

库伦定律和光子静质量 相关问题的讨论

By:朱鹏昊

答辩流程

- 一、问题提出
- 二、具体讨论
 - 1.库仑定律与光子静质量关系
 - 2.平方反比率不严格成立时的一些物理现象
 - 3.光子静质量的探测
- 三、结语及一些猜想

2014/11/12

问题的提出

个人一直感觉，相对论两个基本原理中，光速不变原理较相对性原理显得比较突兀，有人说，Einstein在前门赶走了以太，却又在后门放进了莫名其妙的光速。看到课本上说静电力的平方反比率的严格性与光子静质量是否严格为零相关，而光子静质量是否严格为零决定着光速不变原理的正确与否。于是，文章首先从Proca方程出发，导出光子静质量严格为零与库伦定律严格平方反比的关系。而后讨论光子静质量不为零对一些物理理论的影响（如光速发生真空色散，即光速不变原理失效）。最后给出若干验证光子静质量为零的实验方法方法，以及一些现有的实验数据。

具体讨论

一、库仑定律与光子静质量关系

Proca方程是在电磁场的拉格朗日密度中入了光子的静质量项，并用变分方法得到的。此处略去其理论推导直接给出有源无介质时的Proca方程（国际单位制）

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \mu_r^2 \phi \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_r^2 \vec{A} \quad (1.4)$$

其中 ϕ 为电势， \vec{A} 为磁矢势， \vec{j} 总电流密度矢量， ρ 为总电荷密度， c 为 $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ， μ_r 为 $\frac{m_\gamma c}{\hbar}$ 。且其中 \vec{A} 和 ϕ 分别满足如下关系

2014/11/12

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.5)$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.6)$$

可见光子静质量的影响体现在 μ_r 上，当 $m_\gamma = 0$ 时Proca方程变回为Maxwell方程。

下面便是要从Proca方程出发推导出光子静质量不为零时的“库伦定律”。

$$\text{一方面 } \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \nabla \left(\frac{\rho}{\varepsilon_0} - \mu_r^2 \varphi \right) - \nabla^2 \vec{E}$$

$$\text{另一方面 } \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_r^2 \vec{A})$$

整理后便得出重电磁场理论中对应的亥姆霍兹方程

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla \frac{\rho}{\varepsilon_0} - \mu_r^2 \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \vec{j}) \quad (1.7)$$

由于要求出重电磁理论下相应的库伦定律形式，则需取静电场，点电荷的条件，写成数学表达形式即为

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = 0, \vec{j} = 0 \quad \rho(r) = Q\delta(r)$$

上述 (1.7) 式简化为

$$(\nabla^2 - \mu_r^2) \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.8)$$

上式的解应为Yukawa势

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r} \exp(-\mu_r r) \quad (1.9)$$

于是

$$E(r) = -\nabla\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\mu_\gamma}{r} \right) \exp(-\mu_\gamma r) \quad (1.10)$$

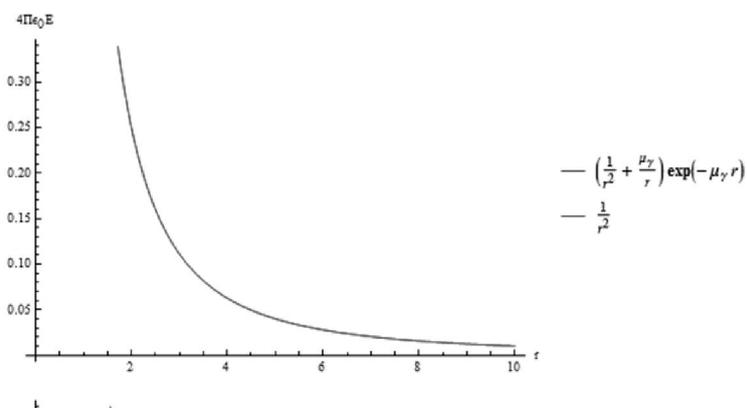
可见 $r \ll \mu_\gamma^{-1}$ 时，场强还可较好的近似满足平方反比，但当 $r \gg \mu_\gamma^{-1}$ 时，将严重偏离平方反比。

