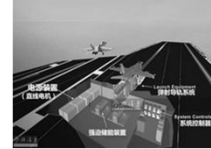


## 他励直流电动机的拖动过程的两个修正

作者：孙皓旻 PB16001786  
指导老师：余庆选

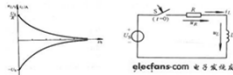
## 一、拖动过程的应用

- 1、用于制作电磁弹射装置
- 电磁弹射器是航空母舰上的一种舰载机起飞装置，已由美国最新下水的福特号航母首先装备。与传统的蒸汽式弹射器相比，电磁弹射具有体积小、对舰上辅助系统要求低、效率高、重量轻、运行和维护费用低廉的好处。是未来航空母舰的核心技术之一。



## 2、用于制作电磁炮

- 电磁炮是利用电磁发射技术制成的一种先进动能杀伤武器。其利用电磁系统中电磁场产生的洛伦兹力来对金属炮弹进行加速，使其达到打击目标所需的动能，与传统的火药推动的大炮相比，电磁炮可大大提高弹丸的速度和射程。
- 以上二者的主要部分的原理与直流电动机十分的类似，都可以看成是R-L电路，如下图：



- 因此研究好电动机的工作原理对于我们生产生活有重要的意义，这也是本研究的价值所在。下面我们来看一下电动机的相关内容。

## 二、电动机工作过程的理论分析

### 1、电枢电动势与电磁转矩

#### (1) 电枢电动势

- 我们知道，一根导体的平均电动势为： $e_{av} = B_{av} l_j v$
- 其中， $v$ 可以写成： $v = 2p\tau \frac{n}{60}$
- 以上两式中， $l_j$ 为电枢的轴向有效长度， $p$ 为极对数， $\tau$ 为极距， $n$ 为电枢的转速。
- 由此我们有： $e_{av} = 2p\tau \frac{60}{\pi} B_{av} l_j v$
- 因此，总电枢电动势为： $E_a = x e_{av} = C_e \Phi n$
- 其中 $x$ 为总导体数， $C_e$ 称为电动势常数。

#### (2) 电磁转矩

- 我们知道，一根导体所受的平均电磁力为： $f_{av} = B_{av} l_j i_a$
- 因而一根导体所产生的电磁转矩为： $T_1 = f_{av} \frac{D}{2} = \frac{f_{av} p \tau}{\pi}$
- 所以总转矩为： $T = C_t \Phi i_a$
- 其中 $C_t$ 称为转矩常数。这样我们又有关系式 $C_t = 9.55 C_e$

## 2、他励直流电动机的机械特性

- 所谓机械特性是指电动机加上一定的电压后，电磁转矩和转速之间的关系，下面我们就来推导这一关系。
- 一般情况下，电枢中除了自身电阻，还有额外电阻 $R$ ，因此：

$$n = \frac{E_a}{C_e \Phi} = \frac{U - I_a(R_a + R)}{C_e \Phi} = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{(R_a + R)}{C_e C_t \Phi^2} T$$

$$n = n_0 - \beta T$$

- 讨论： $n=0$ 即电动机启动时， $E_a = 0$ ，此时电枢电流 $I_a$ 可以达到额定电流的20倍以上，这样大的电流很有可能烧坏换向器。因此大型直流电动机不能直接启动，必须先借助他力启动，再通电，且不能使用换向器。

## 3、他励直流电动机拖动过程的数学分析

- 在进行下面的过渡过程的数学分析时，我们忽略电磁过渡，只考虑机械过渡，且假定：(1)电源电压为常数不变(2)磁通 $\Phi$ 为常数(3)负载转矩(这里的负载转矩已经包含了电动机的空载转矩和负载的转矩)为常数。

