



**地层与矿藏的电阻法测量**

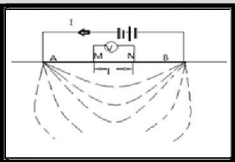

*The Thesis of Electromagnetism*

汇报人：王泽华

## 目 录

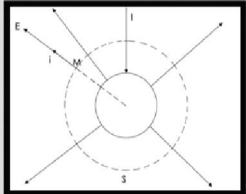
- 一. 引言
- 二. 块状电极表面电荷和电场分布的计算(引理)
- 三. 导电介质所充满的半空间内的电场
- 四. 探测深度与电流强度的关系
- 五. 多层导电介质的情况
- 六. 展望与总结

● 地层与矿藏的电阻法测量

矿物种类	电阻率 $\rho(\Omega/cm)$
黄铜矿 <sup>+</sup>	$10^5 \sim 10^7$
煤	$1 \sim 10^4$
赤铁矿 <sup>+</sup>	$10^2 \sim 10^4$
闪锌矿 <sup>+</sup>	$10^3 \sim 10^5$
硬石膏	$10^5 \sim 10^8$
石油	$10^7 \sim 10^{14}$
石盐	$10^{12} \sim 10^{16}$

● 块状电极表面电荷分布和周围电场分布



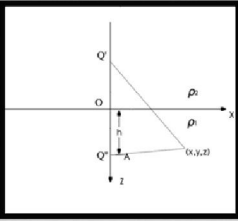
电极表面所带电荷为:

$$Q = \epsilon \rho I$$

介质中各点的电势为:

$$\Phi = \frac{\rho I}{4\pi r}$$

● 导电介质所充满的半空间内的电场

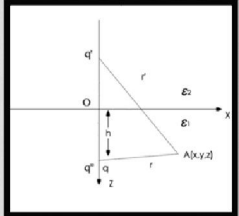


由于电流密度满足稳态条件  $\text{div } j=0$   
故在分界面上满足边界条件:

$$\Phi_1|_{z=0} = \Phi_2|_{z=0}$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

● 导电介质所充满的半空间内的电场



联想到

其满足边界条件:

$$U_1|_{z=0} = U_2|_{z=0}$$

$$\frac{1}{\epsilon_1} \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\epsilon_2} \frac{\partial U_2}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

得到像电荷表达式:

$$q' = q'' = \frac{\epsilon_0(\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\epsilon_2(\epsilon_2 + \epsilon_1)} q$$

代入电势表达式

$$U_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{1}{r'} \right)$$

### 导电介质所充满的半空间内的电场

比较两者边界条件及空间中电势表达式:

$$\Phi_1|_{z=0} = \Phi_2|_{z=0} \quad U_1|_{z=0} = U_2|_{z=0}$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad \varepsilon_1 \frac{\partial U_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \varepsilon_2 \frac{\partial U_2}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

$$U = \rho I \frac{1}{4\pi r} \quad U = \frac{q}{\varepsilon} \frac{1}{4\pi r}$$

两者具有相同的数学形式, 故发现等价关系

$$\rho \leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} \quad q \leftrightarrow I$$

由下半空间导电介质中的电势表达式可得下半空间导电介质中的电势表达式:

$$U_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \frac{1}{r'} \right)$$

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{4\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \frac{1}{r'} \right)$$

### 导电介质所充满的半空间内的电场

实际测量中, 令M,N两点关于中心点O对称构成一个四极对称装置, 设M,N两点到中心点O的距离均为l/2。

刚刚已经得到电势表达式:

$$U_2 = \frac{I\rho_1}{4\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \frac{1}{r'} \right)$$

实际测量中, M,N两测量点均位于分界面上, 且由于上方为空气,  $\rho_1 \rightarrow \infty$ 。

可得到MN两点间的电势差公式为 (L远小于L):

$$\Delta\Phi = \Phi_M - \Phi_N = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}} \right) = \frac{4\rho I L}{\pi L^2} \left( \frac{1}{1 - (\frac{l}{L})^2} \right) \approx \frac{4\rho I L}{\pi L^2}$$

即电阻率和电势差之间建立了简单的函数关系:

$$\rho = \frac{\pi L^2}{4I L} \Delta\Phi$$

### 探测深度与电流强度的关系

该图上A,B两点处的电流密度为:

$$\vec{J}_A = \frac{\vec{r}_A}{2\pi r_A^2} \quad \vec{J}_B = \frac{\vec{r}_B}{2\pi r_B^2}$$

故M处电流密度的大小为:

$$j = \frac{4I}{\pi L^2} \cos^3 \theta$$

地面O处的电流密度为:  $j_0 = \frac{4I}{\pi L^2}$

两者相比:

$$\frac{j}{j_0} = \frac{\frac{4I}{\pi L^2} \cos^3 \theta}{\frac{4I}{\pi L^2}} = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{2h}{L}\right)^2\right)^{3/2}}$$

故以j/j<sub>0</sub>为纵坐标, 2h/L为横坐标, 可得下面的图像:

在该函数图像中可以发现, 当2h/L越小时j/j<sub>0</sub>越大, 故要增加测量的深度, 一个有效而可行的方法是增大电极A与电极B之间的距离L。

### 多层导电介质的情况

在第一层分界面上:

$$\Phi_0|_{z=0} = \Phi_1|_{z=0}$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

在第二层分界面上:

$$\Phi_1|_{z=0} = \Phi_2|_{z=0}$$

$$\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

块状电极在下办空间的电势分布为:  $U_2 = \frac{I\rho_1}{4\pi} \left( \frac{1}{r} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \frac{1}{r'} \right)$

相当于在电阻率为  $\rho_2$ , 关于原本电极对称的地方存在电流强度为  $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} I$  看成也浸没在  $\rho_1$  导电介质中的像电荷。

令  $k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ , 特别的,  $\rho_2 \rightarrow \infty$  时,  $k = 1$

### 多层导电介质的情况

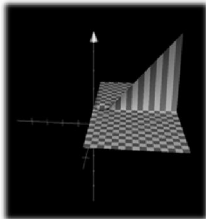
不断用电像法近似, 可得:  $\Phi = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{[r^2 + (2nh)^2]^{\frac{3}{2}}} \right]$

地上测量两点 M, N 之间电势差:  $\Delta\Phi = \frac{4\rho_1 I L}{\pi L^2} \left[ \frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{[r^2 + (\frac{4nh}{L})^2]^{\frac{3}{2}}} \right]$

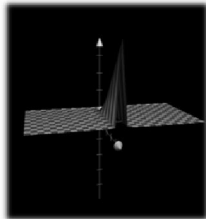
带入电阻率关于电势差的函数:  $\frac{\rho_1}{\rho} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{[1 + (\frac{4nh}{L})^2]^{\frac{3}{2}}}$

以  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$  为  $x$  轴,  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$  为  $y$  轴,  $\frac{L}{h}$  为  $z$  轴作图, 取求和上限为 500 和 1000, 得到图像如下:

$$z = 1 + 2 \sum_{n=1}^{500} \frac{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n}{(1+(4\pi)^2)^{\frac{3}{2}}}$$



$$z = 1 + 2 \sum_{n=1}^{1000} \frac{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n}{(1+(4\pi)^2)^{\frac{3}{2}}}$$



局限—展望—总结

## 局限—展望—总结

1. 三层及三层以上介质面情况——电解槽法
2. 介质面弯曲的情况——泊松方程
- .....

科学永无止境, 我们仍需探索。

谢谢大家!