

一种新型电动机的理论分析与 实践

物理学院

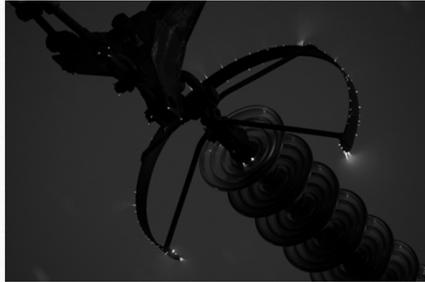
PB15020605

路哲宇

目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论的实验检验
- 七、总结

电晕放电——Corona Discharge



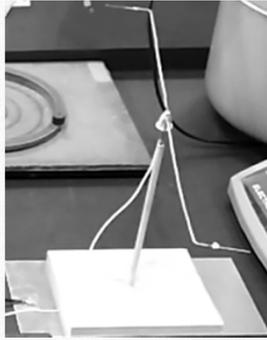
电晕放电是指从一个高电势的电极向其周围空间中的流体放电的一个过程

存在临界电场 E_0

目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论实验检验
- 七、总结

针尖电动机



利用高电势的针尖来达到电晕放电的几何和物理条件，并且因为针尖的周围环境是外界大气，故在很大的电势范围之内不会造成空气的完全击穿（即不会产生电弧放电）

目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论的实验检验
- 七、总结

电晕放电的理论分析——以理想磁流体为基础

理想磁流体模型的两个基本假设:

- (1) 局域热力学平衡条件
- (2) 忽略有限拉莫尔半径效应
- (3) 准电中性

1.理想磁流体方程组:

连续性方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}) = 0$$

动量方程:

$$nm \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \frac{\vec{j} \times \vec{B}}{4\pi}$$

状态方程:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla p = -\gamma p \nabla \cdot \vec{u}$$

电磁场方程:

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

广义欧姆定律:

$$\vec{E} = -\vec{u} \times \vec{B}$$

2. 磁流体-导体边界条件

$$(1) \vec{n} \cdot \vec{B}|_{\text{conductor}} = \vec{n} \cdot \vec{B}|_{\text{boundary}} = 0$$

$$(2) \vec{n} \cdot \vec{E}|_{\text{boundary}} = 0$$

$$\vec{E}|_{\text{conductor}} = 0$$

$$(3) \vec{n} \cdot \vec{u}|_{\text{boundary}} = 0$$

3. 粒子分布函数:
连续性方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = R$$

$$\Gamma = -\vec{\mu} \cdot \vec{E} n - \vec{D} \cdot \nabla n$$

能量方程

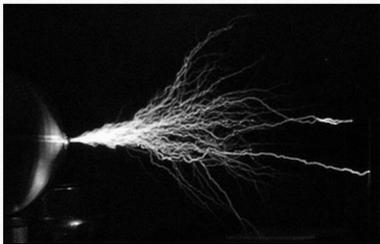
$$\frac{\partial n_\varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{\Gamma}_\varepsilon + \vec{E} \cdot \vec{\Gamma}_\varepsilon = R_\varepsilon$$

在麦克斯韦分布下

$$\vec{D} = \vec{\mu} T, \quad \vec{\mu}_\varepsilon = \frac{5}{3} \vec{\mu}, \quad \vec{D}_\varepsilon = \vec{\mu}_\varepsilon T$$

目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论实验检验
- 七、总结



假设在电离过程发生时，存在一个很小的空间尺度 d （在仿真部分我们将看到， d 为 $10^{-4}m$ 的量级）

设电离粒子定向的漂移速度 v_{drift}

显然 v_{drift} 是一个与电压直接相关的物理量

单位时间内电离出的离子数为 N

在以 $\overline{v_{drift}}$ 平动的惯性系中来观察，离子速度分布遵从麦克斯韦速度分布律。

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (1)$$

速度空间中的速度矢量正比于位形空间中的矢量，两者方向相同。根据麦克斯韦分布，离子分布在 $\theta \sim \theta + d\theta$ 立体角中的概率为

