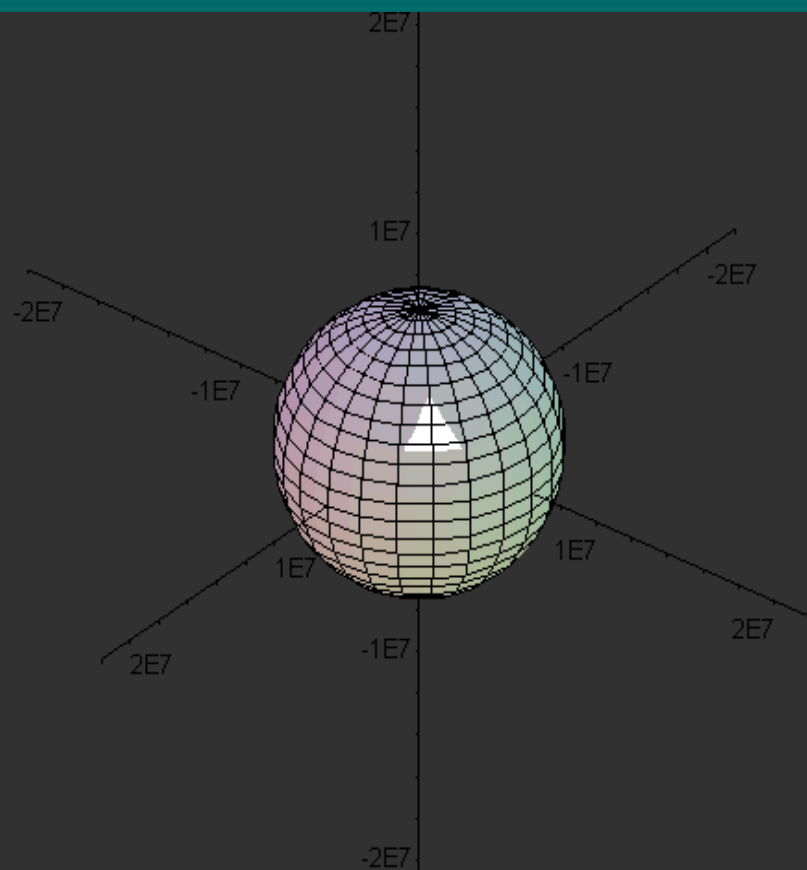


带电粒子在电磁场中运动的动画模拟与应用

郁培文

PB05000812

少年班



报告提纲

下面的报告中,我通过计算机模拟了带电粒子在各种电磁场中运动的动态过程,并用一个实例模拟来解释了地球辐射带(范爱伦带)这种现象.

- 问题简介
- 带电粒子在混合电磁场中运动
- 带电粒子在电偶极子场中运动
- 带电粒子在磁偶极子场中运动

问题简介

为什么要做这个问题?

1. 电磁现象的起因

磁镜效应 范爱伦带

2. 实际应用的基础

带电粒子在电磁场中的运动规律在近代物理实验装置中有着广泛的应用，这些应用涉及到带电粒子的测量,加速和约束问题。

磁聚焦 回旋加速器 电子感应加速器 质谱仪 磁镜装置

然而书本只对粒子在电磁场中运动的少数情况给出几张图片。

通过计算机模拟则可以给出许多复杂情况下的粒子运动的动态过程，给我们以更直观的理解，并且有助于对某些实际问题作出模拟分析。

带电粒子在电磁场中运动的本质?

受力: $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

运动方程: $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q\vec{E} + q \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$

That's it!-----解二阶常微分方程

Simple?

问题在于?



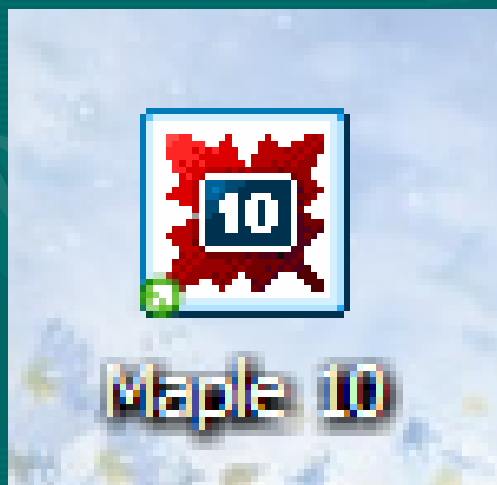
Liouville

绝大部分的微分方程无法求出其解析解

定性理论?

数值解

4 阶Runge-Kutta法



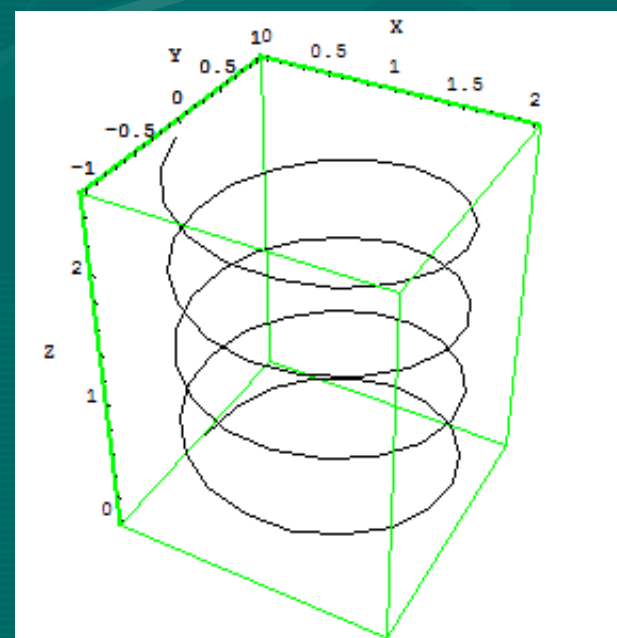
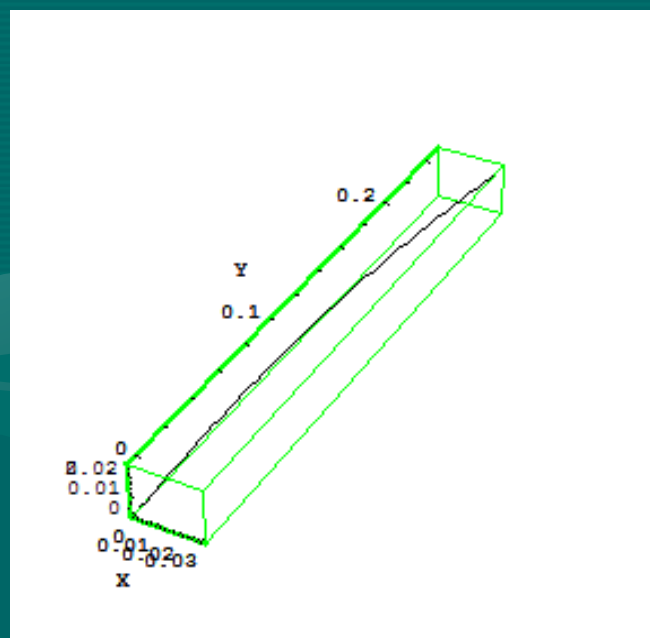
带电粒子在混合电磁场中运动

