



中国科学技术大学
 University of Science and Technology of China


基于MATLAB的电磁学 问题求解

作者：邓翔
 指导老师：张增明


中国科学技术大学
 University of Science and Technology of China


绪论

- **Matlab**是美国**Mathworks**公司于80年代推出的大型数学软件，通过多年的升级换代，现在已发展成为集数值计算、符号计算、可视化功能以及诸多的工具箱为一体的大型科学计算软件，它已广泛应用于科研院所、工程技术等各个部门，并成为大学生、研究生必备的工具软件。
- 电磁学中空间中各场的分布较为抽象，通过**MATLAB**强大的建模与绘图能力可以较为直观的将其展示。同时**MATLAB**提供了强大的数学计算工具可以方便进行各种运算、求解微分方程，并且可以通过数值运算得出近似解。

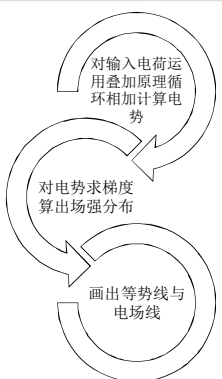

中国科学技术大学
 University of Science and Technology of China

任意数量电荷电场与电势分布

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$$


中国科学技术大学
 University of Science and Technology of China

任意数量电荷电场与电荷分布




中国科学技术大学
 University of Science and Technology of China

任意数量电荷电场与电荷分布

```

- 代码
function EM1(Q)
%UNTITLED2 Summary of this
function goes here
% Detailed explanation goes
here
A=[-1000:1:1000];
ep0=8.85*1e-12;
c0=1/(4*pi*ep0);
e=1e-10;
h=0.018;
x=-5:h:5;
y=-5:h:5;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
figure(1);

[m,n]=size(Q);
disp(m);
for i=1:m
    if i==1
        V=c0*e*Q(1,1)./sqrt((X-
Q(1,2)).^2+(Y-Q(1,3)).^2);
    else
        V=V+c0*e*Q(i,1)./sqrt((X-
Q(i,2)).^2+(Y-Q(i,3)).^2);
    end
end
[Ex,Ey]=gradient(-V,h);
  
```


中国科学技术大学
 University of Science and Technology of China

任意数量电荷电场与电荷分布


```

contour(X(:, :), Y(:, :), V, A); end
hold on disp(Q); end

contour(X(:, :), Y(:, :), V, [-
1:0.05:1]);
axis([-5,5,-5,5])
hold on

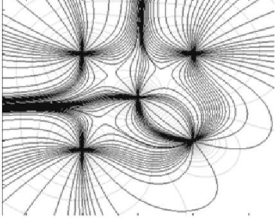
phi=0:pi/15:2*pi;% A±âµç; IâËÿÄz
for i=1:m
    sx=Q(i,2)+0.005*cos(phi);
    sy=Q(i,3)+0.005*sin(phi);


%streamline(X(:, :), Y(:, :), Ex
,Ey, sx, sy);
hold on
  
```

任意数量电荷电场与电荷分布 

• 示例

Q=	1.0000	0.5000	0.5000
	1.0000	-0.5000	0.5000
	1.0000	-0.5000	-0.6000
	-1.0000	0.5000	-0.5000
	1.0000	0	0

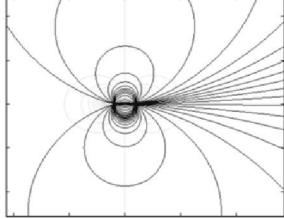



任意数量电荷电场与电荷分布 

• 示例

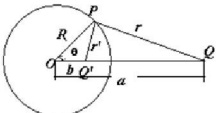
Q=	-1.0000	-0.1000	0
	1.0000	0.1000	0

此即近似为电偶极子场强分布



电像法相关问题 

• 空间中有一接地导体球，外部有已知电荷求电场分布



• **寻找像电荷**


- 对称性分析，确定像电荷位置
- 使球面上电势=0
- 任取 P 点，利用叠加原理求出像电荷位置

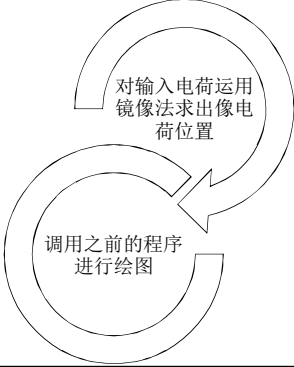
$$\sqrt{R^2 + b^2 - 2Rb \cos \theta Q}$$

