

## “势”、“阻”、“流”

### 介绍各种势、阻，对应流量之间的对比与演算

报告人：物理学院三班杨灿  
指导老师：蒋一

1

## 一种物理思想——类比方法

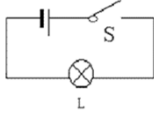
- ◆ 每当理论缺乏可靠的思路时，类比这个方法往往能指引我们前进。 ——康德
- ◆ 电磁场理论的建立从**普利斯特列**的类比开始。他大胆地猜想地球和电荷都有与距离平方成反比的引力。
- ◆ 法国**库仑**进行验证，提出了完整的库仑定律。
- ◆ **麦克斯韦**在1855年“论法拉第力线”中论述了力线与不可压缩流体之间的类比，提出“源”与“旋”，把流体中通量和环量的概念引入电磁学。
- ◆ **麦克斯韦**又进行了电磁作用与齿轮系（力学类比）等一系列的类比，最终导出麦克斯韦方程组。
- ◆ **佩兰**类比原子结构与太阳系提出原子核行星结构的模型，进一步的发展演变出完整体系的量子力学，又反过来说明麦克斯韦的看法。。。。。

没有类比思想的应用就没有电磁学今天的辉煌！

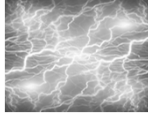
2

用类比法分析电学、磁学、光学、热学、流体力学中的势阻流。

从电学中的“势”、“阻”、“流”出发



再熟悉不过的闭合回路



无从下手去描述这个十分复杂的电流，于是大学里引入了  $\Delta \mathbf{l} = \mathbf{j} \cdot \Delta \mathbf{s}$   $\mathbf{j}$  这种可以描述任意一点电流的物理量

3

- 有了这个细节化的  $\mathbf{j}$  就可以得到一系列微分化的电场方程。

$$\oint_V \mathbf{j} \cdot \mathbf{s} = - \iiint_V \frac{\partial \rho_e}{\partial t} dv \quad \nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0$$

$$\oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad \rho = \frac{\rho_e}{\sigma}$$

- 在一个物理领域中可以使用势阻流这个概念的条件是什么？

4

- 电场中“势”、“阻”、“流”的基本条件：

- 稳恒电流的条件:  $\oint_V \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = 0$
- 欧姆定律:  $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{K})$
- 电动势的由来:  $\oint \mathbf{k} \cdot d\mathbf{l} = \epsilon$

$$\left. \begin{array}{l} \text{稳恒电流的条件} \\ \text{欧姆定律} \\ \text{电动势的由来} \end{array} \right\} \epsilon = IR$$

5

## 磁学

- 磁场中的高斯定理  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$
- 磁感应强度与磁场强度的关系  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$
- 安培环路定理  $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \epsilon \sum I$

与电流强度  $I = \oint \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s}$  相对应的磁通量  $\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$

与电阻  $R = \frac{l}{\sigma S}$  相对应的磁阻  $R_m = \frac{l}{\mu S}$

与势阻流  $U = IR$  对应的  $\epsilon_m = \Phi_B R_m$

---对于复杂磁路便会有比较简单的解法

6

### 光学

- 光学是建立在几何光学与波动光学的基础上，二者相辅相成，波动光学为几何光学做出解释，这是光的波粒二象性所特有的。视作波，则有光是一种电磁波，视作粒子，则光子的概念应运而生，电、磁都已经在分析范围内，那么光学给人的直接感觉是较好分析。

7

### 光学

- 但是一番思考和查阅资料后，并没有找到有类似于严谨推导要求那样的式子，但是对于光来说传播过程中的吸收好像有类似于电阻的效应。
- 电阻使我想到了光学中的对光的吸收进行一些讨论，光吸收变化线性规律  $-dI = \alpha I dx$   
 两端积分  $I = I_0 \cdot e^{-\alpha l}$   
 上式等价于  $\ln \frac{I}{I_0} = -\alpha l$   
 进一步  $\ln \frac{I}{I_0} = \sum_{i=1}^n \ln \frac{I_i}{I_{i-1}}$   
 若有  $R_i = -\alpha l$   
 得  $\ln \frac{I}{I_0} = \sum_{i=1}^n R_{i0}$   
 经过一系列的变换，算是得到了与式  $\sum_{i=1}^n R_{i0}$  形式上相似的式子。

8

### 流体

- 电磁中的势阻流，归根结底是物质的流动，由此启发，从流体中找到类似的方程并加以归纳。
- 理想流体中无阻力的条件
- 流体中质量的守恒方程
- 理想流体不可压缩，密度  $\rho$  为一常数

体积  $V$  中流出的质量等于体积内质量的变化率

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{s} = - \int_V \nabla \cdot (\rho \vec{u}) dV$$

$\oint_S \vec{u} \cdot d\vec{s} = 0$  进一步推得  $\nabla \cdot \vec{u} = 0$

9

### 流体

- 进一步看到了可以进行下去的希望，因为有式子  $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ ，这似乎是所有流体的都可以推导出的式子，有很大程度的可统一性。
- 但是注意上述分析中的得到的流稳恒方程为  $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ ，事实上在后面的讨论中这个直观的感受并不是完全满足分析的式子。

10

### 流体

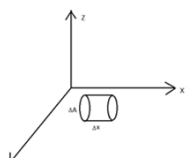
假设有流速分布  $\vec{u}(x, y, z)$ ，压强分布  $p(x, y, z)$ ，这里进行对  $x$  轴的力学分析，这小体积内物体受力为

$$\Delta F = [p(x + \Delta x, y, z) - p(x, y, z)] \Delta A$$

面积很小所以忽略  $y$  轴  $z$  轴的坐标变化， $\Delta m = \Delta A \cdot \Delta x \cdot \rho$

$$a_x = \frac{\Delta F}{\Delta m} = - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{\rho} \quad \vec{a} = - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