Example 1. 均匀磁场 (螺旋线)

电磁场情况: $\vec{B} = (0,0,1)$ $\vec{E} = (0,0,0)$

初值条件: $\vec{r}(0) = (0,0,0)$ $\vec{v}(0) = (0,1,0.1)$

模拟结果:



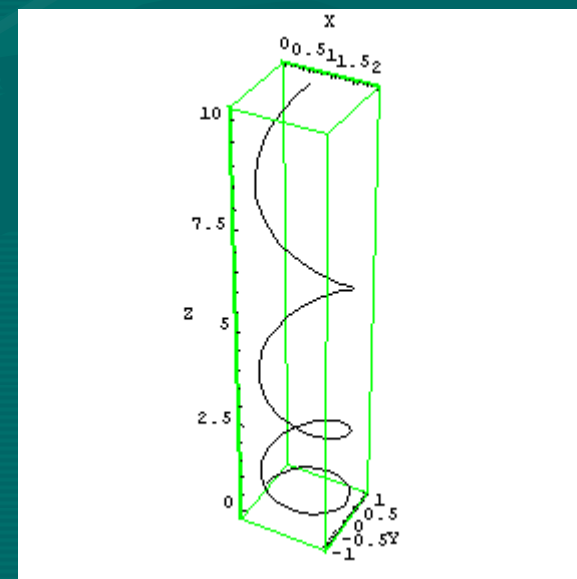
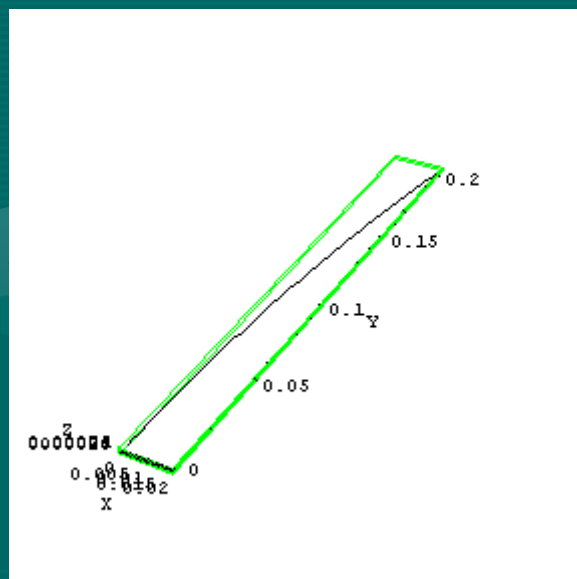
带电粒子在混合电磁场中运动

Example 2. 磁场与电场同向 (加速螺旋线)

电磁场情况: $\vec{B} = (0, 0, 1)$ $\vec{E} = (0, 0, 0.1)$

初值条件: $\vec{r}(0) = (0, 0, 0)$ $\vec{v}(0) = (0, 1, 0)$

模拟结果:



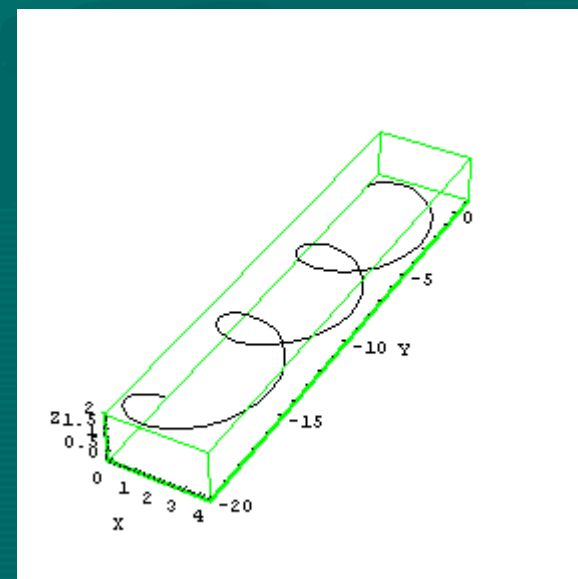
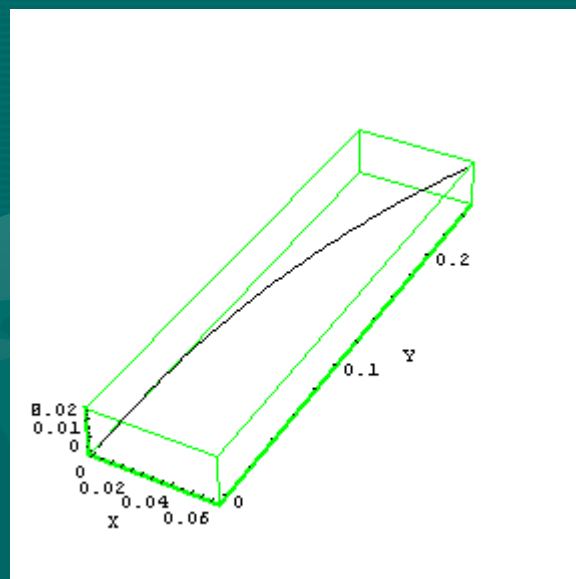
带电粒子在混合电磁场中运动

Example3. 电场与磁场正交 (加速螺旋线)

电磁场情况: $\vec{B} = (0,0,1)$ $\vec{E} = (1,0,0)$

初值条件: $\vec{r}(0) = (0,0,0)$ $\vec{v}(0) = (0,1,0.1)$

模拟结果:



带电粒子在电偶极子场中的运动

电偶极子场:

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} [3(\hat{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \hat{p}]$$

运动方程:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} [3(\hat{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \hat{p}]$$

带电粒子在电偶极子场中的运动

Example4.

考虑如下情况：

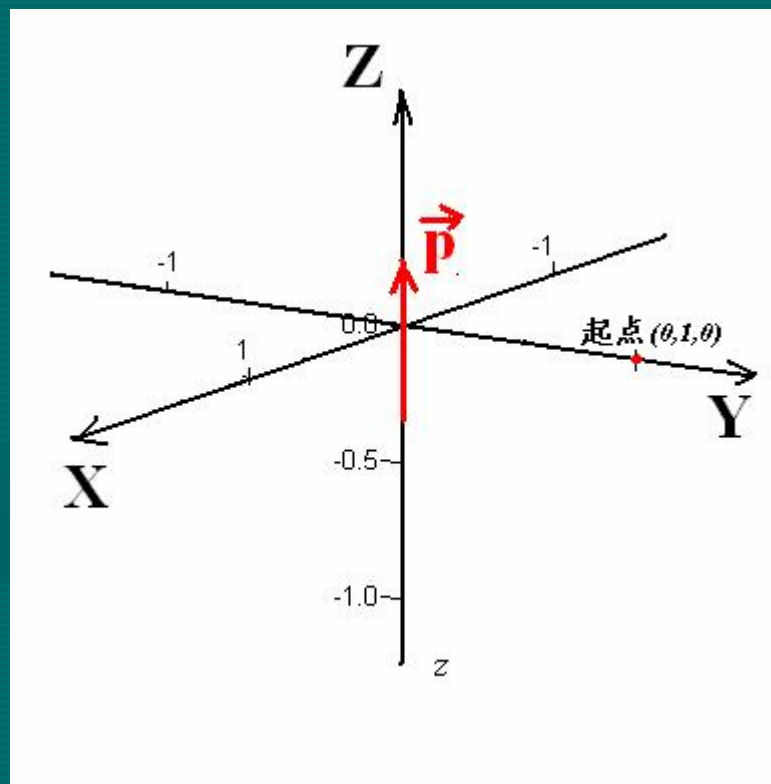
电偶极矩 $\vec{p}$ ：沿Z轴正向

粒子电性：单位正电荷

初始位置：Y轴，坐标(0,1,0)

