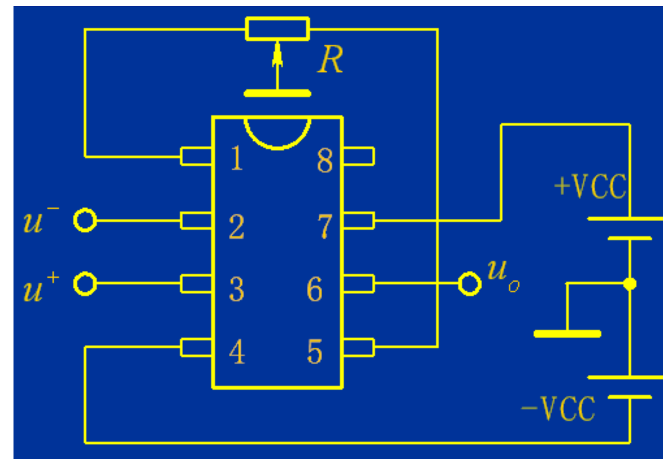
	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路电流法	n-1	b-(n-1)	b
回路电流法	0	b-(n-1)	b-(n-1)
节点电压法	n-1	0	n-1

§ 2.7 运算放大器

1 实际运算放大器

运算放大器简称运放是一种用集成电路工艺制成的多端元件。

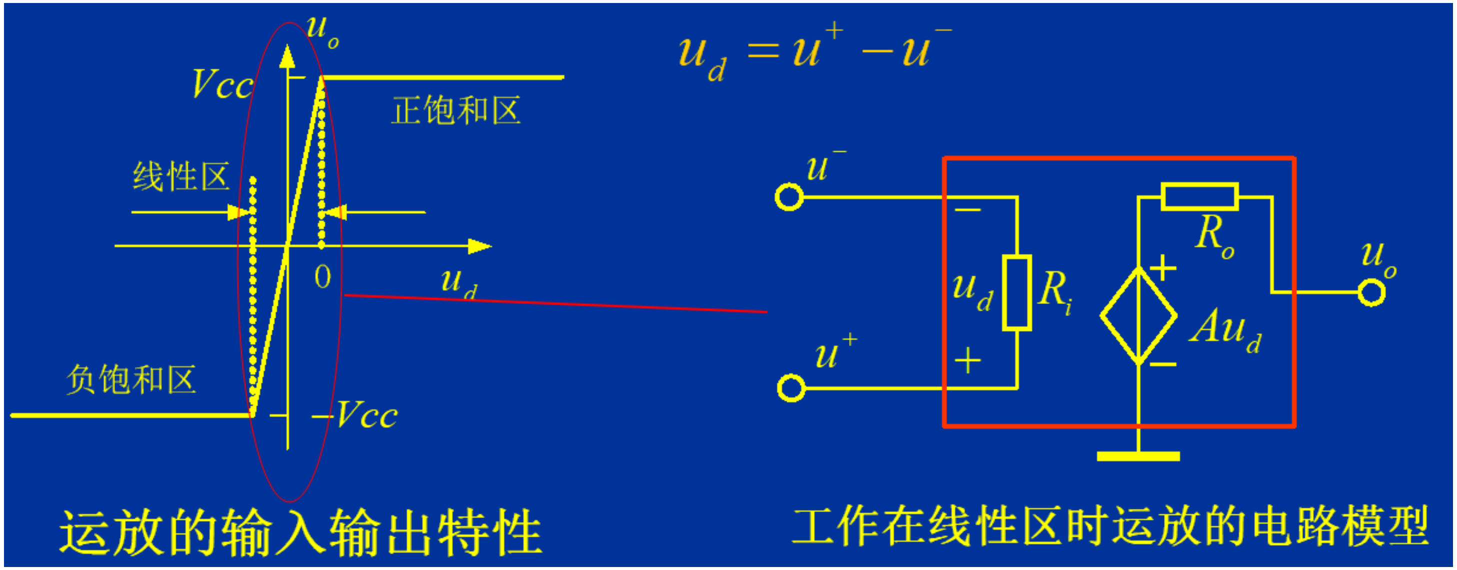




NE5532P的外部接线图

运算放大器NE5532P和HA17339的封装图