$$p(v, \theta, \varphi) = f(\vec{v})v^2 \sin \theta \, dv d\theta d\varphi \quad (2)$$

$$p(v, \theta) = 2\pi f(\vec{v})v^2 \sin \theta \, dv d\theta \quad (3)$$

离子数为

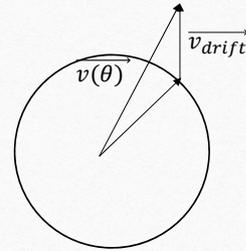
$$N(\theta) = Np(v, \theta) \quad (4)$$

速率为

$$\overline{v(\theta)^2} = v^2 + v_{drift}^2 + 2vv_{drift} \cos \theta \quad (5)$$

$\theta \sim \theta + d\theta$ 立体角中离子的动能为

$$dE_k = Np(v, \theta) \frac{1}{2} m \overline{v(\theta)^2} \quad (6)$$



单位时间内电离的离子的总动能为

$$E_k = \int dE_k = \iint Np(v, \theta) \frac{1}{2} m \overline{v(\theta)^2}$$

$$E_k = \int_0^\infty dv \int_0^\pi N \pi m f(\vec{v}) v^2 (v^2 + v_{drift}^2 + 2vv_{drift} \cos \theta) \sin \theta \, d\theta$$

$$E_k = \frac{1}{2} N (3kT + mv_{drift}^2) \quad (7)$$

定义离子平均动能

$$\bar{\varepsilon} = \frac{E_k}{N} \quad (8)$$

$$v_{drift} = \sqrt{\frac{2\bar{\varepsilon} - 3kT}{m}} \quad (9)$$

针尖单位时间内获得的反冲动量，也即作用力为

$$F = P = Nm v_{drift} = N \sqrt{m(2\bar{\varepsilon} - 3kT)} \quad (10)$$

阻力来源有两部分：一是空气阻力，二是转轴处的阻力
当达到稳定状态时，动力力矩与空气阻力力矩和转轴处力矩平衡

$$2Fl = M_{drag} + \tau \quad (11)$$

由空气阻力公式

$$F_{drag} = \frac{1}{2} \rho c_d S v^2 \quad (12)$$

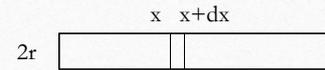
转动的金属臂以及针尖的有效面积即为一矩形， $x \sim x + dx$ 段的空气阻力为

$$dF = \frac{1}{2} \rho c_d (\omega x)^2 2r dx = \rho c_d r \omega^2 x^2 dx$$

阻力力矩即为

$$\begin{aligned} M_{drag} &= \int_{-l}^l x dF = \int_{-l}^l \rho c_d r \omega^2 x^3 dx \\ &= \frac{1}{2} \rho c_d r \omega^2 l^4 \quad (13) \end{aligned}$$

代入(11)中解得电动机的理论转速为



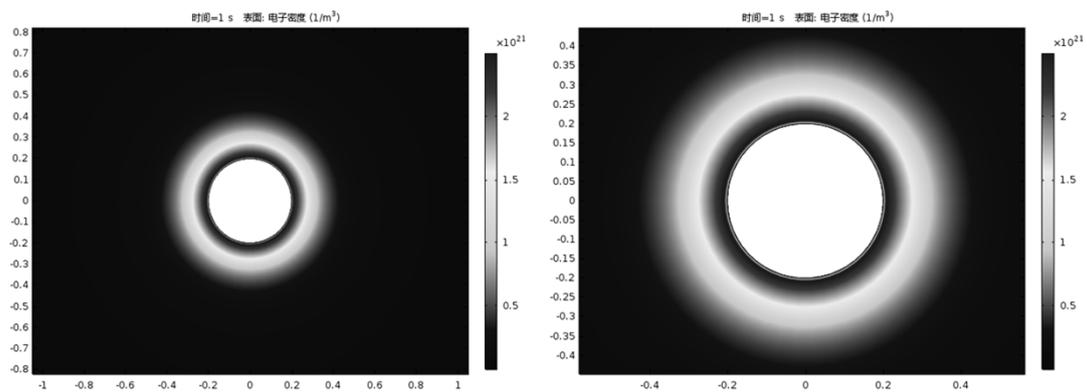
$$\omega_{theory} = \sqrt{\frac{2}{\rho c_d r l^4} (2Nl \sqrt{\frac{\mu}{N_A} (2\bar{\epsilon} - 3kT)} - \tau)} \quad (14)$$