再设流体单位体积内受力为  $f(x, y, z)$ ，于是可以得到极其类似的式子  $\vec{a} = \frac{1}{\rho} (f + (-\nabla p))$



11

### 流体

- 但是这里还有个问题这里是速度的散度为零，前面并没有推导出加速度的散度为零，但是只要对式子  $\oint_S \vec{u} \cdot d\vec{s} = 0$  两端对时间求偏导即可得到  $\oint_S \vec{a} \cdot d\vec{s} = 0$ ，至此流体中的推导完毕。

**加速度场**  $\oint_S \vec{a} \cdot d\vec{s} = 0$

**加速度与力场分布的关系**  $\vec{a} = \frac{1}{\rho} (f + (-\nabla p))$

**流动势的概念**  $\oint_C \vec{f} \cdot d\vec{l} = 0$

- 回想起光学中例子，现实的流体中有没有能类似于  $\sum_{i=1}^n R_{i0}$  的式子呢？

12

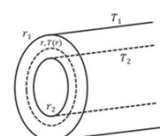
### 流体

- 达西-维斯巴赫公式  $h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$
- 单位长度电阻对电流的作用  $p = \rho \frac{1}{\pi d^2} i^2$
- 有*i*根串联的水管，对水的阻力设为  $S_i$ ，总阻力为  $\sum S_i$ ，电流串联  $R = \sum R_i$ ；由于上述二式中  $h_f = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$  与  $p = \rho \frac{1}{\pi d^2} i^2$  面积因素并不完全相同，并联时有总阻力关系式  $\frac{1}{S} = \sum \frac{1}{S_i}$ ，类比电阻的串并联式子  $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$ ，十分相似。

13

### 热学

- 电导率  $\sigma$
- 热导率  $K$
- 傅里叶定律  $\vec{q} = -K \cdot \nabla T$
- 欧姆定律  $\vec{j} = -\sigma \cdot \nabla U$



如图系统在引入 $\vec{j}$ 后将变得容易分析，与电阻极其类似

14

### 热学

- 事实上经过一定的思考，可以立即得到所需要的三个式子，
- 稳恒热流条件  $\oint \vec{j}_Q \cdot d\vec{s} = 0$
- 傅里叶定律  $\vec{j}_Q = K(-\nabla T + \vec{k}_Q)$
- 热动势的由来  $\oint \vec{k}_Q \cdot d\vec{l} = \epsilon_Q$
- 等势点就是温度相同的地方  $U_Q = T_2 - T_1$

15

### 热学

电学  $I = \frac{U}{R} \quad R = \rho \frac{l}{S}$

热学  $\Phi_Q = \frac{\Delta T}{R_Q} \quad R_Q = \frac{l}{K S}$

- 同时无一例外的经过合理外推，串并联热阻，复杂的热学网络也会迎刃而解。

16

### 小结

<p>电学</p> <p>稳恒电流的条件 <math>\oint \vec{j} \cdot d\vec{s} = 0</math></p> <p>欧姆定律 <math>\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{R})</math></p> <p>电动势的由来 <math>\oint \vec{k} \cdot d\vec{l} = \epsilon</math></p>	<p>磁学</p> <p>磁场中的高斯定理 <math>\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0</math></p> <p>磁感应强度与磁场的关系 <math>\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})</math></p> <p>安培环路定理 <math>\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \epsilon \sum i</math></p>
<p>热学</p> <p>稳恒热流条件 <math>\oint \vec{j}_Q \cdot d\vec{s} = 0</math></p> <p>傅里叶定律 <math>\vec{j}_Q = K(-\nabla T + \vec{k}_Q)</math></p> <p>热动势的由来 <math>\oint \vec{k}_Q \cdot d\vec{l} = \epsilon_Q</math></p>	<p>流体</p> <p>加速度场 <math>\vec{a} = \frac{1}{\rho}(\vec{f} + (-v_p))</math></p> <p>加速度与力场分布的关系</p> <p>流动势的概念 <math>\oint \vec{f} \cdot d\vec{l} = \epsilon</math></p>

17

### 由以上的推导产生的猜想

- 上述推导中有完整的三个方程的事实上只有电、磁、热、流体，电、磁为场物质，而流体也是物质，那么为什么热质说是错的？热质说和上面的问题的本质区别在哪里？
- 上述方程均为稳恒流动的方程，当不稳恒时，电磁互相激发，那么流体不稳恒时，有没有对应的波产生，热流不稳恒时有没对应的波产生，我们可以做一些大胆的猜想.....

18

- 最后的猜想仅是个人的一些简单的想法，希望能立足于现在的知识，提出问题，为以后的学习提供一些方向和指引，提高对物理学的理解与兴趣。
- 个人能力有限，报告之中有不当之处欢迎批评指正，谢谢大家！

19

- 参考文献
- 贾起民，郑永令，陈暨耀。2010。《电磁学第三版》北京：高等教育出版社
- 胡友秋，程福臻，叶邦角，刘之景。2014。《电磁学与电动力学【上册】第二版》北京：科学出版社
- 赵凯华，钟锡华。1984。《光学》北京：北京大学出版社
- 舒幼生。2005。《力学》北京：北京大学出版社
- 对流体力学的认识及其与电学的相似性，选自网络

20