$$= -\sqrt{R^2 + a^2 - 2Ra \cos \theta Q'}$$

$$\frac{Q}{r} + \frac{Q'}{r'} = 0 \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{Q'}{Q} \Rightarrow r' Q' = -r Q$$

有 $b = \frac{R^2}{a} \Rightarrow Q' = \pm \sqrt{\frac{b}{a}} Q = \pm \frac{R}{a} Q$ 取-

电像法相关问题 




电像法相关问题 

• 代码

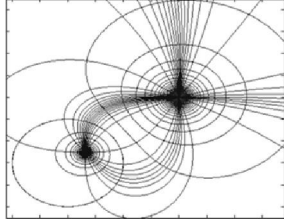
```

function EM2(R,Q)
%UNTITLED2 Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
%R球半径
%Q电荷信息
[m,n]=size(Q);
Q0=zeros(m,3);
for i=1:m
    a=sqrt(Q(i,2)^2+Q(i,3)^2);
    Q0(i,2)=(R^2/a^2)*Q(i,2);
    Q0(i,3)=(R^2/a^2)*Q(i,3);
    Q0(i,1)=-R/a*Q(i,1);
end
EM1([Q;Q0]);
alpha=0:pi/20:2*pi;
x=R*cos(alpha);
y=R*sin(alpha);
plot(x,y,'r-');
disp(Q0);
disp(Q);
End
%详情参看附件代码
    
```

电像法相关问题 

• 示例

- 皆取导体球位于原点
- R=1
- Q= 2.0000 2.0000 1.5000

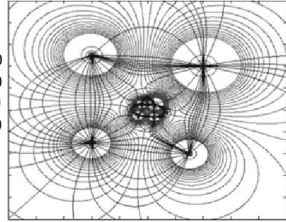


电像法相关问题



• 示例

- 皆取导体球位于原点
- $R=1$
- $Q = \begin{matrix} 1.0000 & -2.0000 & -1.5000 \\ -1.5000 & -2.0000 & 2.5000 \\ 2.0000 & 2.0000 & 2.0000 \\ -1.0000 & 1.5000 & -2.0000 \end{matrix}$



电像法相关问题



- 镜像法所求的是理论计算的精确解。下面通过MATLAB自带相关工具求出数值近似解并加以比较

边值条件问题



边值条件问题



- 给定的边界条件可以为边界电势值或者其边界电势法向导数值。上述电像法问题即可归为已知边界电势的狄里赫利问题
- 通过MATLAB的PDE工具箱可对其进行数值求解

边值条件问题



画出一较大矩形并设定边值为0视为无穷远。画出导体同样设定边界电势。

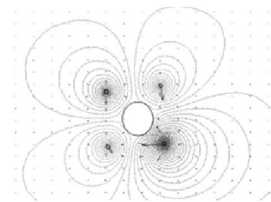
用较小的圆代替点电荷并设定电荷密度，其余区域电荷密度设为0。

调用PDE工具箱求解

边值条件问题



- 通过图像可见近似解与精确解能够较好的吻合



边值条件问题

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

- 类似可以得到其余形状导体周围空间的电势电场分布。

电子在电磁场中运动—匀强

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

任意数量电荷电场与电荷分布

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

电子在电磁场中运动—匀强

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

- 代码

```

function EM4(e,m,v1,v2,v3,E,B)
%电荷在匀强磁场中运动
e=1.6e-19;
m=9.11e-31;
[t,y]=ode45(@ww,[0:0.001:10],[0,
v1,0,v2,0,v3],[],e,m,E,B);
comet3(y(:,1),y(:,3),y(:,5));
plot3(y(:,1),y(:,3),y(:,5));
grid on
function ydot=ww(t,y,e,m,E,B)
e=1.6e-2;
m=0.02;
E1=E(1,1);
E2=E(1,2);
E3=E(1,3);
B1=B(1,1);
B2=B(1,2);
B3=B(1,3);
disp(y(2));
disp(y(4));
disp(y(6));
ydot=[y(2);E1*e/m+B3*e*y(4)/m-
B2*e*y(6)/m;y(4);E2*e/m-
B3*e*y(2)/m+B1*e*y(6)/m;y(6);E3*
e/m+B2*e*y(2)/m-
B1*e*y(4)/m];%D' E E i f 0 . % I
end
end
    
```