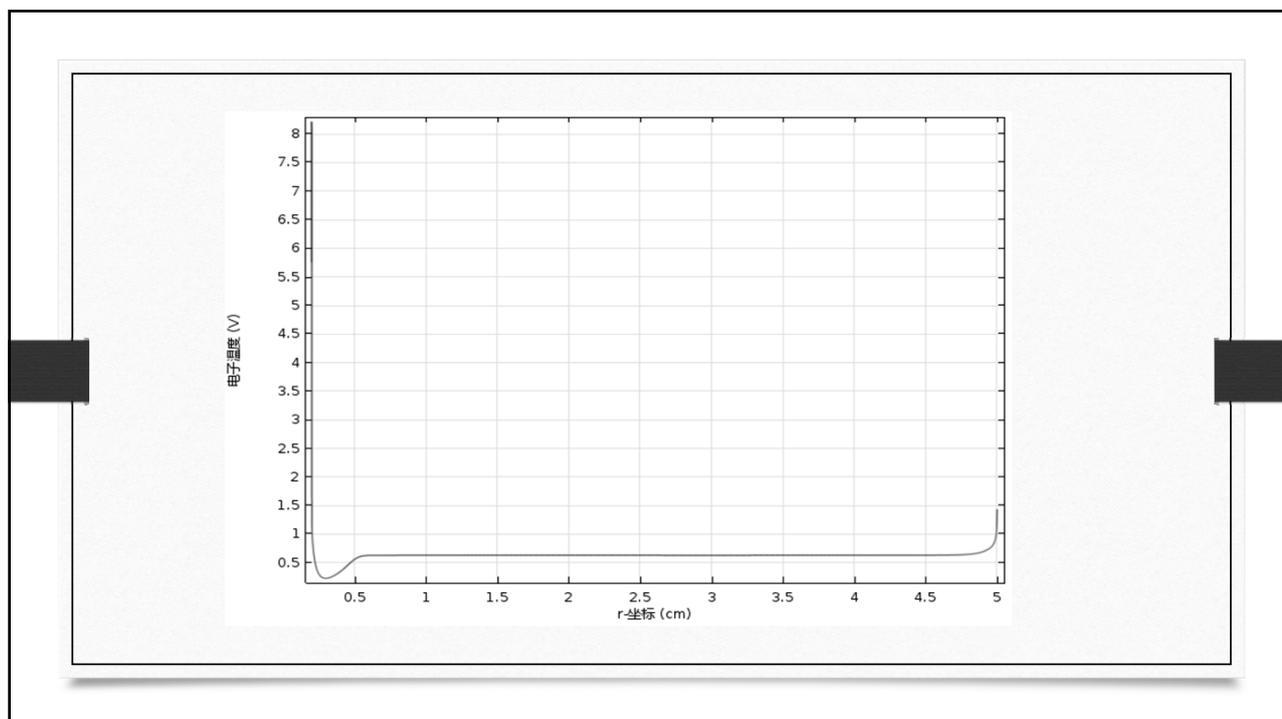
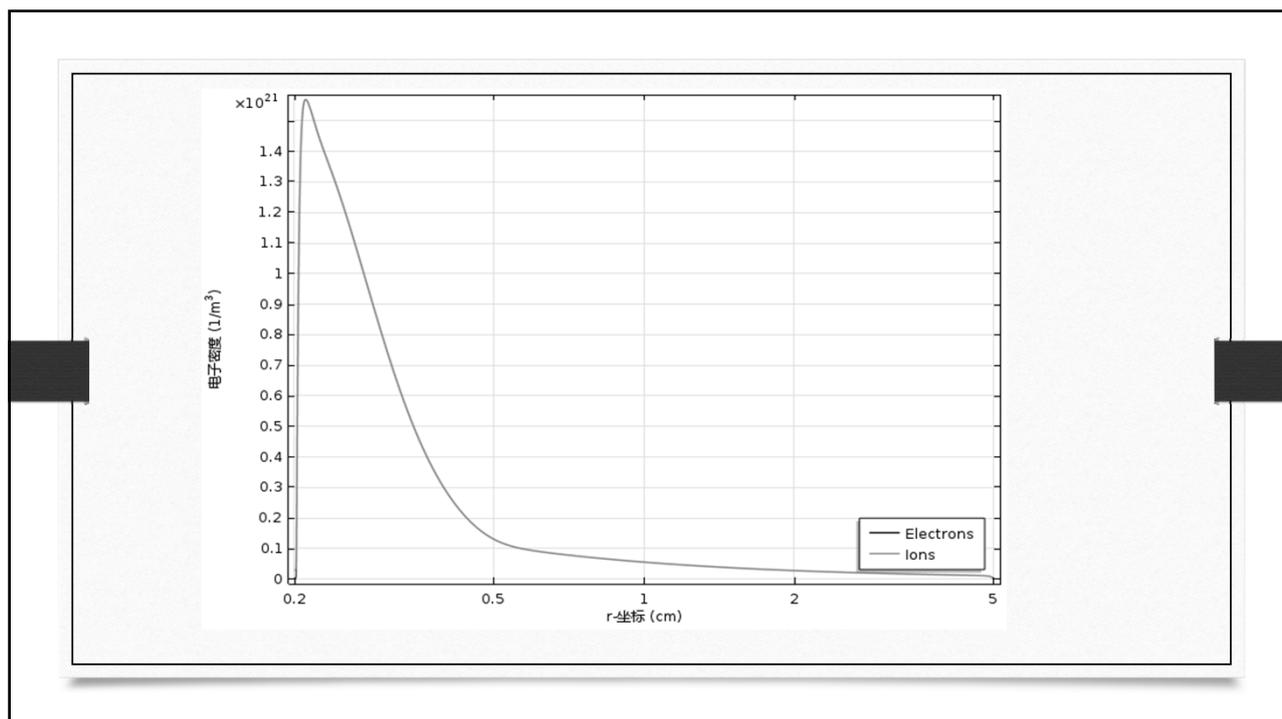
电动机的能量转化效率

