

中国科学技术大学

环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮

尹祥宇 朱乐宜

2016/6/19环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮
尹祥宇 朱乐宜1

中国科学技术大学

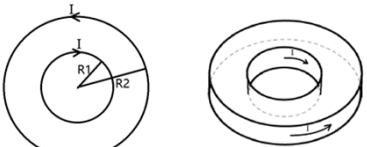


环形磁铁

2016/6/19环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮
尹祥宇 朱乐宜2

中国科学技术大学

1. 电流法



等效电流模型1等效电流模型2

2016/6/19环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮
尹祥宇 朱乐宜3

中国科学技术大学

1. 电流法

1. 载流圆形线圈

$$\begin{cases} B_x = \frac{\mu_0 I R z}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi d\varphi}{(x^2 + z^2 + R^2 - 2Rx \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \\ B_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R - x \cos \varphi) d\varphi}{(x^2 + z^2 + R^2 - 2Rx \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \end{cases}$$

2. 载流圆筒

$$\begin{cases} B_x = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \varphi d\varphi}{(x^2 + z^2 + R^2 - 2Rx \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \\ B_z = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{(R - x \cos \varphi) d\varphi}{(x^2 + z^2 + R^2 - 2Rx \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \end{cases}$$

2016/6/19环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮
尹祥宇 朱乐宜4

中国科学技术大学

1. 电流法

3. 环形磁铁

$$\begin{cases} B_x = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(R_2 \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \varphi d\varphi}{(x^2 + z^2 + R_2^2 - 2R_2 x \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} - R_1 \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \varphi d\varphi}{(x^2 + z^2 + R_1^2 - 2R_1 x \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ B_z = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \left(R_2 \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{(R_2 - x \cos \varphi) d\varphi}{(x^2 + z^2 + R_2^2 - 2R_2 x \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} - R_1 \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{(R_1 - x \cos \varphi) d\varphi}{(x^2 + z^2 + R_1^2 - 2R_1 x \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right) \end{cases}$$

2016/6/19环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮
尹祥宇 朱乐宜5

中国科学技术大学

1. 电流法

悬浮物体在外磁场中的势能为

$$W_m = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$$

物体的 \mathbf{M} 方向沿z轴负方向, 取 $\mathbf{M} = -M\mathbf{e}_z$, 得

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{M\mu_0 i}{4\pi} \left(R_2 \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{(R_2 - x \cos \varphi) d\varphi}{(x^2 + z^2 + R_2^2 - 2R_2 x \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right. \\ &\quad \left. - R_1 \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} dz \int_0^{2\pi} \frac{(R_1 - x \cos \varphi) d\varphi}{(x^2 + z^2 + R_1^2 - 2R_1 x \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right) \end{aligned}$$

磁力可以表示为

$$\mathbf{F}_m = -\nabla W_m$$

2016/6/19环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮
尹祥宇 朱乐宜6

2.磁荷法

磁荷法模型

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 7

2.磁荷法

1、面磁荷磁场强度

$$\mathbf{H} = -\nabla \varphi_m = -\nabla \int \frac{\sigma_m dS}{4\pi\mu r} = -\int \frac{\sigma_m dS}{4\pi\mu} \nabla \frac{1}{r} = \int \frac{\sigma_m}{4\pi\mu} \frac{\mathbf{r}}{r^3} dS$$

2、磁感应强度

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}_+ + \mu \mathbf{H}_- = \mu \int \frac{\sigma_m}{4\pi} \frac{\mathbf{r}_+}{r_+^3} dS - \mu \int \frac{\sigma_m}{4\pi} \frac{\mathbf{r}_-}{r_-^3} dS$$

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 8

2.磁荷法

3、B按直角坐标系展开

$$\iint \frac{\sigma_m}{4\pi} \frac{\mathbf{r}_+}{r_+^3} dS = \frac{\sigma_m}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{(x-r\cos\theta)\mathbf{i} + (y-r\sin\theta)\mathbf{j} + (z-h/2)\mathbf{k}}{[(x-r\cos\theta)^2 + (y-r\sin\theta)^2 + (z-h/2)^2]^{3/2}} r dr d\theta$$

$$\iint \frac{\sigma_m}{4\pi} \frac{\mathbf{r}_-}{r_-^3} dS = \frac{\sigma_m}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{(x-r\cos\theta)\mathbf{i} + (y-r\sin\theta)\mathbf{j} + (z+h/2)\mathbf{k}}{[(x-r\cos\theta)^2 + (y-r\sin\theta)^2 + (z+h/2)^2]^{3/2}} r dr d\theta$$

4、势能

$$W_m = MB_z = \frac{M\sigma_m}{4\pi\mu} \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{(z-h/2)}{[(x-r\cos\theta)^2 + (y-r\sin\theta)^2 + (z-h/2)^2]^{3/2}} - \frac{(z+h/2)}{[(x-r\cos\theta)^2 + (y-r\sin\theta)^2 + (z+h/2)^2]^{3/2}} \right] r dr d\theta$$

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 9

图像

电流法磁感应强度流线图

电流法磁场势能等高线图

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 10

图像

电流法磁场示意图

电流法磁场示意图局部细节

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 11

图像

磁荷法磁感应强度流线图

磁荷法磁场势能等高线图

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 12

图像

磁荷法磁场示意图 磁荷法磁场示意图局部细节

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 13

稳定平衡条件

需找到一点，满足磁力与重力相抵消（所以磁力需要竖直向上），且在过该点的水平面上，该点为附近区域磁势能最低点；在过该点的竖直线上，该点附近磁力沿z轴方向递减。表示成数学表达式即为

$$\begin{cases} F_m = F_{mz} = mg \\ \frac{\partial F_{mz}}{\partial z} = -\frac{\partial^2 W_m}{\partial z^2} < 0 \\ \frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} > 0 \end{cases}$$

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 14

稳定平衡条件

为了找到能够满足稳定平衡条件的确切区域，我们还需作出F对z的导数与z的关系图和W对x的二阶导与z的关系图。

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 15

稳定平衡条件

当 $z > 1.23R_2$ 时满足 $\frac{\partial F_{mz}}{\partial z} < 0$

$F_{mz}'-z$ 图

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 16

稳定平衡条件

当 $z < 1.36R_2$ 时满足 $\frac{\partial^2 W_m}{\partial x^2} > 0$

$W_x''-z$ 图

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 17

稳定平衡条件

可以得知在大致位于 $x=0, y=0, z \in (1.23R_2, 1.36R_2)$ 的位置可以满足稳定平衡条件。下面我们将通过实验的方法来验证这一结论。

2016/6/19 环形磁铁周围磁场分布与利用其实现磁悬浮 尹祥宇 朱乐宜 18