- 拖动过程的动力学方程为( $J$ 为负载转子的转动惯量)： $T - T_L = J \frac{dn}{dt} = \frac{\pi}{30} J \frac{dn}{dt}$
- 又由 $n = n_0 - \beta T$ ，得：

$$n = n_L - T_M \frac{dn}{dt}$$

- 其中， $n_L$ 为电动机稳定工作时的转速，并且： $T_M = \frac{R_a \pi}{30 C_e C_t \Phi^2} J$

解上面的微分方程我们得到： $n = n_L - n_L e^{-\frac{t}{T_M}}$

### 三、拖动过程第一个修正

#### 1、实物的实验验证

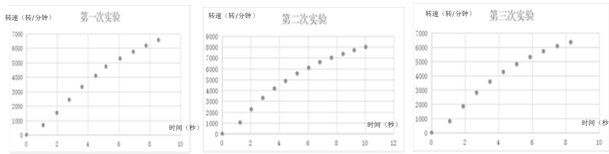
- 为此首先，我们购买了实验专用的铜制陀螺（它的转动惯量已知大约为  $4.5 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ ），和一个加速器（这个加速器是由一个他励直流电动机和一个开关组成的）用来使陀螺高速自转。我们购买了一个激光测速器用于远程测定陀螺的自转角速度。各个器材的图片如下：（从左至右依次是：陀螺、加速器、激光测速器）



- 实验方案：使用加速器开始加速陀螺的同时使用测速器持续测定，得到一组角速度，同时用手机开始录像，录下激光测速仪上的示数，重复三次。下面是其中一次实验的视频，让我们来看一下。



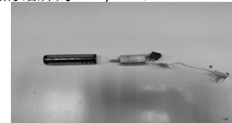
- 数据处理：使用视频剪辑软件“爱剪辑”进行视频分析，逐帧回放视频，得到三组角速度随时间变化的关系图如下：



- 由此可以看出图线的变化趋势与理论分析一致，可见我们的理论是基本正确的。

#### 2、更精确的实验验证——计算机数值计算与模拟

- 为了能够进行计算机的数值计算，以便得到电动机拖动过程的标准曲线，我们就必须从电动机本身入手分析。由之前的推导我们知道要确定标准曲线我们只需要知道稳定转速和常数。而由于电动机是完整的我们不能将其拆开，因此我们就只能从电动机的铭牌入手去分析。
- 我们有电动机的铭牌为FF-170PA：



- 由卖家提供的信息得到这个电动机的额定电压为5V，空载电流为130mA，空载转速为13000转/分钟，当达到最大稳定转速时电路的电流是350mA。
- 由于  $C_e \Phi_N$  对应额定状态下的数值，可以用下面的公式计算： $C_e \Phi_N = \frac{E_{aN}}{n_N} = \frac{U_N - I_N R_a}{n_N}$

- 又因为我国设计的小型直流电动机有如下关系： $E_{aN} = 0.93 U_N$

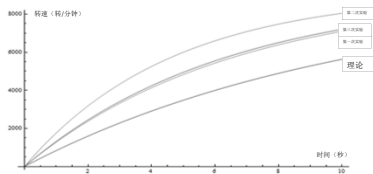
- 因此我们就可以计算得到这个直流电动机的参量如下：

$R_a = 2.6932 \Omega$   $C_e \Phi_N = 3.57692 \times 10^{-4}$

$T_M = 10.383$   $n_L = 9107.534$  转/分钟

- （注：以上数据中没有写单位的量的单位是工程标准单位，即除了转速的单位是“转/分钟”之外其余量均为国际单位。）

- 这样，我们就可以使用软件Mathematica n画出这个电动机拖动过程的图线，并把它和上面实物实验验证得到的图线放在一起比较得到下面的图线组：



#### 3、误差的分析与理论的修正

- 我们可以看到，上面的对比图线中，理论曲线和实际曲线相差较大，这表明我们的理论应该是有不够完备的地方。

- 回顾我们的理论分析过程可以发现，问题应当出在进行过渡过程数学分析的时候所做出的假定上。

- 由于前两个量（电源电动势和内部磁场的磁感应强度）的变化难以测量，因此这里的理论修正我们只考虑第三个因素造成的影响，即：当时我们假定负载转矩为常数，然而实际上对于风扇、飞轮、陀螺这类负载，其负载转矩与转速有如下关系： $T_L = k n^2$  其中k为一常数。又由  $T - T_L = J \frac{dn}{dt}$  和  $n = n_0 - \beta T$  我们得到以下微分方程：

$$n_0 - \beta k n^2 - n = T_M \frac{dn}{dt}$$

- 上式中  $\beta$  可以由  $T_M$  算出来： $\beta = 2.2034 \times 10^{-6}$ ，下面我们来计算k和  $n_0$ 。

