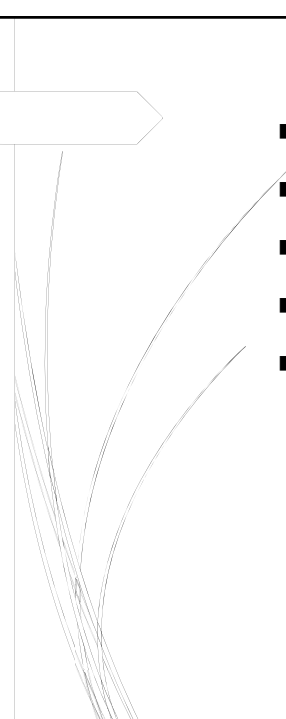




铁磁性物质磁化过程的定量描述

参赛人：李宏超，指导老师：秦敢老师

- 
- 主要内容：铁磁性物质磁化过程
 - 1、起始磁化阶段
 - 2、不可逆磁化阶段
 - 3、磁畴磁矩转动阶段
 - 4、趋近饱和阶段

基本概念

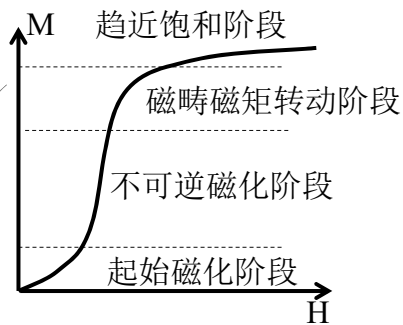
- ▶ 1、畴壁：磁畴分界线，后续不加强调的畴壁均为180°壁，而这层畴壁的宽度叫畴壁厚度，在之后的推导中用 δ 表示。
- ▶ 2、静磁能：在电磁学学习中有提及该能量推导， $\mathbf{E}_H = -\mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}$
- ▶ 3、各向异性能：最大与最小磁化能的差。对立方晶系 $\mathbf{E}_k = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$
- ▶ 4、畴壁能： $\gamma = 2\sqrt{A_1K_1}$ ，其中 $A_1 = A/a$ ， a 为晶轴上原子间距， γ 即单位面积的畴壁能。

初步分析：

- ▶ 由于实际材料复杂的畴结构让理论计算十分困难，我们对这个材料的磁畴模型会做一定的简化，我们先只考虑磁畴转动：经计算可得磁化曲线方程：

$$\frac{M}{M_s} \left[\left(\frac{M}{M_s} \right)^2 - \frac{1}{2} \right] = \frac{\mu_0 M_s H}{4K_1}$$
- ▶ 让 M 趋近于 M_s ，我们会得到： $H_s = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s}$ ，带入铁的 $K_1 = 4.2 \times 10^4 \text{ J/m}^3$ ， $M_s = 1700 \text{ kA/m}$ ，可以得到 $H_s = 39 \text{ kA/m}$ 与实验测量的 $H_s = 36.4 \text{ kA/m}$ 大致相符，但当 H 趋近于0时，该式中 M 趋近于 $M_s/\sqrt{2}$ ，与实验值趋近于0不相吻合！同时我们可以看出：在 H 趋近于 $\frac{2K_1}{\mu_0 M_s}$ 更大的值的时候， M 超过了 M_s ，这也是与实验中发生的情况不符合的！

实际上为什么会这样？



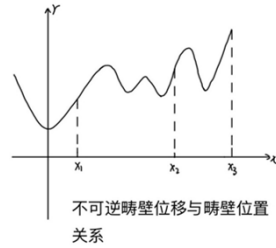
一、起始磁化阶段

- 利用杂质阻力模型和应力阻力模型
- 在杂质阻力模型中，我们假设半径为 r 的球形掺杂物占领了边长为 a 的立方格子的顶点，前后两个面为磁畴。进而解得磁化率

$$\chi_i = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\mu_0 M_s^2 \alpha r}{3\pi K \beta^{\frac{1}{3}} \delta}$$
- 但是该模型的可行性并没有验证，在原模型的基础上，我进一步算了一下 r 与 δ 关系，可以根据实验数据计算得出： $r \approx \frac{10}{\pi} \delta$ ，这也证明了杂质半径是大于畴壁宽度的，该模型的合理性得到初步验证。
- 内应力随着位移 x 的变化规律可以近似写成 $\sigma = \sigma_0 \cos \frac{2}{1} \pi x$ ，各向异性系数 $K = K_1 - \frac{3}{2} \lambda \sigma_0 \cos \frac{2\pi x}{1}$ 进一步计算得： $\chi = \frac{4M_s^2 l}{\pi \lambda \sigma_0 \delta}$ 。带入实验数据为73，与实际较吻合。
- 但两种模型中我更倾向应力阻力模型计算结果，与现实数据更好的贴合。