初始速度： $\vec{v}_0 = 0$

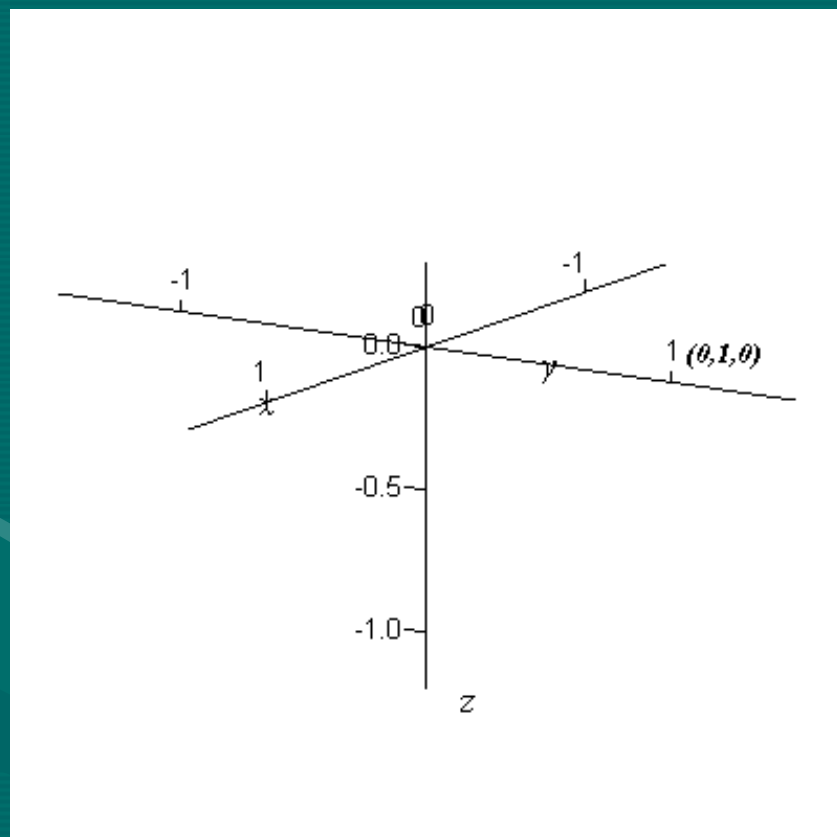
运动情况？



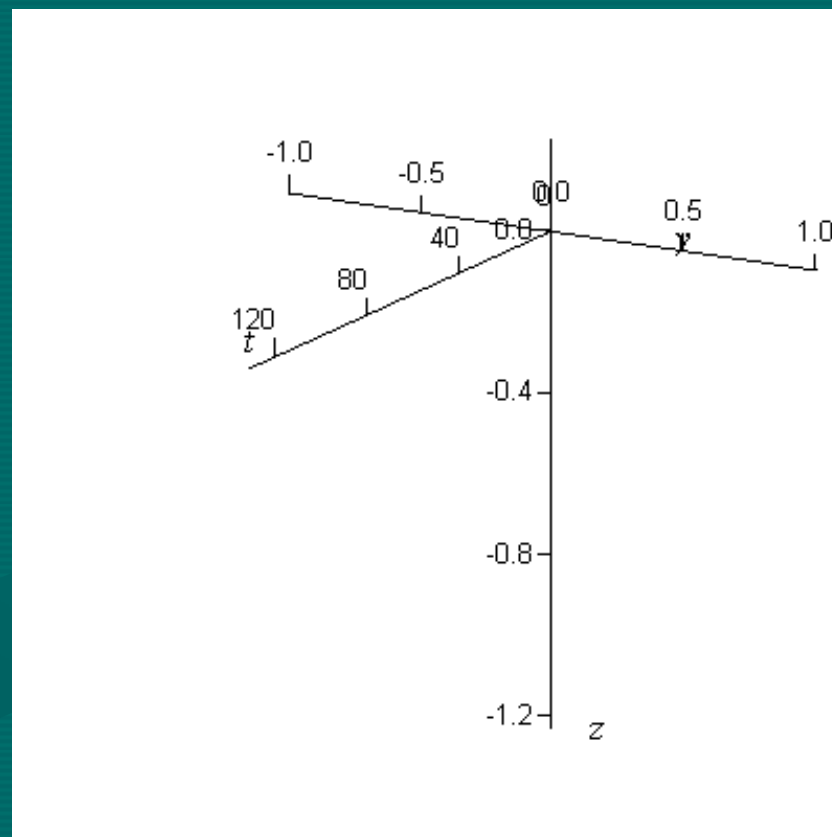
带电粒子在电偶极子场中的运动

直接从计算机模拟得到结果如下图：

观察到粒子在Y-Z平面以一个半圆形轨道做来回的周期摆动



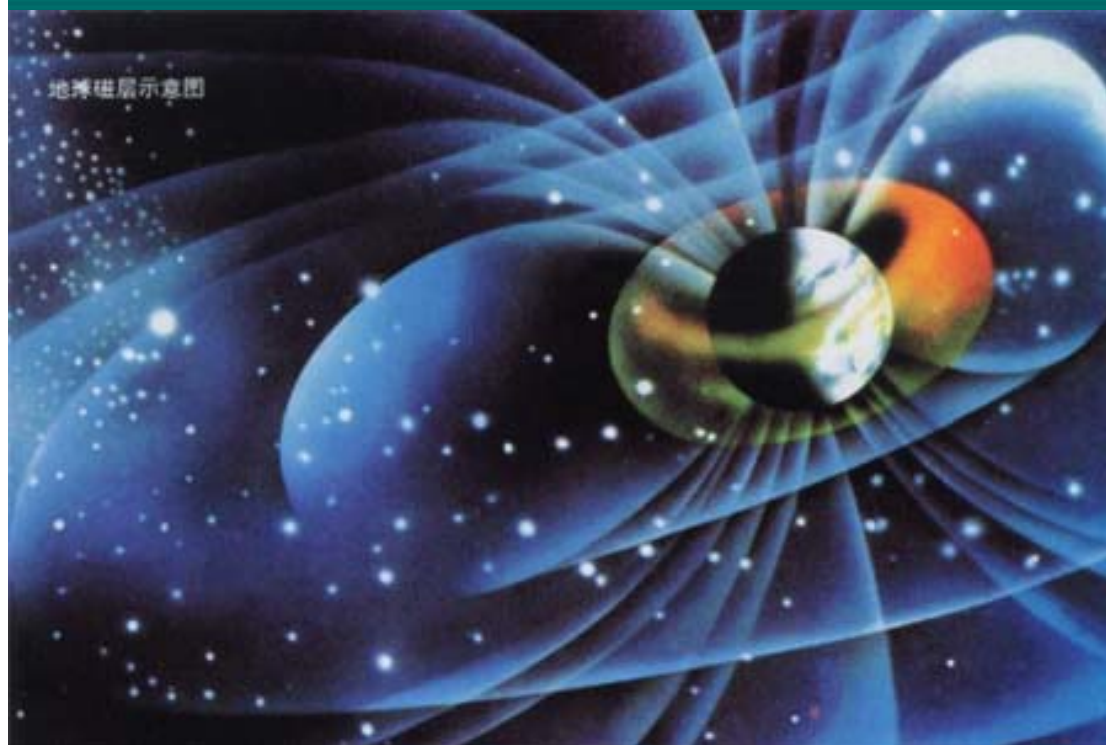
运动轨迹图



增广相空间中的轨迹

带电粒子在磁偶极子场中的运动

为了使计算机模拟更富有真实性，下面就用实际数据模拟了带电粒子在地磁场中的运动，解释一个重要的现象-----范爱伦带。



地球磁场绝大部分是一个偶极子场，在其附近的空间内可以产生类似于磁镜的磁场位形。而我们知道，满足一定条件的带电粒子进入磁镜后就会被其所束缚，从而只能在磁镜内部来回的运动。而范爱伦带就是由于地球的磁镜效应产生的一种现象，它实际上就是被地球磁场所俘获的一些质子和电子所构成的带电粒子区域。

带电粒子在磁偶极子场中的运动



美国“太空探索先驱”

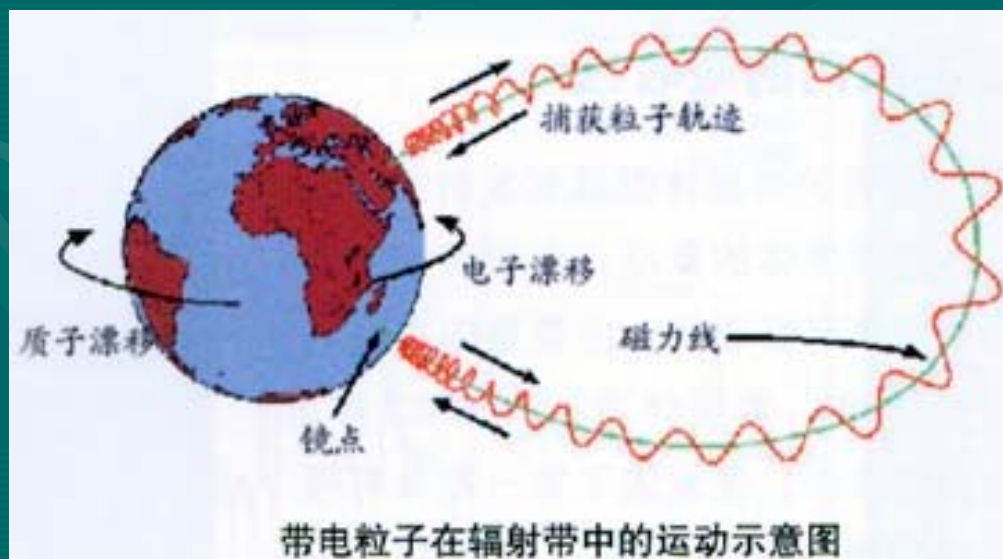
物理学家

詹姆斯·范艾伦

James Van Allen

范爱伦带中的粒子运动由三方面构成:

1. 由于受洛伦兹力,粒子绕磁力线的**回旋运动**.
