


制作者: 马太高
指导教师: 周祥祥



磁聚焦,磁透镜的原理及其应用

目录

- 1 选题意义及目的
- 2 磁聚焦的原理及运用
- 3 磁透镜的原理及运用
- 4 磁透镜焦距的推导
- 5 相关结论及问题

壹


选题意义及目的

- ✓ 选题原因
- ✓ 研究综述
- ✓ 参考文献

1 选题的意义及目的

✓研究综述


- 1.介绍磁聚焦的原理
- 2.利用磁聚焦测量真空磁导率并改进实验
- 3.介绍磁透镜的原理及运用
- 4.在两种不同近似条件下推导出磁透镜的焦距



1 选题的意义及目的

✓参考文献

- 【1】黄河, 马静, 刘竹琴; 用磁聚焦法测量真空磁导率; 信息技术; 2012; N.5; 52-53.
- 【2】韩运侠, 朱景成; 磁透镜焦距的计算; 洛阳师范学院学报; 2015; N.3; 53-54.
- 【3】马萍; 磁透镜的工作原理及其在电镜中的应用; 青岛大学学报; 2002; N.2; 67-70.
- 【4】叶邦角; 《电磁学》; 2015; 211-215.



貳

磁聚焦的原理及运用

- ✓ 磁聚焦的原理
- ✓ 利用磁聚焦测量真空磁导率
- ✓ 实验原理的改进

2 磁聚焦的原理及运用

✓磁聚焦的原理



$$f_h = qBv_{\perp}$$

$$f_h = \frac{mv_{\perp}^2}{r}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$



图三 带电粒子在磁场中的螺旋运动

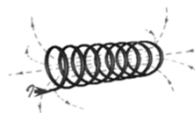
$$h = v_{\perp} T \quad h = \frac{2\pi m v_{\perp}}{qB}$$

$$qU = mv_{\parallel}^2 / 2 \quad h_{\parallel} = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{q}$$



2 磁聚焦的原理及运用

✓利用磁聚焦测量真空磁导率



$$B_L = \frac{\mu_0 NI}{\sqrt{L^2 + D^2}}$$

$$\mu_0 = \frac{2\pi}{NIh} \sqrt{\frac{2(L^2 + D^2)mU}{q}}$$



2 磁聚焦的原理及运用

✓实验原理的改进

实验测得真空磁导率

| $\mu_0 / 10^{-7} \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ | 与理论值的相对误差/% |
|--|-------------|
| 3.8498 π | 3.755 |
| 3.8654 π | 3.365 |
| 3.8860 π | 2.850 |
| 3.9143 π | 2.143 |
| 3.9050 π | 2.375 |



干扰

自?



2 磁聚焦的原理及运用

✓实验原理的改进

地磁场等效由成电流I产生的

地磁场干扰

$$B_0 = \mu_0 kI \quad dB_0 = \frac{\mu_0 I dl \times r}{r^3}$$

$$\begin{cases} B_1 = B_{L1} + B_0 = \mu_0 \left(\frac{NI}{\sqrt{L^2 + D^2}} + kI \right) \\ B_2 = B_{L2} + B_0 = \mu_0 \left(\frac{-NI}{\sqrt{L^2 + D^2}} + kI \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = \frac{2\pi}{B_1} \sqrt{\frac{2mU}{q}} = \frac{2\pi}{\mu_0 \left(\frac{NI}{\sqrt{L^2 + D^2}} + kI \right)} \sqrt{\frac{2mU}{q}} \\ h_2 = \frac{2\pi}{B_2} \sqrt{\frac{2mU}{q}} = \frac{2\pi}{\mu_0 \left(\frac{-NI}{\sqrt{L^2 + D^2}} + kI \right)} \sqrt{\frac{2mU}{q}} \end{cases}$$