二、不可逆畴壁位移

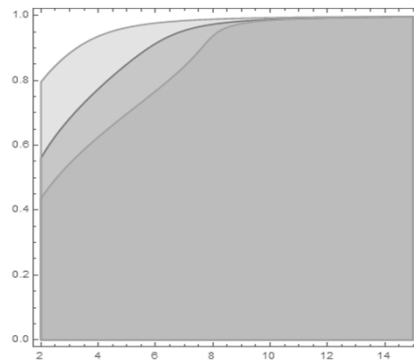
- 1、为什么会发生不可逆畴壁位移？



- 由计算可知： $H = \frac{1}{2\mu_0 M \cos\theta} \frac{dy}{dx}$ ，对临界场： $H_0 = \frac{1}{2\mu_0 M \cos\theta} \frac{dy}{dx} = \frac{\pi\gamma r}{\mu_0 M \cos\theta a^2} = \left(\frac{4\pi}{3}\right) \frac{2}{3} \frac{4K_1 \beta^2 \delta}{\mu_0 M s^1 r}$ ，同时有两种模型下： $X_{\text{杂, 不可逆}} = \frac{M}{H_0} \approx X_{\text{杂, 可逆}} \frac{a}{r}$ ，
 $X_{\text{应, 不可逆}} = \frac{M}{H_0} \approx \frac{4\mu_0 M_s^2}{3\pi \lambda \sigma_0 \delta} = 2\pi X_{\text{应, 可逆}}$

三、磁畴磁矩转动过程

- 在磁畴转动平衡时，若磁各向异性是单轴的，施加的H与易轴成 θ_0 角，Ms转离易轴并与H成 θ 角，经计算可得如下方程：
- $4x^4 + 4p \cos 2\theta_0 x^3 - (4 - p^2)x^2 - 4p \cos 2\theta_0 x + \sin 2\theta_0 - p^2 = 0$
- 其中： $x = \cos\theta = \frac{\mu_0 M_s H}{2K_1} = M/M_s$ ， $p = \mu_0 M_s H / K_1$ ，我们画出x-p图像：



自下而上 θ_0 分别是 60° ， 45° ， 30° 。

- 我们可以算一下弱磁场下, $\theta \approx \theta_0$, $\mu_0 M_s H \sin \theta \approx \mu_0 M_s H \sin \theta_0$, 同时 $\sin(\theta - \theta_0) \approx \theta - \theta_0 = \Delta\theta$, 故 $E = K_1 \Delta\theta^2 + \mu_0 M_s H \cos \theta$ 转动的稳定条件也相应的变成: $2K_1 \Delta\theta = -\mu_0 M_s H \sin \theta_0$, $\Delta\theta = \frac{-\mu_0 M_s H \sin \theta_0}{2}$
- 再利用起始处磁化率 $\chi_a = \frac{\partial M}{\partial H} = -M_s \sin \theta_0 \frac{\partial \theta}{\partial H}$, 带入 $\Delta\theta = -\frac{\mu_0 M_s H \sin \theta_0}{2}$ 得到:
- $\chi_a = \frac{\mu_0 M_s^2 \sin^2 \theta_0}{2K_1}$
- 再利用 $\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{2}{3}$, 得出了 $\chi_a = \frac{\mu_0 M_s^2}{3K_1}$
 根据实验资料 $M_s = 2.15$, $K_1 = 4.2 \times 10^4$ 计算出: $\chi_a = 4.6 \times 10^{-7}$
- 这与畴壁移动的73相比实在太弱了, 故可以忽略了。也正好解释了为什么起始阶段只有畴壁移动的贡献。

四、趋近饱和阶段

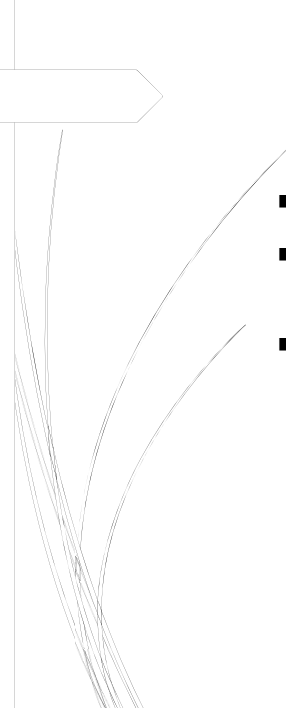
- 此时磁化强度方向与磁场强度方向大体一致, 之间夹角 θ 很小, 那么 $M = M_s \cos \theta$ 又可以改写成: $M = M_s (1 - \frac{\theta^2}{2} + \dots)$, 在平衡时 H 所施加的力矩应该与各向异性产生的力矩相平衡, 即:

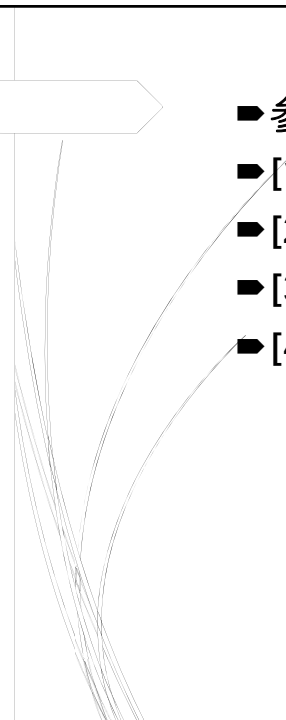
$$\mu_0 M_s H \sin \theta = -\partial E / \partial \theta, \text{ 故 } \theta \approx \sin \theta = \frac{C}{\mu_0 M_s H}$$
- 其中 $C = -(\partial E / \partial \theta)_{\theta=0}$
- 因而 $M = M_s (1 - \frac{C^2}{2\mu_0 M_s H^2} + \dots) = M_s (1 - \frac{b}{H^2} + \dots)$, $b = \frac{C^2}{2\mu_0 M_s}$
- H 比较大的时候, 第二项的影响是最大的, 我做的工作是: 计算一下 b 的大小。

- 上面的式子中，C的值并不准确，实际上M并不只在这个平面，而是分布在空间中，故对C的修正为： $C = |\nabla E|^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \theta} \left(\frac{\partial E}{\partial \varphi}\right)^2$
- 对方晶系材料我们有： $E = K_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2)$
- 进行偏微分计算： $\frac{\partial E}{\partial \theta} = \frac{\partial E}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \theta} + \frac{\partial E}{\partial \alpha_2} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \theta} + \frac{\partial E}{\partial \alpha_3} \frac{\partial \alpha_3}{\partial \theta}$ ， $\frac{\partial E}{\partial \varphi} = \frac{\partial E}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial E}{\partial \alpha_2} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial E}{\partial \alpha_3} \frac{\partial \alpha_3}{\partial \varphi}$
- 进一步得： $C^2 = 4K_1^2[(\alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6) - (\alpha_1^8 + \alpha_2^8 + \alpha_3^8) - 2(\alpha_1^4 \alpha_2^4 + \alpha_1^4 \alpha_3^4 + \alpha_2^4 \alpha_3^4)] = 4K_1^2 \times \left(\frac{3}{7} - \frac{3}{9} - \frac{6}{105}\right) = \frac{16}{105} K_1^2$ ，带入之前公式得： $\mathbf{b} = \frac{8K_1^2}{105M_s^2}$
- 同时我们也可以比对一下第二项与其余项的大小差异：对于第三项系数，经过计算可得： $\frac{32K_1^4}{33075M_s^4}$ ，带入实验数据得出二三项比值为 6×10^{-15} ，当然三项及之后的都可以忽略。

总结与反思

- 该文章重点描述铁磁性物质在外界磁场改变下，从完全随机的磁畴分布状态到饱和状态的四个过程的定量分析，但是该文章仅仅是理论的模型解释，缺乏实际的实验设计验证，或者说有实验数据验证但也是比较旧的数据；同时部分曲线图像缺乏相应的数值模拟。这些地方有待改进，但目前阶段不具备实验条件，所以只将工作做到了这里
- 该文章主要讲的是立方晶系且只具备 180° 畴壁的铁磁体，模型有些简化，与实际铁磁体相差较远，但该文章的对于基础的磁化过程的研究，可以作为跳板，用来进一步探索尖晶石和石榴石型铁氧体，冷轧晶粒以及合金的磁化过程。

- 
- ▶ 最后用一句话结束我对磁化过程的感悟：
 - ▶ “大圣，此去欲何？” “踏南天，碎凌霄。” “若一去不回？” “便一去不回！”
 - ▶ 当经历了不可逆的磁化过程后，你的人生，如同这磁化过程，再也没有重来的机会，只能如江水般一上路头难回。

- 
- ▶ 参考文献：
 - ▶ [1]近角聪思，铁磁性物理[M]2002:204-431
 - ▶ [2]韩志全，铁氧体及其磁性物理[M]2010：26-79
 - ▶ [3]戴道生，物质磁性基础[M]2016:177-237
 - ▶ [4]林肇中，技术磁化理论[DB/OL]

