高睿江
指导老师：徐春凯

# 球形闪电的形成

## 一、引言

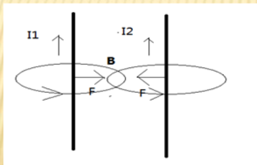
- 闪电是一种自然现象，通常是暴风云产生电荷，底层为阴电，顶层为阳电，而且还在地面产生阳电荷。正电荷和负电荷彼此相吸，巨大的电流沿着一条传导气道从地面直向云涌去，产生出一道明亮夺目的闪光。
- 闪电中存在一种球形闪电，球状闪电俗称滚地雷，就是一个呈圆球形的闪电球。这是一个真实的物理现象。

## 二、球形闪电的形成机制

- 球形闪电的形成原理始终没有定论
- 目前的部分解释：
  - 球状闪电是由含有水合离子的小水滴组成的，它通过离子反应来释放能量。
  - 球状闪电是由聚合体细丝缠绕而成，通过表面放电来释放能量。
  - 球状闪电是由金属纳米粒子链构成，其能量释放是通过金属纳米粒子的表面氧化来进行的。
  - 球形闪电是硅燃烧发光所致。
  - 球状闪电是由体积约为若干立方米的大气微波激射所引起的。
- 本人通过电磁学的学习，提出一种新的球形闪电形成机制，我把它称为“托克马克模型”。

## 三、托克马克模型

1. 闪电形成等离子体
2. 闪电中的等离子体汇聚
   - 把闪电看做许多同向大电流的集合，则由已有的知识，同向电流相互吸引，因此闪电形成的等离子体产生汇聚。




- 简单计算

对一个已经平衡的系统分析，设P是气压，j是轴向的电流密度， B是磁场强度，则有平衡方程：

$$SdP + jBSdr = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dr} + jB = 0 \qquad (1)$$

假设电流轴对称均匀分布，则：

$$j = \frac{I}{\pi r_0^2} \qquad B = \frac{\mu r}{2r_0^2} I$$

代入（1）后积分得：

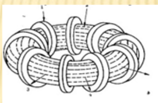
$$P - P_0 = -\frac{\mu I^2 r^2}{4\pi r_0^4}$$

可见在中心处压强应为最大.

因此，在闪电电流的作用下,刚产生的气体由于电磁力的原因需要达到上式的平衡状态，即中心压强最大，所以气体在出现后就会向闪电柱内汇聚，为形成球形闪电打下基础。

3. **感应电流**
   - 由于闪电放电时间极快且电流极大，因此放电结束时，等离子体中会产生感应电流。
4. **托克马克模型**
   - 感应电流呈环形如图，与托克马克装置类似，对等离子体产生磁约束，从而形成球状闪电。

## 四、球状闪电的稳定性

- 目前在大多数托克马克上都观察到的等离子体旋转。实验和理论已经证明在高约束状态等离子体旋转一定存在，所以带电粒子在约束下会产生旋转。
- 以产生旋转的等离子体球为参考，稳定的条件是中心压强小于边界压强，这样才能由压差来抵抗离心力和磁力。
- 下面进行一些稳定性计算

- 通过查阅文献，一个平衡的等离子体球需要满足下列方程：
  $\vec{J}\times\vec{B}=\nabla P$（1）$\nabla\times\vec{B}=\mu\vec{J}$（2）　$\nabla\cdot\vec{B}=0$（3）

用柱坐标表示且设其轴对称，有 $\frac{\partial B}{\partial\varphi}=0$，再设一原函数 $\Psi$，使得 $2\pi RB_R=-\frac{\partial\Psi}{\partial z},2\pi RB_z=\frac{\partial\Psi}{\partial R}$，再换为球坐标，可以得到

$j_\varphi=2\pi R\sin\theta\frac{dP}{d\psi}+\frac{\mu}{4\pi R\sin\theta}\frac{dI^2}{d\Psi}$，$\nabla^2\Psi=-2\pi\mu Rj_\varphi$，设P，I 都是关于 $\Psi$ 线性的，所以 $P=A\Psi+P_{外}$，$I=c\Psi$，最后即解

$$\nabla^2\Psi=-4\pi^2\mu aR^2\sin^2\theta-\mu^2c^2\psi$$

$$\Psi=0 \qquad \vec{r}\cdot\nabla\psi\big|_{r_0}=0$$

设 $b=\mu c$ 解得 $\Psi=R\sin^2\theta[\frac{4\pi^2\mu ar_0}{b^2J_1(br_0)}J_1(br)-\frac{4\pi^2\mu a}{b^2}r]$，所以

$$P=R\sin^2\theta[\frac{4\pi^2\mu a^2r}{b^2J_1(br_0)}J_1(br)-\frac{4\pi^2\mu a^2}{b^2}r]+P_{外}=R\sin^2\theta\frac{4\pi^2\mu a^2}{b^2}[r_0\frac{J_1(br)}{J_1(br_0)}-r]+P_{外}$$

- 令 $f(r)=r_0\frac{J_1(br)}{J_1(br_0)}-r$，要证明P<P$_{外}$，即证明 $f(r)<0$
- $f(r)\sim\sum(-1)^n\frac{c^{2n+1}(x^{2n+1}-x)}{n!(n+1)!}\mathrm{sgn}(\sum(-1)^n\frac{c^{2n+1}}{n!(n+1)!})$