2. 由于磁镜效应,粒子在南北两个磁镜点之间几乎沿着磁力线来回的**弹跳运动**.
3. 由于偶极场的非均匀性,粒子在弹跳的同时会缓慢地从一条磁力线移向邻近的磁力线,称之为**漂移运动**.



带电粒子在辐射带中的运动示意图

带电粒子在磁偶极子场中的运动

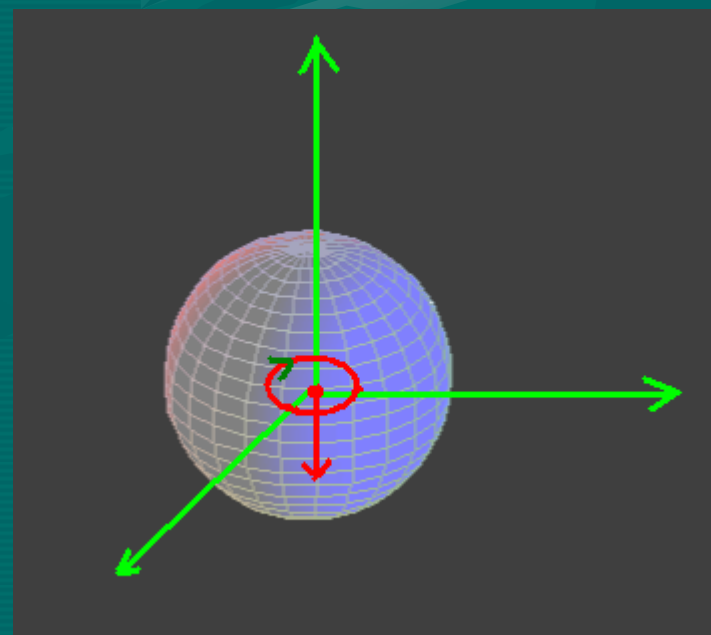
Step1.地球磁场用磁偶极子场等效:

可参见胡友秋, 程福臻, 刘之景的《电磁学》的习题5.11

已知地面附近的磁场的为0.8G,如果假定地球磁场都是由赤道平面上的小电流环产生的, 我们可以计算出地球等效的磁偶极子的磁偶极矩 $\vec{m}$ 的大小为 $8 \times 10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$

从而在下面的模拟中我们将地球磁场等效为一个磁偶极子场, 方向由地球的地理北极指向地理南极, 如右图。

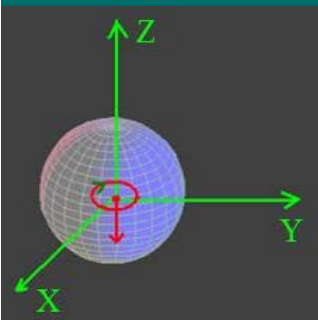
磁偶极子场:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} [3(\hat{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \hat{m}]$$



带电粒子在磁偶极子场中的运动

Step2.