§ 2.7 运算放大器



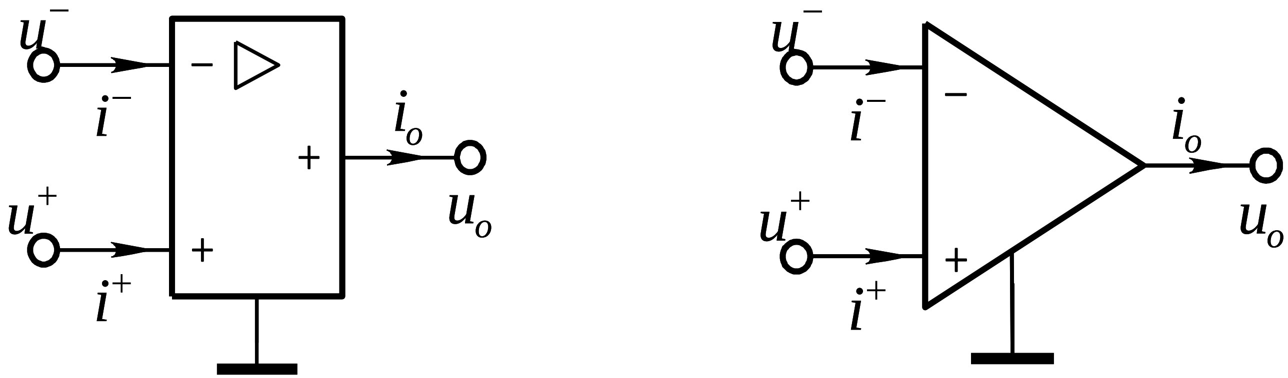
运算放大器电路模型中参数的典型取值范围

参数名称、符号	典型值	理想值
开环电压增益 A	10^5 到 10^8	∞
输入电阻 R_i	$10^6\Omega$ 到 $10^{13}\Omega$	∞
输出电阻 R_o	10Ω 到 100Ω	0
工作电压 Vcc	5V 到 24V	

注：运放的开环增益非常大，一个微小的输入电压就足以使运放工作到饱和区。因此，为使运放工作在线性区，必须引入负反馈。这里所谓负反馈是将输出电压或输出电压的一部分回馈到反相输入端。