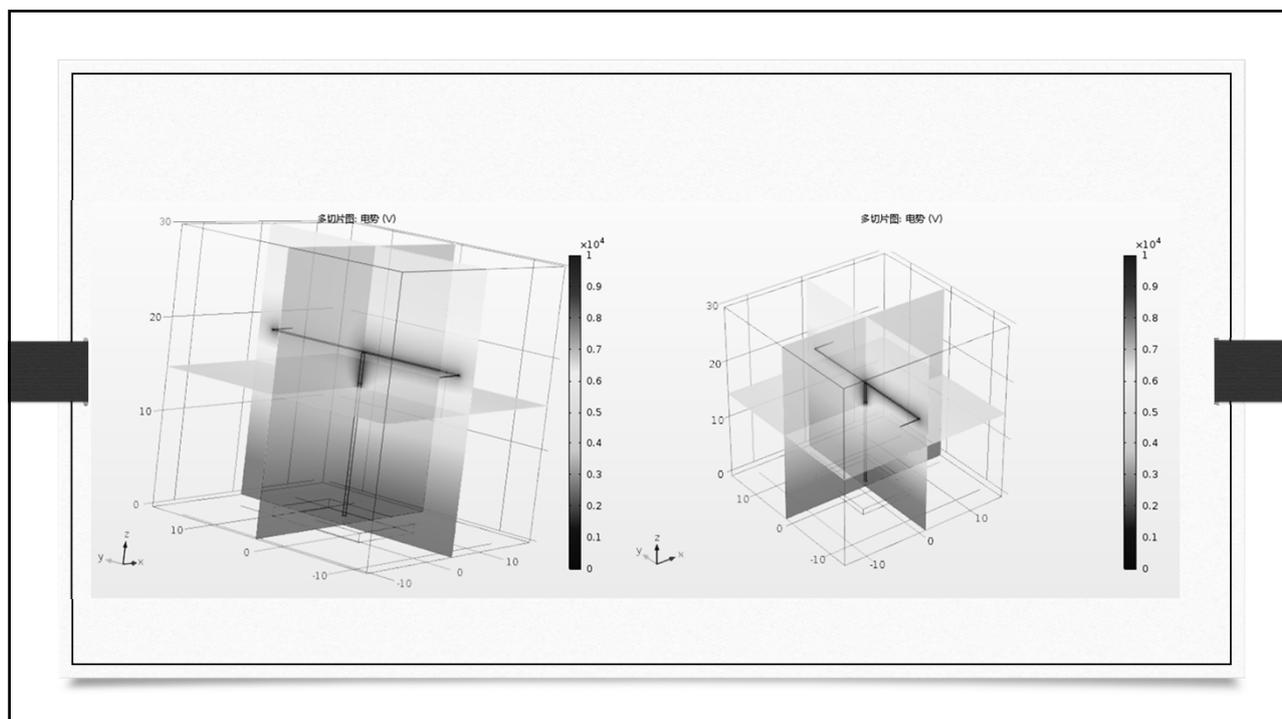
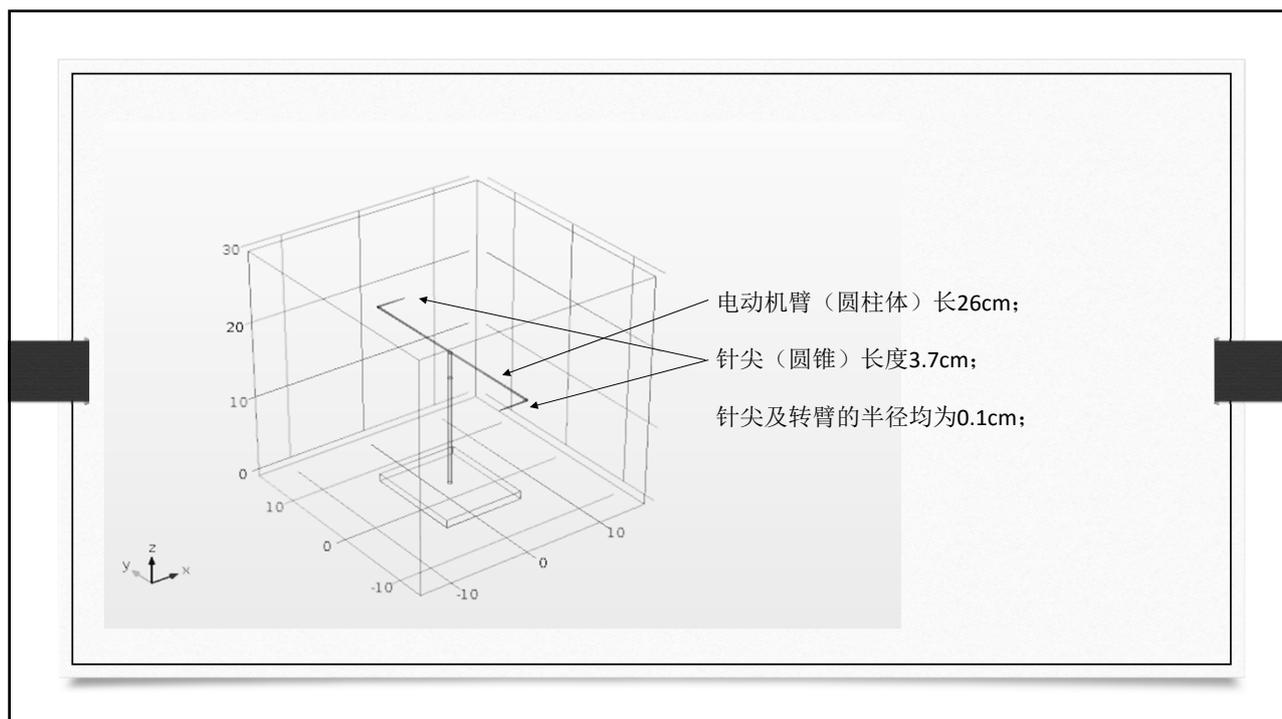
$$\eta = \frac{2Fl\omega}{UI} = \frac{2Nl}{UI} \sqrt{\frac{2m(2\bar{\epsilon} - 3kT)}{\rho c_d r l^4} (2Nl \sqrt{m(2\bar{\epsilon} - 3kT)} - \tau)} \quad (15)$$