根据我查到的资料，范爱伦带中粒子主要是一些高能的质子和电子，范爱伦带高度在1—4个地球半径之间。在模拟实验的过程中，我发现粒子的能量与初始位置以及速度是很重要的条件，改变这些条件可以得到许多有趣的图象。但是为了说明范爱伦带，参照了一些这方面的介绍，给出如下的初值条件。



粒子类别：电子

静止能量： $E_0 = m_e c^2 = 0.512 \text{ MeV}$

静止质量： $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

粒子能量： $E_t = 150 \text{ MeV}$

初始位置： $(0, 2 \times 10^7, 0)$

初始速度： $v_x = 0 \quad v_y = -1 \times 10^8 \text{ m/s}$

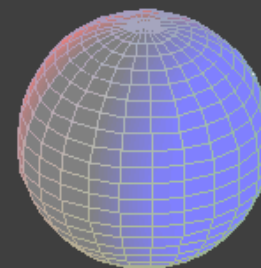
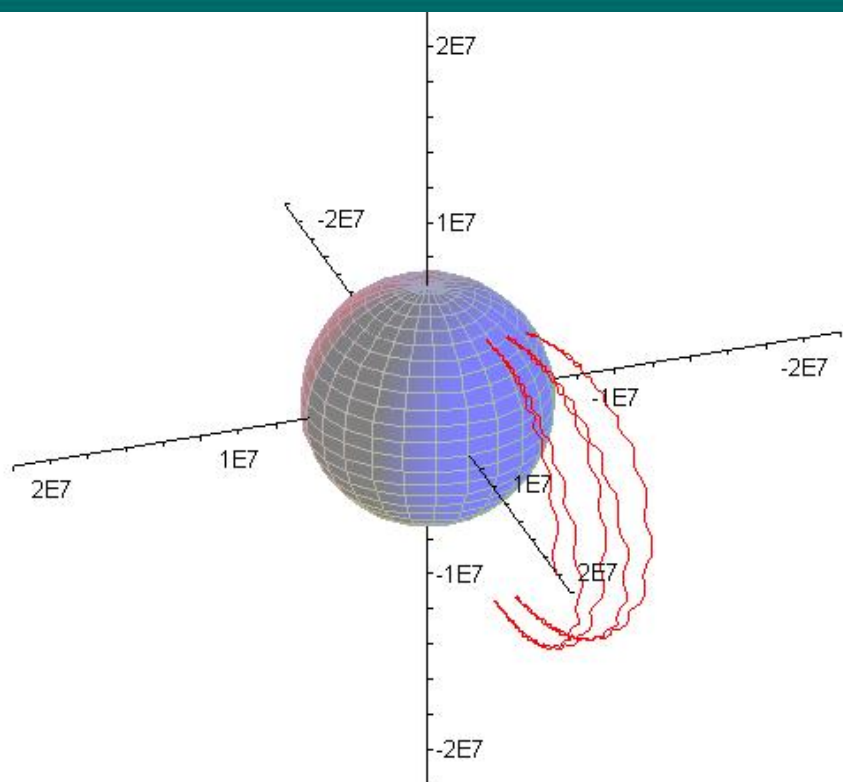
这种情形下，相对论告诉我们：

$$\text{运动速度: } v_r = c \times \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_t} \right)^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{沿Z轴速度} & v_z = \sqrt{v_r^2 - v_x^2 - v_y^2} \\ \text{运动质量} & m_r = \frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_r}{c} \right)^2}} \end{cases}$$

带电粒子在磁偶极子场中的运动

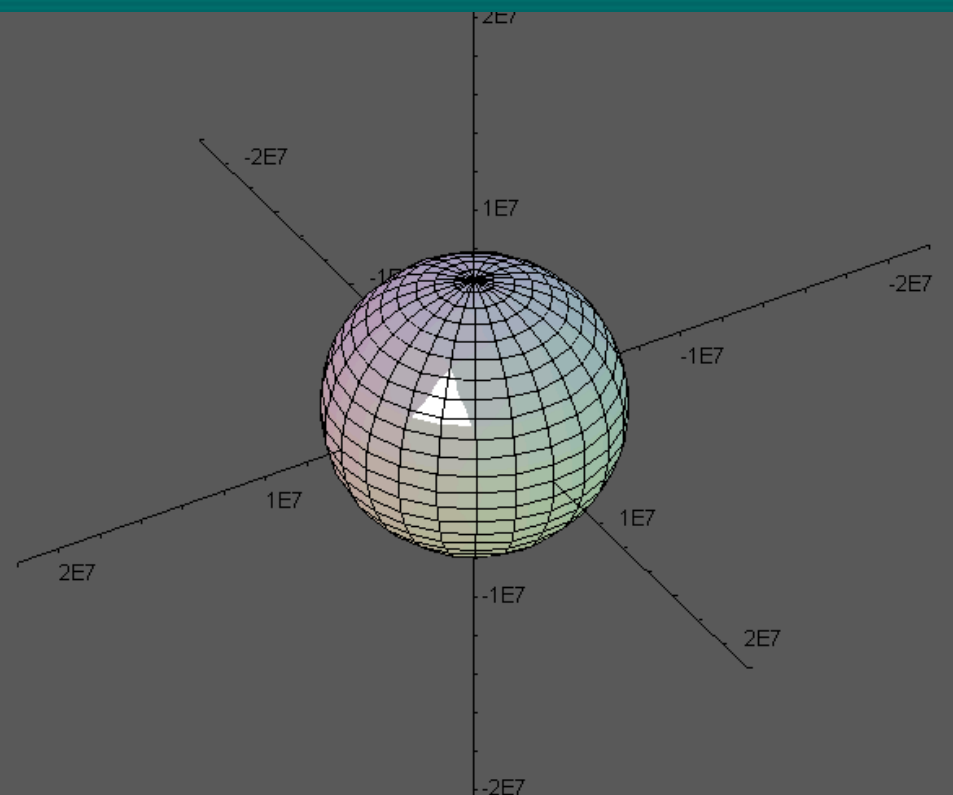
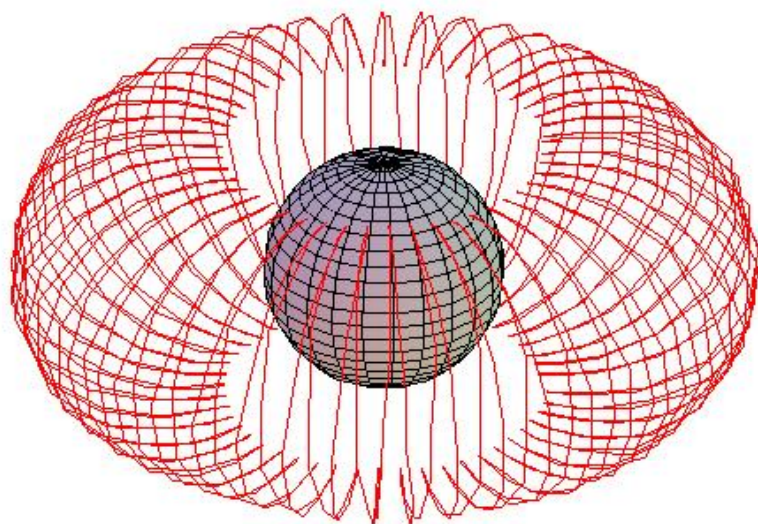
Step3. 模拟结果如下: $T = 1.38s$



