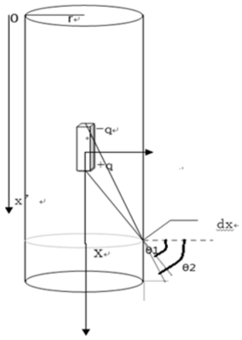
磁偶极子在金属管道之中的阻尼运动

1、模型的建立
2、运动关系的建立
3、计算过程
4、几点讨论
5、实验的设计
6、报告小结

BY 唐丁柯
指导老师：陶小平老师

模型的建立

1、磁偶极子的磁荷为q/-q
2、它的长度为2ℓ
3、导体管的厚度为δ（小量）
4、半径为r 电阻率为ρ
5、分别建立两个坐标系X/X’



运动关系的建立

$$R = \frac{\rho L}{\delta dx}$$

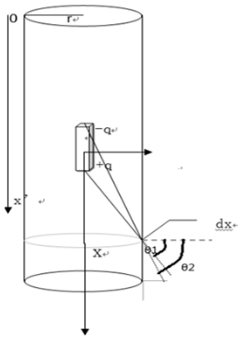
$$dF = BLi = \frac{B^2 L^2 v}{R} = \frac{B^2 L v \delta dx}{\rho}$$

$$B = \frac{q}{4\pi}\left\{\frac{1}{[(x-\ell)^2+r^2]}\cos\theta 1 - \frac{1}{[(x+\ell)^2+r^2]}\cos\theta 2\right\}$$

$$= \frac{qr}{4\pi}\left\{\frac{1}{[(x-\ell)^2+r^2]^{3/2}} - \frac{1}{[(x+\ell)^2+r^2]^{3/2}}\right\}$$

$$F阻 = \frac{Lv\delta}{\rho}\int_{-x'}^{+\infty} B^2 dx$$

$$mg - F阻 = ma$$



计算过程

- 既然求不出微分方程，就求其稳态的速度

$$v = \frac{mg\,\rho}{2\pi\, r\delta} \times \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} B^2 dx}$$

$$B = \frac{qr}{4\pi}\left\{\frac{1}{[(x-\ell)^2+r^2]^{3/2}} - \frac{1}{[(x+\ell)^2+r^2]^{3/2}}\right\}$$

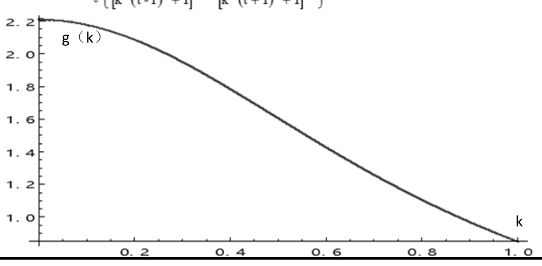
关键在于B^2项的积分：做一点点近似

k=l/r x=tl

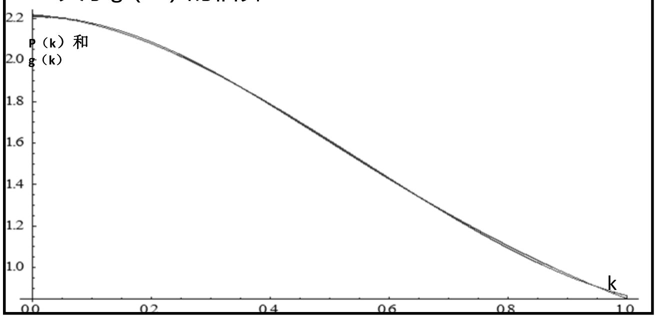
$$q = \frac{m'u0}{2\ell}$$

$$\int_0^{+\infty} B^2 dx = \frac{m'^2 u0^2}{64\pi^2 r^5 k}\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{[k^2(t-1)^2+1]^{3/2}} - \frac{1}{[k^2(t+1)^2+1]^{3/2}}\right\}^2 dt$$

$$g(k) = \frac{1}{k}\int_0^{\infty}\left\{\frac{1}{[k^2(t-1)^2+1]^{3/2}} - \frac{1}{[k^2(t+1)^2+1]^{3/2}}\right\}^2 dt$$



关于g（k）的估算



几点讨论

1、在k极小 即 l<<r时候

$$g[0.001] = 2.20983 = \frac{45\pi}{64}$$

$$v = \frac{1024}{45}\frac{mg\rho r^4}{\delta m'^2 u0^2}$$

2、关于有一定厚度的导体管道

$$F阻 = \int_{R1}^{R2}\frac{L v dr}{\rho}\int_{-x'}^{+\infty}B^2 dx$$

$$v = \frac{1024}{15}\frac{mg\rho R1^3 R2^3}{m'^2 u0^2 \left(R2^3 - R1^3\right)}$$

3、关于两端无限长导体的讨论。

$$F阻 = \frac{L v \delta}{\rho}\int_{-\infty}^{+\infty}B^2 dx$$

$$mg - F阻 = ma$$

$$v(t) = \frac{16\pi\, mg\rho g^4}{\delta m'^2 u0^2 g(k)}\left(1 - e^{-\frac{\delta m'^2 u0^2}{16 m \pi \rho r^4} g(k) t}\right)$$

实验验证

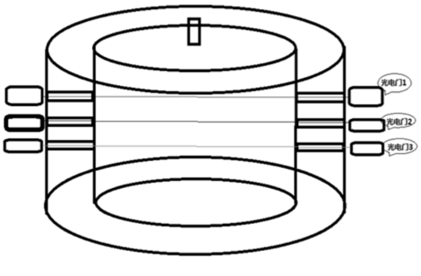
$$v = \frac{16\pi}{g(k)}\frac{mg\rho r^4}{\delta m'^2 u0^2}$$

$$m' = 1.45 A \bullet m^2$$

1、速度

2、磁偶极子的近似条件

3、运动过程之中的稳定性



小结：我做的工作

1、求出了任意磁偶极子在一端薄导体管之中运动的稳态速度

2、求出了短磁偶极子在厚导体管之中运动的稳态速度

3、求出了磁偶极子在两端无限长的导体之中的运动速度时间方程

4、实验的设想以及验证。