至此，推导已经完成下面对所得结果意义进行分析：

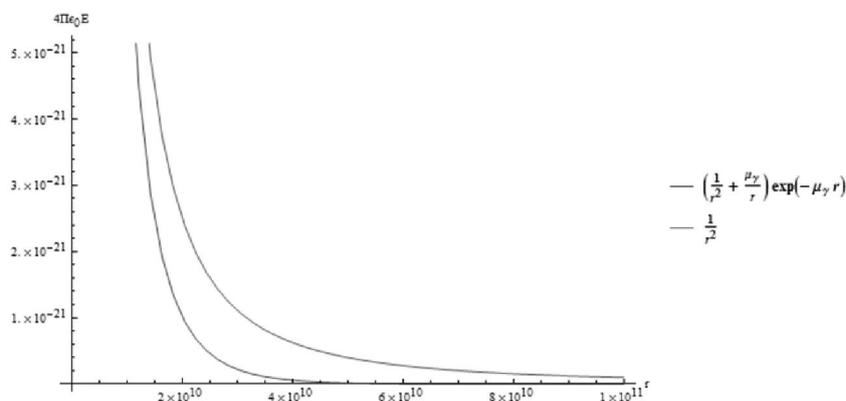
上述过程由光子静质量不严格等于零推出库仑定律平方反比非严格成立。实际上，若库仑定律不严格满足平方反比，而是 $E(r) \propto \frac{1}{r^{2+\sigma}}$ ，代入到Proca方程中，显然有 $\mu_\gamma \neq 0$ ，即光子的静质量不为零。因此光子静质量不严格为零和库仑定律平方反比非严格成立可互相推出，从而两种说法间存在等价关系。

2014/11/12

图1. $r \ll \mu_\gamma^{-1}$ 时修正过的库伦定律与库伦定律对比 ($\mu_\gamma^{-1} \square 10^{10}$)



2014/11/12

图2. $r \gg \mu_r^{-1}$ 时修正过的库伦定律与库伦定律对比

2014/11/12

其实从给出Proca方程 (1.1) 式就可以看出，它与方程形式Maxwell不同，而Proca方程时在电磁场的拉格朗日密度中引入了光子的静质量项，并用变分方法得到的，其本质没有添加新的内容（或电磁场满足的规律）。于是建立Maxwell方程时电磁所遵循的库伦定律必然遭到破坏，而这个破坏在建立Proca引入光子静质量的修正项时就已经存在，我们的推导（1.10）式）只不过是把库伦定律的破坏显现了出来，并不是说明库伦定律的破坏是由Proca方程所确定或直接得到的结果。而要真正的从源头上解释库伦定律的破坏，需要用到量子场论的知识。

二、平方反比率不严格成立时的一些物理现象

（一）中已经论述过平方反比率不严格成立和光子静质

2014/11/12

量不严格为零件的等价关系，故仍旧从Proca方程出发，描述在光子静质量不严格为零时的影响。

(1) 电磁场的规范不变性遭到破坏

A. 规范不变性：

对磁矢势 \vec{A} 和电势 φ 满足：

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.1)$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2.2)$$

如果磁矢势 \vec{A} 加上一个标量 Λ 的散度 $\nabla \Lambda$ ，再将 φ 用 $\varphi' = \varphi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ 代替则得到同样的 \vec{E} 和 \vec{B} ，可以发现磁矢势和电势对同一电磁场的描述缺乏唯一性，称

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \Lambda \quad (2.3)$$

$$\varphi' = \varphi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \quad (2.4)$$