可以很直观看到电子在南北两极之间来回并且向东运动
(东漂现象)

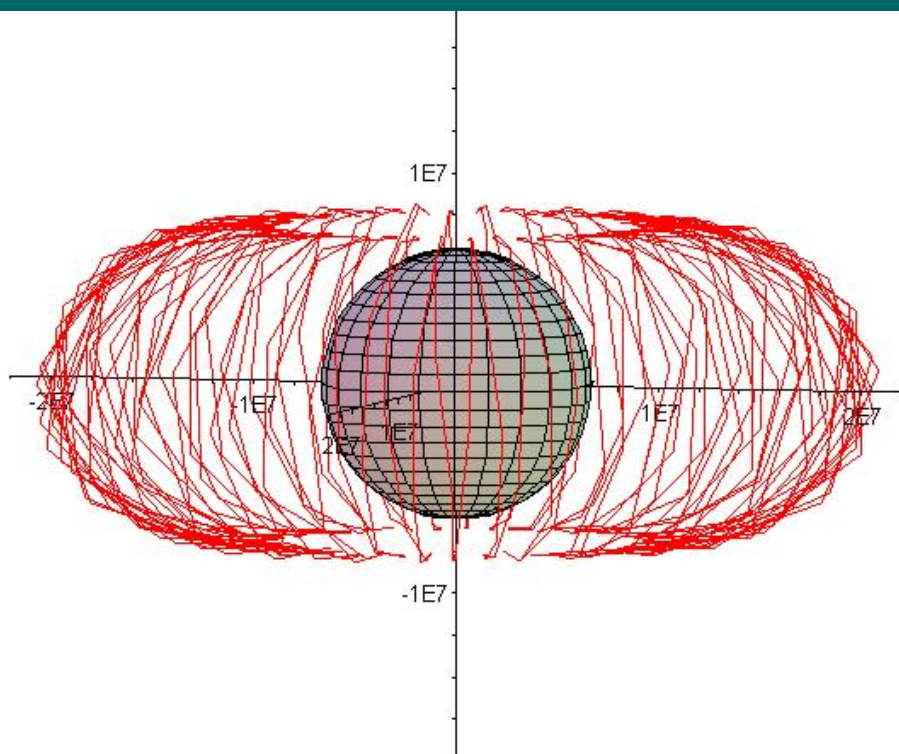
带电粒子在磁偶极子场中的运动

Step4. 当时间足够时 $T = 13.8s$

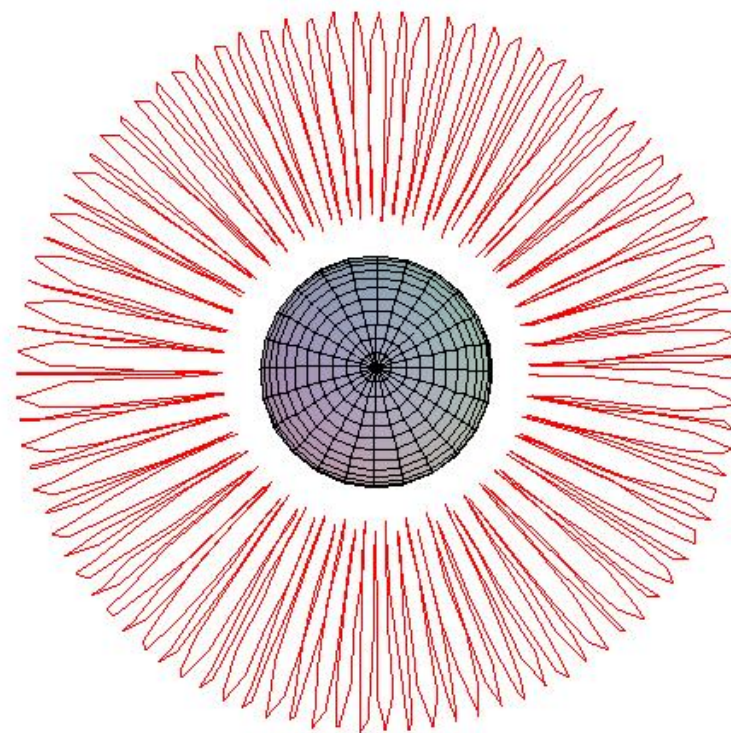


轨迹大致与磁力线重合

带电粒子在磁偶极子场中的运动



侧视图



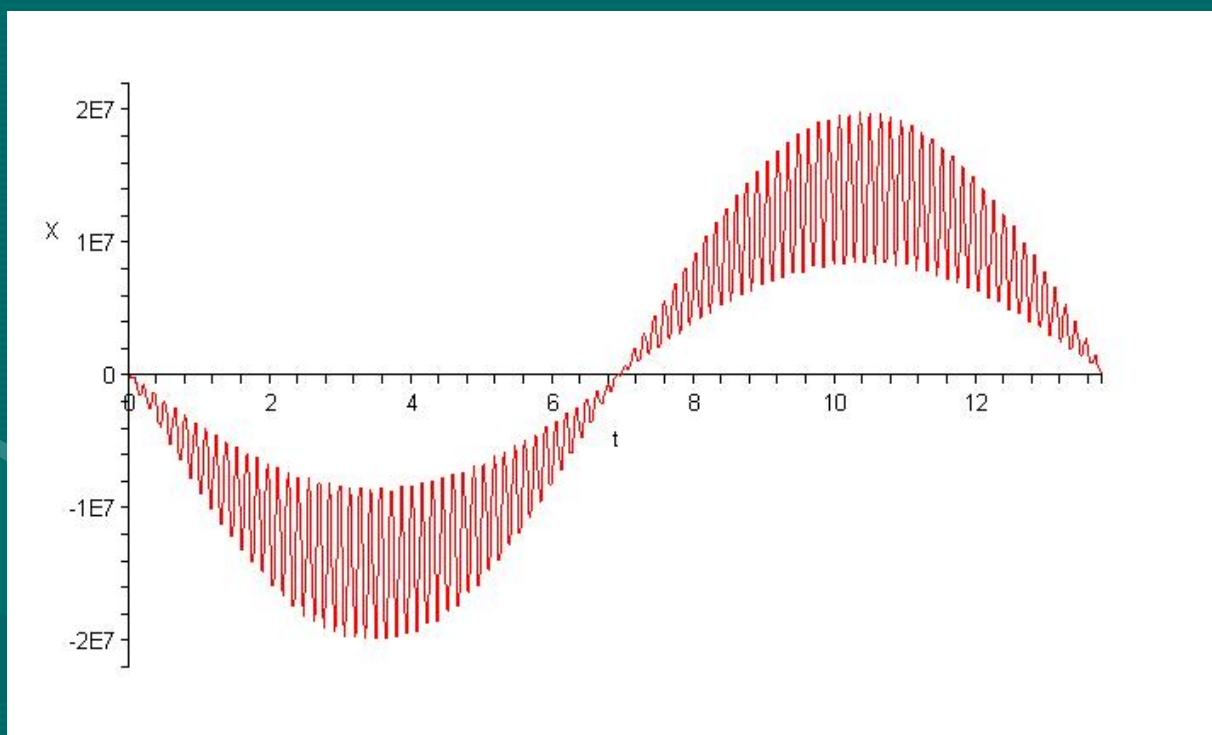
俯视图

可以看到电子的运动总被限制在一个环带状的区域中

带电粒子在磁偶极子场中的运动

再来看几个定量的图：

在程序模拟时计算机可以直接给出图像上每一点的坐标



漂移运动的周期