其中 $x=\frac{r}{r_0}$，$c$为与球形贝塞尔公式有关的常数

- 对于$c$，由边界条件及贝塞尔函数递推公式

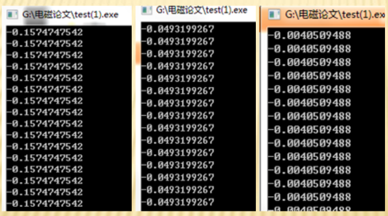
$$xJ_1'(x)-J_1(x)=-xJ_2(x)$$

可得 $J_2(br_0)=0$，通过查阅数学公式表得到第一类球贝塞尔公式的根当m=2时n为1根为5. 763，n为2根为9. 095，n为3根为12. 323，n为4根为15. 515，n为5根为18. 686。

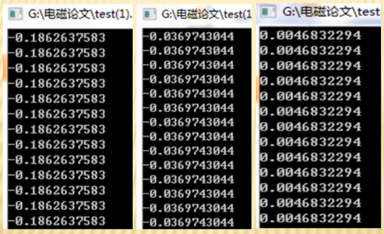
　　这些数的确定应该是与等离子球具体的参数有关的，当边界条件或求参数满足一定条件时，应该分别都可能取到。所以$c$可能取上述的这些根值。

下面通过编程用迭代法计算球形闪电边界处的$f(r)$

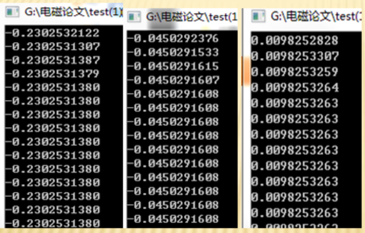
1. $c$=5.763，$x$=0.9，0.95，0.99



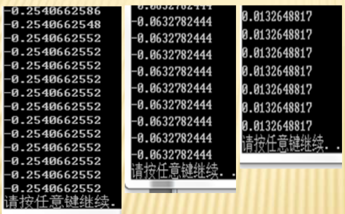
2. $c$=9. 095， $x$=0. 9, 0. 95, 0. 99



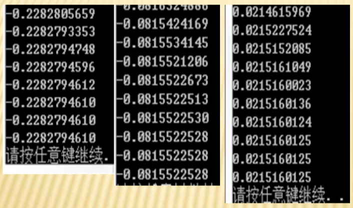

3. $c$=12. 323, $x$=0. 9, 0. 95, 0. 99




4. $c$=15. 515, $x$=0. 9, 0. 95, 0. 99




5. $c$=18.689， $x$=0.9,0.95,0.99




- 可以看出，大体上呈现其值小于0，所以可以大致认为$P<P_{外}$，符合最初的设想，所以一定程度上该球是稳定存在的，而若由于外力的作用使磁场的束缚作用消失，气体就会由于失去限制爆发出闪电带给其的巨大能量，造成灾难。
- 但在$c$>9之后可见在球边缘处气压略大于外压。但该项较小，这里可能是计算中有一些误差，或者可以认为$c$=5时是球比较稳定的状态。
- 计算可以证明球形闪电球在受力上是比较稳定的。

## 五、为何球形闪电很稀少

- 由搜集到的一些资料表明，球形闪电是很稀少，较难被观测到的。但由上述分析闪电球也是较为稳定的，这就产生了矛盾。
- 1）根据上面的分析，球形闪电存在时间的长短主要和感应电流的强度和球的具体参数有关（与c有关），所以只有满足闪电电流较大（不然感应电流十分微小，电流迅速消失气体球也将同时消失，失去观测可能）且气体球满足一定条件时才可能形成球形闪电。
- 2）气体刚形成时，必须满足可被观测到的条件，即不能过小（人眼无法看到），也不能过大（球形闪电若过大，就不能看做孤立的系统，在和外界相互作用的同时，携带大量的电荷势必要向周围放电，巨大的能量也决定了其必不稳定）。
- 所以在几个条件的限制下，球形闪电的生成需要大量条件，所以其稀少也是正常的了。

## 附录1：计算程序

通过编程

```
#include<cstdio>
#include<cstdlib>
#include<cstring>
#include<algorithm>
#include<iostream>
#define MAXX 60
using namespace std;
double c,x,n1,n2,tc,tx,ans,res,flag;
int main()
{
    scanf("%lf %lf",&c,&x);
//    freopen("test.out","w",stdout);
    n1=1; n2=1; tc=c;
    ans=0.0;
    tx=x;
```

```
 res=0.0;
    for (int i=1;i<=MAXX;i++)
    {
        n1=n1*i; n2=n2*(i+1);
        tc=tc*c*c;
        tx=tx*x*x;
        if (i % 2==0) flag=1; else flag=-1;
        res+=flag*tc/n1/n2;
        ans+=flag*tc/n1/n2*(tx-x);
        if (res<0) printf("%.10lf\n",-ans);
           else printf("%.10lf\n",ans);
    }
//
    system("pause");
    return 0;
}
```

## 附录2：参考文献


- 胡友秋，程福臻，叶邦角.电磁学与电动力学【M】.北京：科学出版社，2008
- 王桂花， 秦欢， 龚学余． 固定边界 Grad-Shafranov 方程的求解[J]． 科学技术与工程， 2009， 9(19).、
- 查学军， 朱思铮， 虞清泉． 托卡马克等离子体平衡的数值研究[J]． 计算物理， 2002， 19(5)： 413-418.。
- 赵凯华.新概念力学【M】.北京.高等教育出版社.2008
- 李定.等离子体物理学【M】.北京.高等教育出版社.2006.5


- 谢谢大家！