§ 2.7 运算放大器

2 理想运放的符号



理想运放的电路符号 (a)国标符号；(b)国际通用符号

3 理想运放的端口特性：

(1) 输入电流 $i^- = 0,\quad i^+ = 0$

电流为零，相当于开路，所以此性质称为虚断。

(2) 输入电压 $u^+ = u^-$

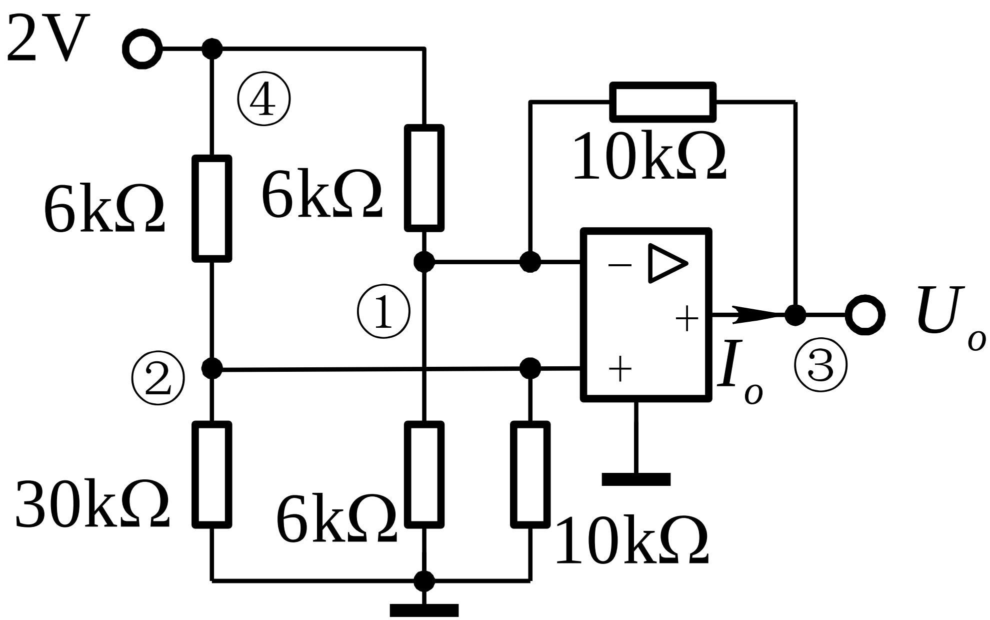
电压相等，相当于短路，所以此性质称为虚短。

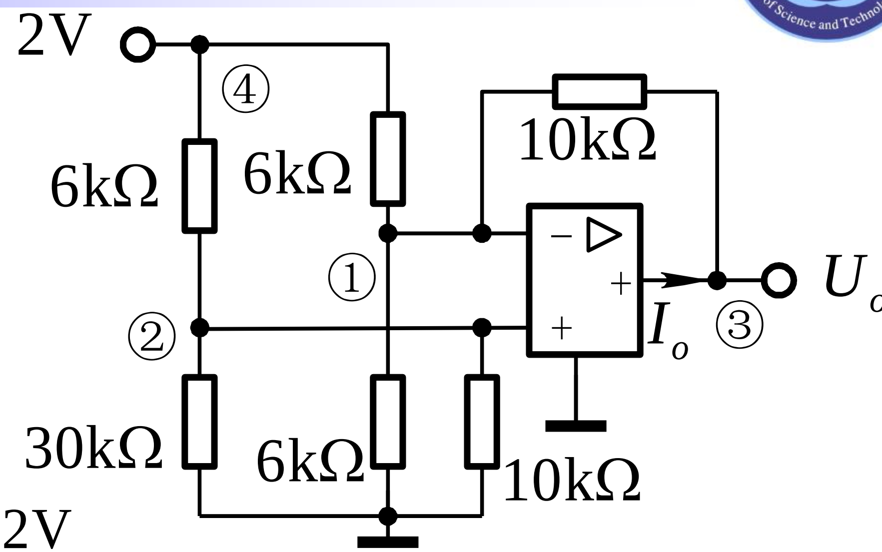
含运算放大器电路的分析：

（1）节点电压法是分析含运算放大器的有效方法

（2）对输出端不列方程

例2.11 求出图示电路的输出电压U_0





解

对节点①、②、③列节点方程：

$$\left(\frac{1}{6\text{k}\Omega}+\frac{1}{6\text{k}\Omega}+\frac{1}{10\text{k}\Omega}\right)U_{n1}-\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n3}=\frac{2\text{V}}{6\text{k}\Omega}$$

$$\left(\frac{1}{6\text{k}\Omega}+\frac{1}{30\text{k}\Omega}+\frac{1}{10\text{k}\Omega}\right)U_{n2}=\frac{2\text{V}}{6\text{k}\Omega}$$

$$\boxed{-\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n1}+\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n3}-\boxed{I_o}=0}$$

如不求此输出电流，则无须对输出节点列KCL方程

补充理想运算放大器输入端口电压方程 $U_{n1}=U_{n2}$

解得：$U_{n1}=U_{n2}=(10/9)\text{V}$，$U_{n3}=(40/27)\text{V}$

小结 本章主要内容包括三部分。

第一部分首先介绍电阻的串联与并联化简、星形与三角形联接的等效变换、电源的等效变换等；

第二部分介绍求解线性直流电路的一般方法，包括支路电流法、网孔电流法、回路电流法和节点电压法；

第三部分简要介绍运算放大器，并讨论含运算放大器电路的分析特点。