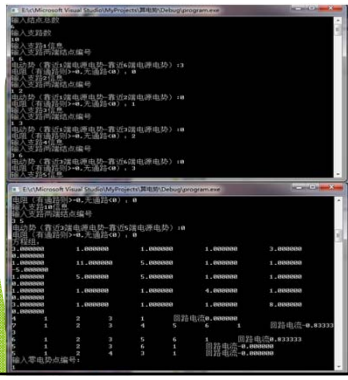
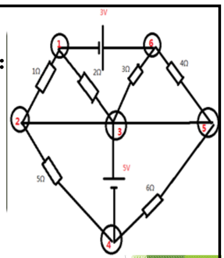
求解电路及算法优化的构想和讨论

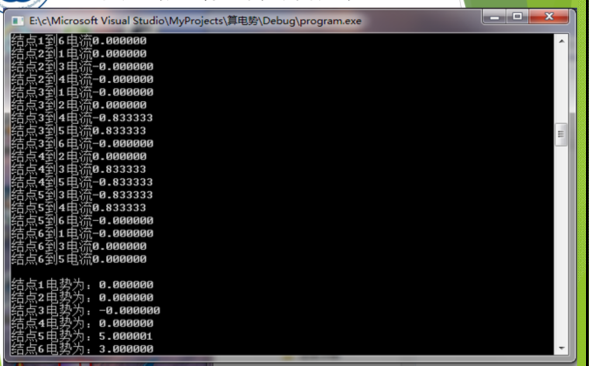
中国科学技术大学
化学物理系
虞叶卿
PB12206029

基于回路法做的程序展示：





基于回路法做的程序展示：



用回路法要解决的个问题模块和时间复杂度分析

先设几个量：pn结点总数，n回路总数，m支路总数，k平均回路长度（回路经过的结点数），d平均结点度数（平均与每个结点相连的边数）。
A模块：找回路要做两次循环找连通的路径并遍历，时间复杂度为O(pn^2k)。
B模块：归并电流要遍历两遍回路并遍历每条回路长，时间复杂度为O(n^2k^2)。
C模块：高斯消元法求解方程时间复杂度为O(n^3)。
D模块：由循环层次可得时间复杂度O(pn^2nk)。
E模块：广度遍历电路网时间复杂度为O(pn)。

时间复杂度分析

先设几个量：pn结点总数，n回路总数，m支路总数，k平均回路长度（回路经过的结点数），d平均结点度数（平均与每个结点相连的边数）。
由图论公式 n=m-pn+1，m的数量级可以从pn到pn^2，故n的量级可以从1到pn^2，**以下优化讨论对最坏情况和n的量级约等于pn^2的情况**，最坏情况下k≈pn，m≈ pn^2，n≈ pn^2，换算各模块时间复杂度为

A、找回路　$O(n^{\frac{3}{2}})$
B、构造方程组　$O(n^3)$
C、解方程组　$O(n^3)$
D、分解电流　$O(n^{\frac{5}{2}})$
E、求电势　$O(n^{\frac{1}{2}})$

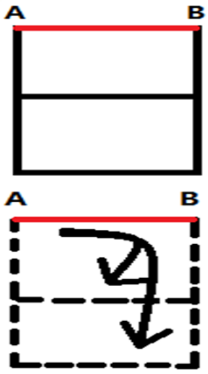
得到消耗时间最大的两个模块为 构造方程组、解方程组

解方程时间复杂度的减小可能性

现程序用的是高斯法解方程时间复杂度是$O(n^3)$，高斯法可以得到精确的解，但假如对解的精确度要求不高，可以用迭代法固定到达精确度的循环次数，可以在n很大的情况下时间复杂度为$O(n^2)$。

现在能够降低解方程的时间复杂度，接下来讨论降低构造方程的时间复杂度

回路法降低构造方程时间复杂度的困难



构造方程时需要每查找到一条支路就要查看其它所有的回路，这是必要的操作步骤，而每条回路的相应支路都要查找一次，这也是必要操作，故用回路法构造方程的时间复杂度降不下来。

支路法求解电路的时间复杂度探讨

已知采用支路法要解方程的数量会有所增加，那么这个数量的增加是否会导致时间复杂度量级的增加呢？

已知支路法要解方程的数量为n+m

根据之前假设，对m~n~pn^2的情况，

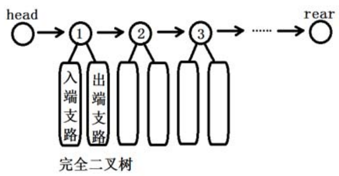
求解方程数量

$$pn+n=pn+m-pn+1\sim\frac{pn(pn+1)}{2}\sim pn^2$$

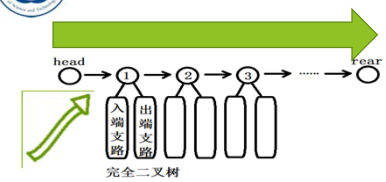
故支路法解方程的数量级没有增加。

既然用支路法解方程的时间复杂度没有增加，那么一下讨论通过可行的数据结构基于支路法降低构造方程的时间复杂度而降低整个程序的时间复杂度。

优化结构



优化结构的操作演示



基于优化结构时间复杂度为

$$O(n^{\frac{3}{2}})+O(pn\times d)=O(n^{\frac{3}{2}}+pn\times d)\approx O(n^{\frac{3}{2}}+n)=O(n^{\frac{3}{2}})$$

于是整个程序时间复杂度降低了。

动态管理：

输入一个电路后，常常希望对电路做一些小改动以查看电路各种信息的改变，由此要实现电路的动态管理。

回路法实现动态管理困难：

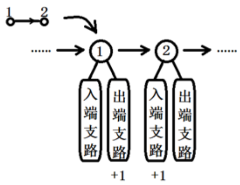
由于回路法的整体性，构造方程时要以每个回路为单元，如果回路发生变化整个方程组的系数都有可能发生改变，所以要对所有的系数都要进行改变，于是整个构造方程组的过程要重来一遍。

支路法实现动态管理的优势：

支路法构造方程以支路为未知数，改变一条支路只对一个元的系数产生改变，故要是能采取适当的数据结构就可以利用支路法的特点方便地实现动态管理。

支路法结构在动态管理的操作：

插入边：

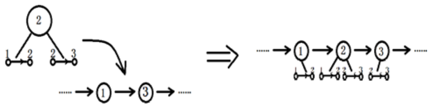


$$O(pn\log d)$$

删除边的过程类似，时间复杂度相同

支路法结构在动态管理的操作：

插入结点：



$$O(pnd\log d)$$

删除结点过程类似，时间复杂度相同。

谢谢大家！