2 磁聚焦的原理及运用

✓实验原理的改进

地磁场干扰

$$\mu_0 = \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} \frac{\pi}{NI} \sqrt{\frac{2(L^2 + D^2)mU}{q}}$$

$$kI = \frac{(h_1 + h_2)NI}{(h_2 - h_1)\sqrt{L^2 + D^2}}$$

$$B_0 = \mu_0 kI = \frac{(h_1 + h_2)\pi}{h_1 h_2} \sqrt{\frac{2U}{q}}$$



2 磁聚焦的原理及运用

✓实验原理的改进

地磁场干扰

另外的思路：

改变电流，多次测量，拟合；

屏蔽地磁场



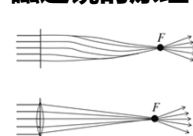
叁

磁透镜的原理及运用

- ✓ 磁透镜的原理
- ✓ 磁透镜的运用

3 磁透镜的原理及运用

✓ 磁透镜的原理



不均匀磁场
短线圈

图四 磁透镜和光学透镜的聚焦

3 磁透镜的原理及运用

✓ 磁透镜的运用

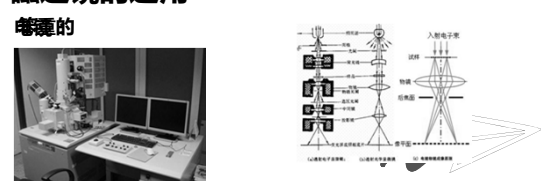
模糊的



3 磁透镜的原理及运用

✓ 磁透镜的运用

清晰的



肆

磁透镜焦距的推导

- ✓ 近轴条件推导
- ✓ 磁矩守恒推导

4 磁透镜焦距的推导

✓ 近轴条件推导

对于该短线圈，由于线圈横截面尺寸比线圈宽度尺寸大很多，可以将短线圈看成一个圆形线圈，其等效电流为 NI ， N 为线圈匝数， I 为电流强度。由毕奥-萨伐尔定理，半径为 R 的线圈在其轴线上距离中心为 x 处产生的磁感应强度为：

$$B_z = \frac{B_0}{(1 + \frac{x^2}{R^2})^{3/2}} \quad B_0 = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

当 $x = 2.5R$ 时， B_z 降为最大值 B_0 的 0.6% 以下，因此可以近似认为在离开中心 $-5R < x < 5R$ 内粒子才受到线圈磁场的的作用，在 $x > 5R, x < -5R$ 内做匀速直线运动。

4 磁透镜焦距的推导

✓近轴条件推导

由高斯定律：

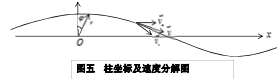
$$B_r 2\pi r \Delta x + \pi r^2 \Delta B_z = 0 \quad B_r = -\frac{r}{2} \frac{dB_z}{dx}$$



4 磁透镜焦距的推导

✓近轴条件推导

建立柱坐标系：



图五 柱坐标及速度分解图



4 磁透镜焦距的推导

✓近轴条件推导

那么分析粒子在柱坐标 x, r, φ 三个轴上的运动，

$$x: m\ddot{x} = f_x = qB_r \dot{\varphi}$$

$$r: m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = f_r = -qB_r r \dot{\varphi}$$

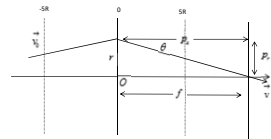
$$\varphi: \frac{d}{dt}(m r^2 \dot{\varphi}) = \tau_{\varphi} = -q r (\dot{x} B_z - \dot{z} B_x)$$

$$\rightarrow d(m\dot{r}) = -\frac{q^2 r B_z^2}{4m v_x^2} dx$$



4 磁透镜焦距的推导

✓近轴条件推导



粒子的偏角及焦距图



4 磁透镜焦距的推导

✓近轴条件近轴条件近轴条件推导

在近轴条件下，粒子通过短线圈产生的薄磁透镜时 v_x 可以近似认为相等，则可以得到粒子在通过磁透镜后获得的径向动量为：

$$P_r = -\frac{q^2 r}{4m v_x} \int_{-R}^R B_z^2 dx$$

$$\tan \theta = \frac{v_r}{v_x} = -\frac{P_r}{p_x} \quad \tan \theta = \frac{r}{f}$$