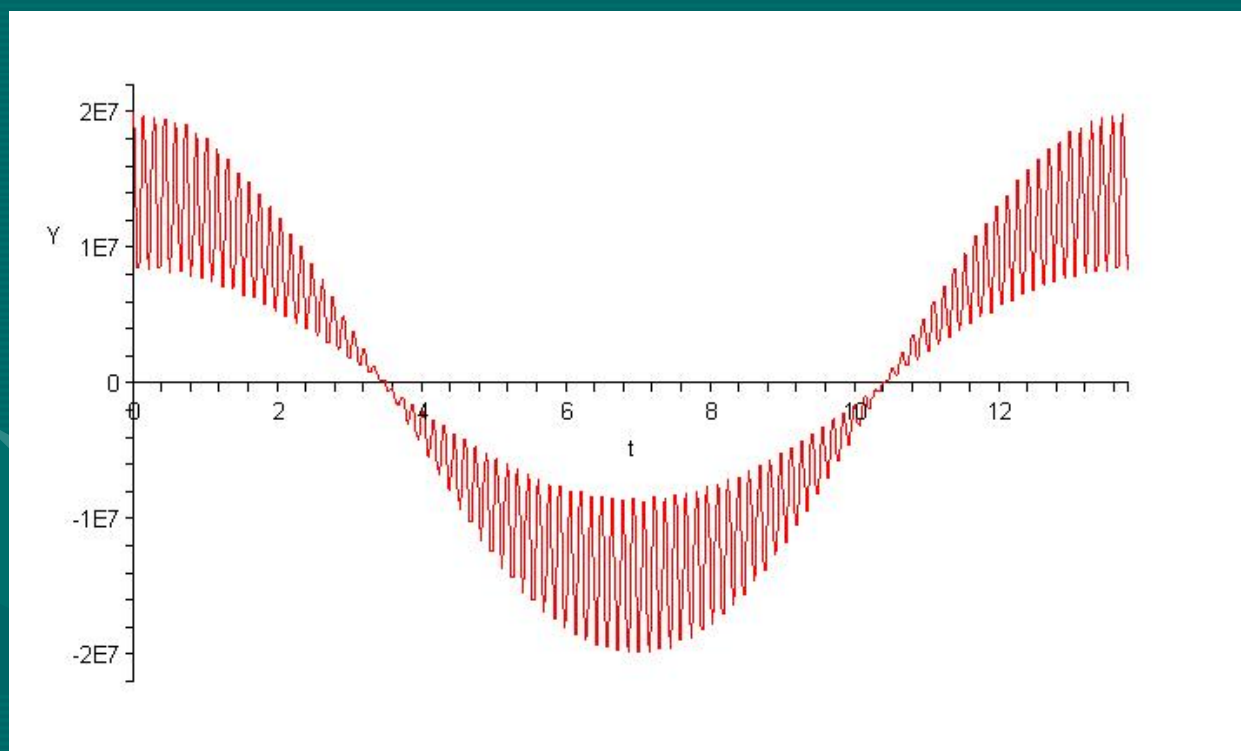
$$T=13.8 \text{ s}$$

X坐标随时间的变化曲线

带电粒子在磁偶极子场中的运动

再来看几个定量的图：

在程序模拟时计算机可以直接给出图像上每一点的坐标



Y坐标随时间的变化曲线

向x-y平面的投影是
半径为

$$8 \times 10^6 \sim 2 \times 10^7 m$$

圆环带

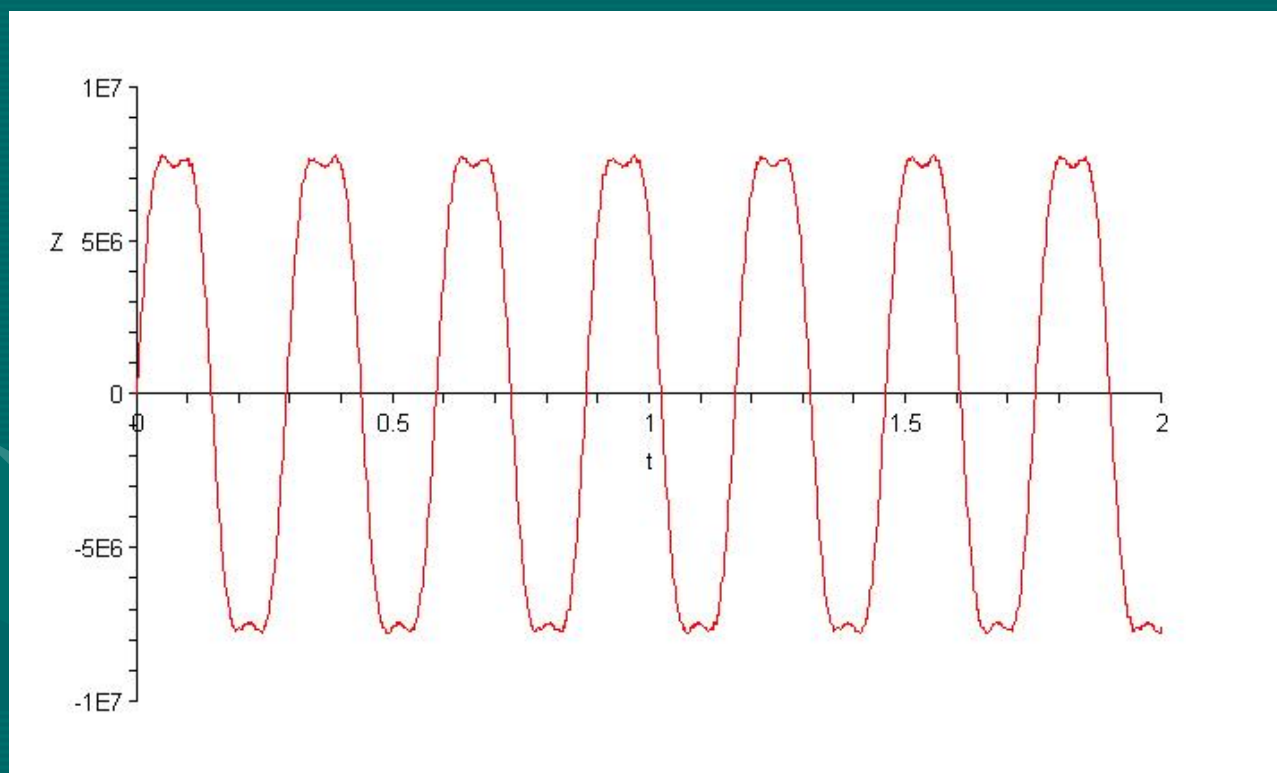


辐射带的高度在
 $2 \times 10^6 \sim 1.4 \times 10^7 m$
之间

带电粒子在磁偶极子场中的运动

再来看几个定量的图：

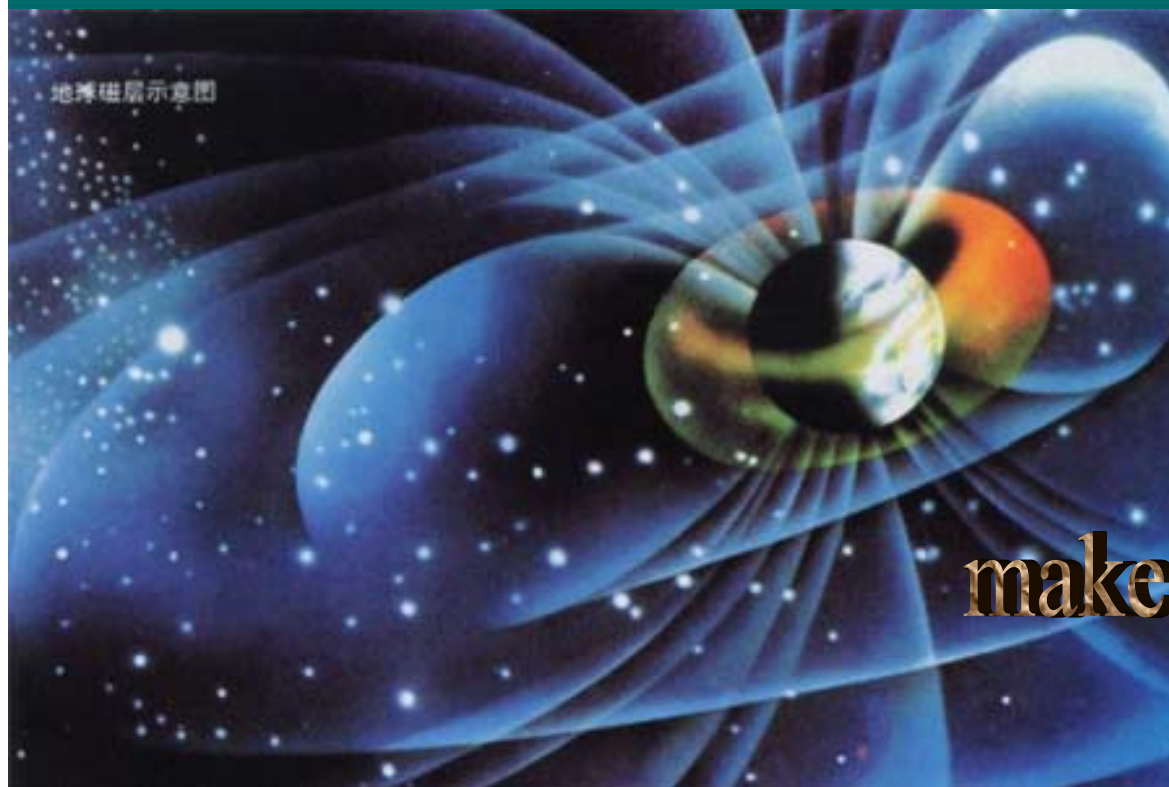