电子在电磁场中运动—匀强

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

- 示例
 - EM4(0.016,0.02,0.50,100,[2,2,2],[0,10,0])

电子在电磁场中运动—非匀强

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

- 对前面的匀强电磁场运动微分方程进行修改可得在一些非匀强状况下的运动
- 下面考虑电磁场时变情形

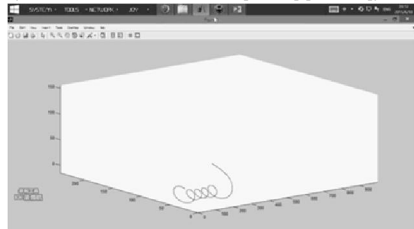
电子在电磁场中运动—非匀强



• 示例1

$$B1=B(1,1)*\sin(t)$$

$$EM4(0.016,0.02,100,100,100,[0,0,0],[20,0,0])$$



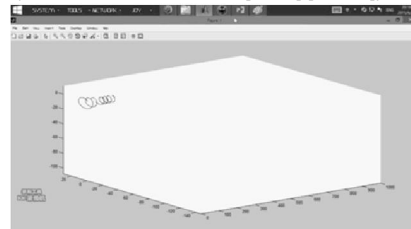
电子在电磁场中运动—非匀强



• 示例2

$$B1=B(1,1)*(\sin(t)+1)$$

$$EM4(0.016,0.02,100,100,100,[0,0,0],[20,0,0])$$



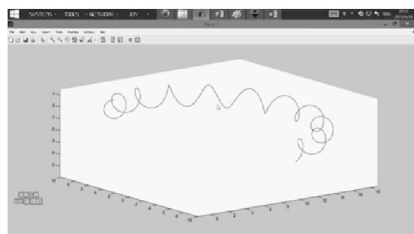
电子在电磁场中运动—非匀强



• 示例3

$$B1=B(1,1)*(\sin(t)+1); B2=B(1,2)*(\cos(t))$$

$$EM4(0.016,0.02,10,10,10,[0,0,0],[20,20,0])$$



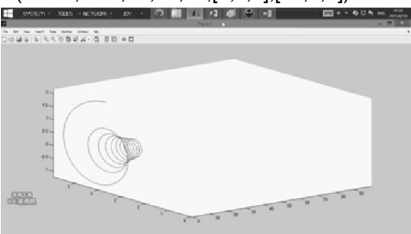
电子在电磁场中运动—非匀强



• 示例4

$$B1=B(1,1)*t$$

$$EM4(0.016,0.02,10,10,10,[0,0,0],[20,0,0])$$



电子在电磁场中运动—非匀强



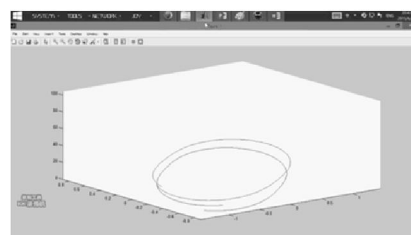
电子在电磁场中运动—非匀强



• 示例

$$EM4(0.016,0.02,10,10,10,[0,0,0],[20,20,0])$$

从(1,0,0)出发



总结



- 本文主要是对与空间中各类点电荷电场与电势分布进行了仿真建模，类似可以扩展至连续带电体
- 由于电场和磁场的相似性，通过类似方法可以对空间中磁场分布进行类似的仿真处理
- 由于MATLAB对于微分方程良好的支持，还可以较准确的绘出电子在各类电磁场中的运动轨迹