4 磁透镜焦距的推导

✓近轴条件推导

可得到：

$$f = -\frac{P_r}{p_x} = -\frac{16m^2 v_x^2}{q^2 \mu_0^2 N^2 I^2 R^2} \int_{-R}^R (x^2 + R^2)^{-3} dx$$

其中的积分有：

$$\int_{-R}^R (x^2 + R^2)^{-3} dx = \frac{5R^3 x + 3(R^2 + x^2)^2 \tan^{-1}(\frac{x}{R}) + 3Rx^2}{8R^6 (R^2 + x^2)^2} \Big|_{-R}^R \approx \frac{109}{R^3}$$

焦距为：

$$f = \frac{16m^2 v_x^2 R}{109 \mu_0^2 q^2 N^2 I^2}$$



4 磁透镜焦距的推导

✓磁矩守恒推导

设磁场缓慢变化，并引入回旋磁矩：

$$\mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B} \quad \text{设磁场缓慢变化，并引入回旋磁矩：}$$

回旋磁矩守恒

【4】叶邦角；《电磁学》；2015；211-215.

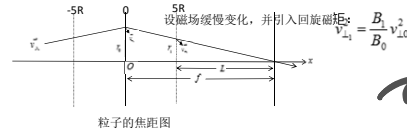


4 磁透镜焦距的推导

✓磁矩守恒推导

粒子焦距图：

由回旋磁矩守恒，有：



4 磁透镜焦距的推导

✓磁矩守恒推导

由几何关系：

$$f = 5R + L = 5R + \frac{r_0 v_{\perp 0}}{v_{\perp}} = 5R + r_0 \sqrt{\frac{v_{\perp}^2 - v_{\parallel}^2}{v_{\perp}^2}}$$

设磁场缓慢变化，并引入回旋磁矩：

$$= 5R + r_0 \sqrt{\frac{B_0 v_{\perp 0}^2 - B_1 v_{\perp}^2}{B_1 v_{\perp}^2}}$$

由半径和速度关系，有：



4 磁透镜焦距的推导

✓磁矩守恒推导

$$f = 5R + \frac{r_0 B_0 v_{\perp 0}}{B_1 v_{\perp}} \sqrt{\frac{B_0 v_{\perp 0}^2 - B_1 v_{\perp}^2}{B_1 v_{\perp}^2}} = 5R + r_0 \sqrt{\frac{B_0^2 v_{\perp 0}^2 - B_0 B_1 v_{\perp}^2}{B_1^2 v_{\perp}^2}}$$

设磁场缓慢变化，并引入回旋磁矩：

$$f = 5R + \frac{20 \sqrt{400 m^2 v_{\perp 0}^2 - 3 q^2 B_0^2 r_0^2}}{3 q B_0}$$

其中有：

$$B_1 = \frac{B_0}{(1 + x^2/R^2)^{3/2}} \Big|_{x=0} \approx \frac{3}{400} B_0$$

• 焦距为：

r_0 为粒子中轴处偏转半径

其中有 $B_0 = \frac{\mu_0 NI}{2R}$

伍

相关结论及问题

- ✓ 相关结论
- ✓ 相关问题

5 相关结论及总结

✓相关结论

- ✦ 改进测量真空磁导率后的结果。
- ✦ 在不同的近似下处理磁透镜的焦距公式



5 相关结论及问题

✓ 相关问题

1. 用此种方法测出来的地磁场
是螺线管方向的分磁场。

设磁场缓慢变化，并引入回磁磁矩。

2. 焦距公式没有经过实验验证。

3.

制作者：马太高
指导老师：周梓祥

谢谢！