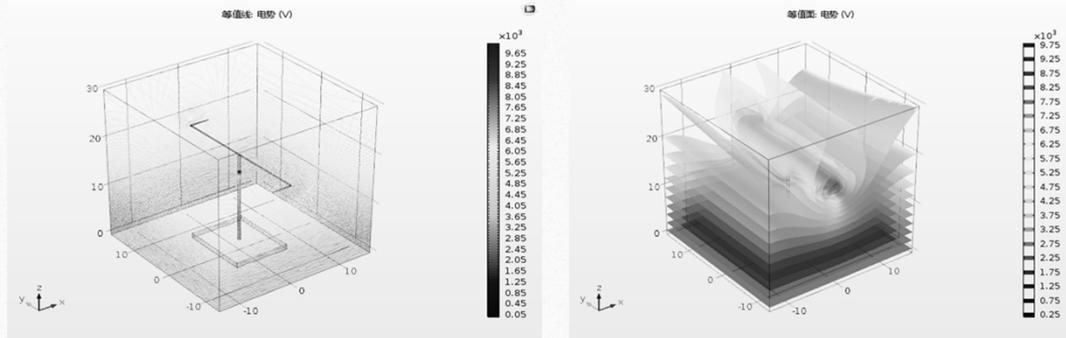
目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论实验检验
- 七、总结