为电磁场的规范变换，电磁场的规律在规范变换下不变的性质称为规范不变性。

B. 在Proca方程中，磁矢势 \vec{A} 和电势 φ 出现在方程中，光子静质量不为零使两者具有了实在的物理意义，故电磁场唯一确定时，磁矢势 \vec{A} 和电势 φ 也唯一确定，故规范不变性遭到破坏。

对称性和守恒性是物理学中两个十分重要且具有密切关系的基本概念。空间平移不变性导致动量守恒，空间旋转不变性导致角动量守恒，而时间平移不变性导致能量守恒。

2014/11/12

量子场论中的规范不变性是物质系统的一种内部对称性，在量子电动力学中可以严格证明，规范不变性导致参与电磁相互作用的系统电荷守恒。正是由于重电磁场理论中规范不变性遭到破坏，这一理论才长期不被主流科学家们重视。

(2) 光速在真空中出现色散效应

Proca方程在无电荷，无电流的空间里的平面波解设为

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t) \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t) \quad (2.6)$$

其中 \mathbf{K} 为角波数，那么把所设解代入(1.7)式($\rho=0, \vec{j}=0$)可得

2014/11/12

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = \mu_r^2 \quad (2.7)$$

此处 c 仍是一个常数 $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ，可是它已经不再表示真空中的光速。于是自由电磁波的相速为

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\mu_r^2 c^2}{\omega^2}}} \quad (2.8)$$

群速为

$$v = \frac{d\omega}{dk} = \sqrt{1 - \frac{\mu_r^2 c^2}{\omega^2}} c \quad (2.9)$$

2014/11/12

可见真空中的光速发生而来色散，即不同频率的光在真空中速度不同，只有当频率区域无限大时，这一速度才是c。换言之，光速不变原理在重电磁场理论下不再成立。

(3) 除此之外，重电磁场理论下会导致纵光子的出现。电磁波不但有横波，还有纵波，导致电磁场自由度数目改变，从而黑体辐射理论公式中的有关系数将因此发生改变等等。

三、光子静质量的探测

可以发现光子的静质量不为零对理论物理将是灾难性的，但仅仅理论上的肯定是不够的，于是我们需要通过实验来验证光子静质量为零。

2014/11/12

(1) 理论上确定光子静质量最低上限
由时间——能量测不准原理得

$$m_{\gamma}c^2 \cdot \Delta t \sim \hbar \quad (3.1)$$

其中 m_{γ} 为光子的静止质量， Δt 取宇宙年龄，即 $\Delta t \sim 10^{10}$ 年，则有

$$m_{\gamma} \sim \frac{\hbar}{c^2 \Delta t} \approx 3.7 \times 10^{-66} \text{ g} \quad (3.2)$$

式(3.2)确定了光子静质量测量的最低上限。即探测 $\Delta t \sim 10^{10}$ 这么长的时间，才可能鉴别出如此小的质量。

2014/11/12

(2) 检验光子静质量的方法

A. 根据真空中光速色散效应来检测

对于频率分别为 ν_1, ν_2 的电磁波来说，若有 $\omega_1, \omega_2 \gg \mu_\gamma c$ ，则在(2.9)式中进行一阶近似，得两电磁波群速差为

$$\Delta v = \frac{1}{2} \mu_\gamma^2 c^2 \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right) \quad (3.3)$$

设法测出 Δv ，便可得出光子静质量。(双星掩食, de Broglize, 1940)

B. 根据静电力平方反比的偏移来估算光子静质量上限

在半径为 R_1 的球A外，同心地放置一个半径为 R_2 的球B，给B充电至其电势为 V_1 ，测出A球电势为 V_2 ，若

2014/11/12

静电力平方反比严格成立，则有 $V_1=V_2$ ，否则，根据(1.9)式，并进行1阶近似有

$$\frac{V_1 - V_2}{V_2} = -\frac{1}{6} \mu_\gamma^2 (R_2^2 - R_1^2) \quad (3.4)$$

容易发现，测出 V_1, V_2, R_1, R_2 代入上式即可求出光子的静质量。

1971年，Williams等人做了精确的平方反比的实验他们的到的实验结果为

$$m_\gamma \leq 1.6 \times 10^{-50} \text{ kg}$$

2014/11/12

(3) 对光子静质量检测现有的数据（部分）

表1 一些代表性的光子静止质量实验结果及采用的方法(以时间为序)