- $r_{稳定} = C_e \Phi_{a1} I_{励磁} = 1.166 * 10^{-3}$ 。可得： $k = 1.4414 * 10^{-11}$
- $n_0$  的计算：直接带入公式得：
- $n_0 = 13978.494$  转/分钟
- 使用数学软件Mathematica求解上述微分方程并画图，可得函数为：  

$$n = \frac{10486.184 * (-41972.521) * (e^{-0.1605 * t} - 1)}{10486.814 * e^{-0.1605 * t} + 41972.521}$$
- 图像为：

- 再次将理论曲线与实际曲线放在一起对比，得到下面的图线组。（又额外进行了五组实验，将这九条曲线放在一起对比），深蓝色的是理论曲线，其余的曲线均由散点图经过非线性拟合得到。

- 图中深蓝色的最醒目是理论曲线，其余为八条实际曲线。
- 这次理论曲线位于八条实际曲线之间，可见偏差很小，由此基本可以得出结论：我们的理论是可靠的。

### 四、拖动过程第二个修正——内部磁场的模拟

- 为了模拟电动机的内部磁场，我使用多物理场模拟软件“Comsol”对电动机内部的磁场进行了模拟。由于进行动态模拟有一定的困难，我只对极对数为4的直流电动机的磁场进行了静态模拟。
- 需要特别说明的是，此模拟是根据Halbach磁场阵列进行的，由于其具有对称性，因此对于我们所研究的无刷直流电动机而言其模拟是可以适用的。
- 参数的设定如下图所示：

| 名称    | 表达式        | 值           | 描述                        |
|-------|------------|-------------|---------------------------|
| Ro    | 15[mm]     | 0.015 m     | Outer radius of the rotor |
| Ri    | 8[mm]      | 0.008 m     | Inner radius of the rotor |
| L     | 19[mm]     | 0.019 m     | Length of the rotor       |
| alpha | 11.25[deg] | 0.19635 rad | Angle of rotation         |

- 注：以上参数均由实际测定得到。

### 理论模型

- 模拟时用到了磁体的边界条件如下：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = 0$$

- 还用到电场关系： $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$
- 此外，内部磁场的大小可以由下式给出，其中的  $B_r$  表示原本磁体内的净余磁感应强度

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} + B_r$$

- 于是模拟的结果如下图所示：
- 左图是电动机内部磁场的分布（离远点越远表明磁感应强度越大），右图则给出了磁场的3D图像。

### 五、总结

- 1、首先，我深入的分析拖动过程的误差，对于常规的指数型拖动进行了比较符合实际的修正。
- 2、本研究通过软件模拟的方式实现了对于无刷直流电动机内部磁场的模拟。
- 3、通过上面的研究，基本了解了电动机的工作过程。
- 4、当然，我的工作仍有不足之处。比如没有实现动态模拟、没有将电动机内部磁通的模拟应用于拖动过程修正、没有考虑第三个可能的修正也就是电池电动势的变化等。

## 六、鸣谢

- 感谢余庆选老师给予我的改进论文的可靠建议。
- 感谢协助我完成实验的陈钊同学、徐直前同学。
- 感谢各位的聆听。

## 七、参考文献

- 【1】《新概念物理教程-电磁学》，赵凯华、陈熙谋著，高等教育出版社
- 【2】《电机与拖动基础》，李发海、王岩著，清华大学出版社
- 【3】《电磁学与电动力学（上册）》，胡友秋、程福臻、叶邦角、刘之景著，科学出版社
- 【4】《Mathematica基础培训教程》，李汉龙、隋英、繆淑贤、韩婷著，国防工业出版社
- 【5】《新概念物理教程-量子物理》，赵凯华、罗蔚茵著，高等教育出版社

# THANKS !