参数估计

电极电压取10kV时

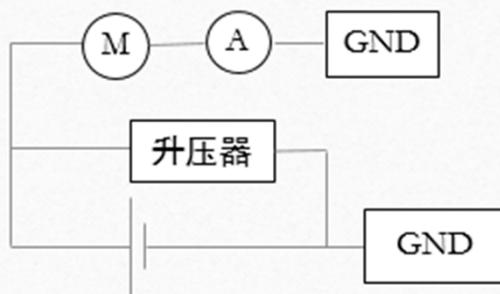
单位时间内释放出的离子数N为 10^{20} 量级

离子平均平动动能为eV的量级

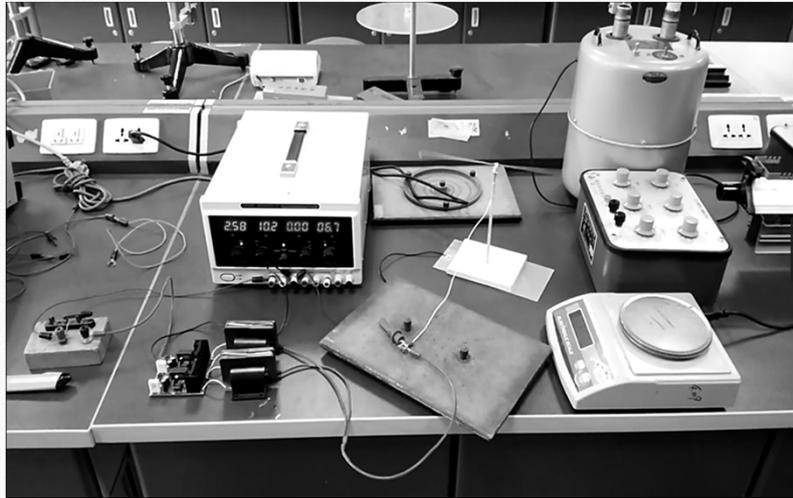
目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论的实验检验
- 七、总结