在程序模拟时计算机可以直接给出图像上每一点的坐标



Z方向的运动在
 $-7.6 \times 10^6 \sim 7.6 \times 10^6 m$
之间

Z坐标随时间的变化曲线

带电粒子在磁偶极子场中的运动



上面虽然只模拟一个电子的运动就可以看出范爱伦的许多性质.可见,若改变初始条件,并进行统计分析,可以用计算机模拟出范爱伦带的其他参数,从而为进一步的空间探测作出理论上的指导.

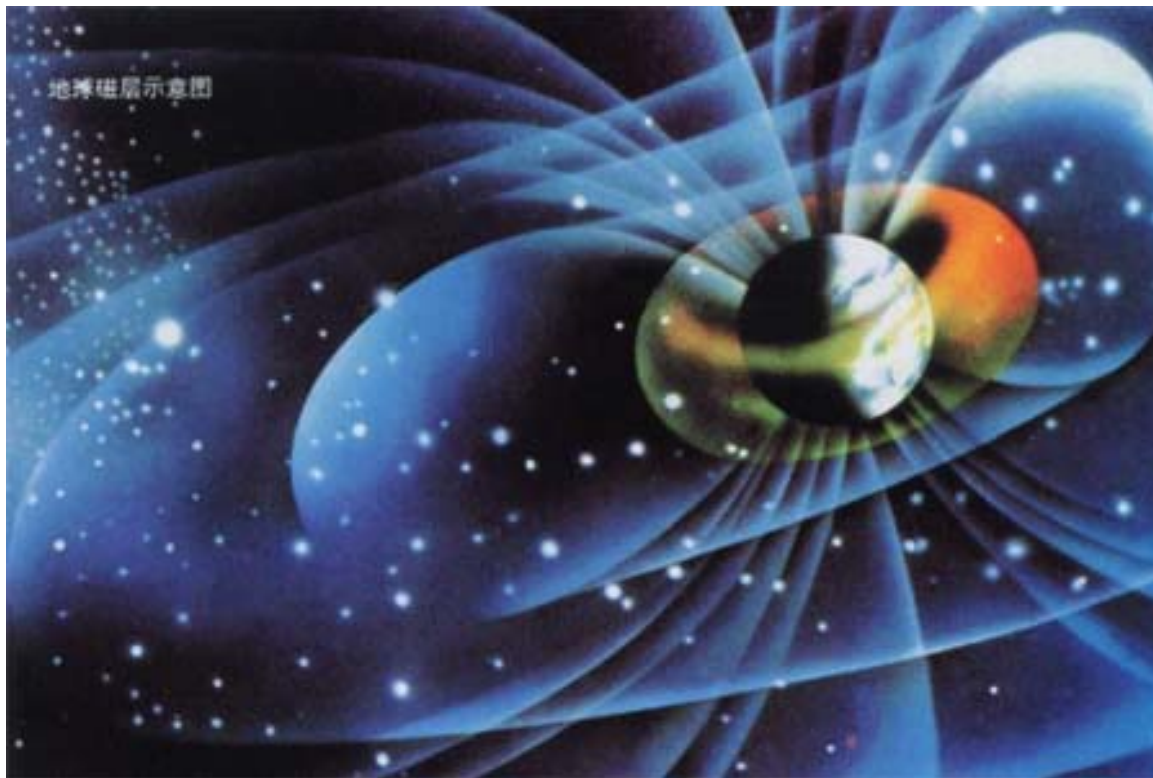
make impossible possible



意义???



魅力!!!



感谢
戚伯云教授,
张鹏飞副教授,
詹中文,李蜜两位助教
的指导!

谢谢!