作者 [参考文献]	时间/年	实验方法	光子质量上限/g
De Broglie [1]	1940	检验星光色散效应	8×10^{-40}
Bass <i>et al.</i> [6]	1955	分析地球磁场中的“外来场”	2.0×10^{-47}
Florman [7]	1955	检验无线电波色散效应	6×10^{-42}
Feinberg [8]	1969	分析脉冲星 NPO532 色散效应	10^{-44}
Williams <i>et al.</i> [9]	1971	检验库仑定律	1.6×10^{-47}
Bay <i>et al.</i> [10]	1972	脉冲星辐射色散效应	3×10^{-46}
Hollweg [11]	1974	星际等离子体介质中的色散	1.3×10^{-48}
Davis <i>et al.</i> [12]	1975	分析木星磁场中的“外来场”	8×10^{-49}
Ryan <i>et al.</i> [13]	1985	低温检验库仑定律	1.5×10^{-42}
Chernikov <i>et al.</i> [14]	1992	检验安培定律	8.4×10^{-46}
Fischbach <i>et al.</i> [15]	1994	分析地球磁场中的“外来场”	1×10^{-48}
Ryutov [16]	1997	分析太阳风磁场	10^{-49}
Lakes [17]	1998	静态扭秤实验	2×10^{-50}
Schaefer [18]	1999	分析伽马射线暴色散效应	4.2×10^{-44}
Luo <i>et al.</i> [19]	2003	动态扭秤调制实验	1.2×10^{-51}
Accioly <i>et al.</i> [20]	2004	分析电磁辐射的引力偏转效应	10^{-40}
Füllekrug [21]	2004	地球对流层放电观测	4×10^{-49}
Tu <i>et al.</i> [22]	2006	改进的动态扭秤调制实验	1.5×10^{-52}

注：上表引自《实验检验光子静止质量的研究进展》（涂良成，罗俊，华中科技大学物理系，武汉，430074）

结语

通过上述讨论可以发现，在理论上引入光子的静质量会造成许多严重的后果，使我们现有的理论向一个不对称的相对不简洁的方向发展，这是我们所不愿看到的。在实验上，光子静质量又在向测量极限逼近，于是我们有理由放心的相信光子的静止质量严格为零。

回到最初的问题，相对论中的光速不变原理是指，光速不随频率的变化而变化，不随惯性系的变化而变化，即不存在光子静止的参照系，光子静质量没有意义，只能为零。而不是指光速永不变化，其实当常量 ϵ_0, μ_0 发生变化时，光速 c 就会变化。这样一来光速不变原理在某种程度上是一种必然。

2014/11/12

但是问题远没有结束，再去深究光速不变原理，会自然发问，为什么是光速不变而不是另一个大于光速的速度？为什么Einstein要选择光速作为自然界物质传播速度的极限？如果光子静止质量严格为零，那么用推出光子静止质量为零的同样思路，是否存在静止质量为复数的粒子？（若其速度为 v ，显然 v 大于光速，由相对论知识知道，它在每个惯性系中的速度也都是超光速的，于是不存在它静止的系）这样的话如果选定光速不变，而选定另一个极限速度（大于光速），因果律等都满足，只不过引入一个复静质量而已，这样进行假设研究的话又会是怎么样的？.....

希望继续的学习能够解答这些问题。

2014/11/12

参考文献

- 【1】胡友秋，程福臻，叶邦角。电磁学与电动力学（上册）
- 【2】胡友秋，程福臻。电磁学与电动力学（下册）
- 【3】陈秉乾，舒幼生，胡望雨。电磁学专题研究
- 【4】涂良成，罗俊。实验检验光子静止质量的研究进展
- 【5】涂良成。光子静止质量的实验检测

2014/11/12

Thank You