实验电路



升压器
最大输入电压为15V，
最大输出电压为18kV



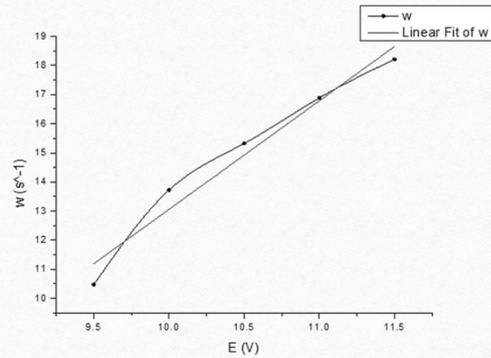
测量不同输入电压下电动机的电流和转速

实验数据:

电机旋转				
电源电压E/V	电源电流I/A	电机输入电流I/ μ A	旋转周期T/s	角频率 ω_0/s^{-1}
9.5	1.69	21.5	0.6	10.47
10	2.56	25.3	0.458	13.72
10.5	3.92	28.0	0.41	15.32
11	3.19	28.9	0.372	16.89
11.5	3.71	27.0	0.345	18.21

电机稳定转速 w 与电源电压 E 关系图

Equation	$y=a+b*x$	
R相关系数	0.95116	
	Value	Standard Error
截距	-24.24529	4.41959
斜率	3.73037	0.41996



由刚体动力学方程可知

$$-M_{drag} - \tau = J \frac{d\omega}{dt} \quad (16)$$

代入空气阻力力矩

$$-\frac{1}{2}\rho c_d r \omega^2 l^4 - \tau = J \frac{d\omega}{dt}$$

$$-dt = \frac{J d\omega}{\tau + \frac{1}{2}\rho c_d r \omega^2 l^4}$$

$$\int_0^{t_0} -dt = \int_{\omega_0}^0 \frac{J d\omega}{\tau + \frac{1}{2}\rho c_d r \omega^2 l^4}$$

积分最终得到, 设

$$\alpha = \sqrt{\frac{\rho c_d r l^4}{2\tau}} \quad (17)$$

$$\alpha \tan^{-1}(\alpha \omega_0) = \frac{\rho c_d r l^4}{2J} t_0 \quad (18)$$

实验数据:

电源电压E	转子停止时间 t_0	稳定旋转时的角速度 ω_0	α
10	8.1	13.71875	0.00720
10.5	7.08	15.32484	0.00637
11	8.23	16.89028	0.00654

$$\alpha = 0.00646$$

再由(17)式可解得

$$\tau = 0.00442 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

作为估计, 我们取

$$N = 10^{20} \text{ m}^{-3}, \bar{\varepsilon} = 2 \text{ eV}, T = 298.15 \text{ K}, U = 10 \text{ kV}$$

再将 $\tau = 0.00442 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$

代入可以得到在上述参数估计下

$$\omega_{theory} = 23.68 \text{ s}^{-1}$$

$$\eta = 39.67\%$$

目录

- 一、电晕放电机制
- 二、针尖电动机概述
- 三、针尖附近电晕放电的理论分析
- 四、电动机转速的理论分析
- 五、利用COMSOL进行模型的仿真模拟
- 六、对理论实验检验
- 七、总结

总结

- 根据简化近似的理论我们给出了 ω 的解析表达式，给出了 ω 与 N 和 \bar{E} 之间的解析关系
- 虽然效率远不及商用电动机，但是改进的空间非常大，空气的电阻随外加电压的增大而降低

参考文献:

- 1.G.J.M.Hagelaar and L.C.Pitchford,"Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models,"Plasma Sources Sci.Technol,vol.14,pp.722-733,2005
- 2.等离子体物理基础 胡希伟 北京大学出版社
- 3.等离子体物理基础 王晓刚 北京大学出版社
- 4.热力学与统计物理学 林宗涵 北京大学出版社
- 5.热学 张玉民 科学出版社
- 6."Computing the Effect of Fringing Fields on Capacitance" from COMSOL AC/DC
- 7."Oxygen Boltzmann Analysis" from COMSOL Plasma Module

致谢

感谢第一教学楼郭老师提供四楼开放物理实验室，为小论文的实验部分提供了有效的实验场地和设备。