

# 关于神经元电信号传导的再分析

答辩人：杨旭鹏 PB17000234

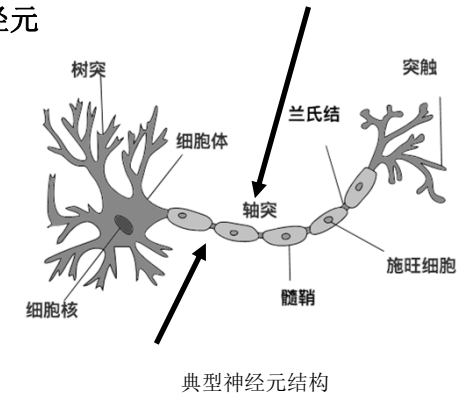
指导老师：徐春凯

少年班学院

2018年6月28日

## 神经元电信号基础

### 1. 神经元



## 大纲

### ■ 神经元电信号基础

神经元、反转电位与静息电位、动作电位

### ■ 现有的计算和分析方法

### ■ 创新思考与计算模拟

### ■ 总结与展望

## 神经元电信号基础

### 2. 反转电位

➤ 离子通道  $\rightleftharpoons$  选择透过性

➤ 电场势能  $\overset{\text{平衡}}{\rightleftharpoons}$  化学梯度势能

➤ 静息电位的基础

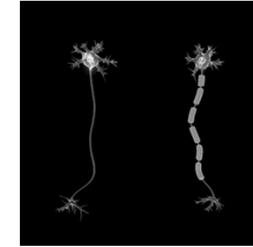
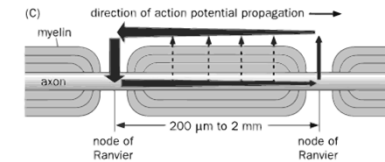
## 神经元电信号基础

### 2. 静息电位

- 由多种离子共同决定
- 细胞膜内外两侧的外正内负的电位差
- 一切生物电产生和变化的基础

## 神经元电信号基础

### 3. 动作电位---跳跃式传导

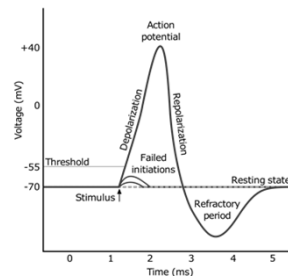


- 从兰氏节到兰氏节
- 一定长度的轴突内需产生动作电位的次数变少---加快传导速率。

## 神经元电信号基础

### 3. 动作电位

- 细胞膜受到适当刺激而产生的，短暂而有特殊波形的跨膜电位波动。
- 实现神经传导和肌肉收缩的生理基础。



## 现有的计算和分析方法

### 1. 反转电位&静息电位

Goldman, Hodgkin 以及 Katz等人 提出了一个简化的常数场模型，其中基于下列假设：

- 离子通道内电场强度均匀；
- 不同的离子运动相互独立。

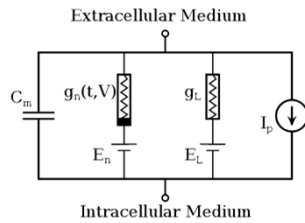
从而可获得：

$$V = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{P_{Na^+}[Na^+]_{out} + P_{K^+}[K^+]_{out} + P_{Cl^-}[Cl^-]_{in}}{P_{Na^+}[Na^+]_{in} + P_{K^+}[K^+]_{in} + P_{Cl^-}[Cl^-]_{out}} \right)$$

上式即为 Goldman 方程。

### 现有的计算和分析方法

#### 2. 动作电位



Hodgkin-Huxley 模型

- 电容—模拟细胞膜的绝缘性质；
- 电导—模拟细胞膜上离子通道的开放程度；
- 电源—模拟离子的反转电位

### 现有的计算和分析方法

#### 2. 动作电位

实验总结的参数为：

$$\begin{cases} \alpha_n(V) = \frac{0.01(10+V)}{e^{\frac{10+V}{10}} - 1} \\ \alpha_m(V) = \frac{0.1(25+V)}{e^{\frac{25+V}{10}} - 1} \\ \alpha_h(V) = 0.07e^{\frac{V}{20}} \\ \beta_n(V) = 0.125e^{\frac{V}{80}} \\ \beta_m(V) = 0.125e^{\frac{V}{18}} \\ \beta_h(V) = \frac{1}{e^{\frac{30+V}{10}} + 1} \end{cases}$$

其中，m, h 代表离子通道开放程度概率的函数 (0 ≤ m, n, h ≤ 1)，其满足：

$$\frac{di}{dt} = \alpha_i(V)(1-i) - \beta_i(V)i \quad (i = m, n, h)$$

初始值  $i_0$  和末态值  $i_\infty$  可由实验很方便测出。

### 现有的计算和分析方法

#### 2. 动作电位

可导出钠离子和钾离子对应非线性电导的含时方程：

$$g_{K^+} = \left\{ (g_{K^+\infty})^{\frac{1}{4}} - \left[ (g_{K^+\infty})^{\frac{1}{4}} - (g_{K^+0})^{\frac{1}{4}} \right] e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right\}^4$$

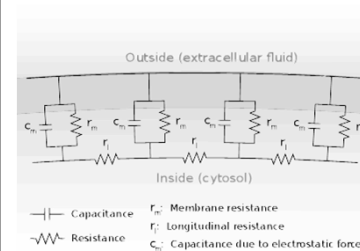
$$g_{Na^+} = g'_{Na^+} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right]^3 e^{-\frac{t}{\tau_h}}$$

其中：

$$\begin{cases} \tau_n = \frac{1}{\alpha_n + \beta_n} \\ g'_{Na^+} = \bar{g}_{Na^+} m_\infty^3 h_0 \\ \tau_m = \frac{1}{\alpha_m + \beta_m} \\ \tau_h = \frac{1}{\alpha_h + \beta_h} \end{cases}$$

### 现有的计算和分析方法

#### 2. 动作电位



将轴突等效为定值电子元件构成的电缆。



$$\frac{1}{r_l} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = c_m \frac{dV}{dt} + \frac{V}{r_m}$$

电缆理论

### 创新思考与计算模拟

#### 1. 对反转电位的重新计算

$$n_{out} = n_{in} e^{-\frac{\phi_{out} - \phi_{in}}{kT} zq}$$

$$V_{K^+} = \phi_{in} - \phi_{out} = \frac{kT}{zq} \ln \frac{n_{out}}{n_{in}}$$

$$\doteq \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 310}{1.602 \times 10^{-19}} \ln \left( \frac{4}{140} \right) \doteq -94.94 \text{ mV}$$

$$V = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{P_{Na^+}[Na^+]_{out} + P_{K^+}[K^+]_{out} + P_{Cl^-}[Cl^-]_{in}}{P_{Na^+}[Na^+]_{in} + P_{K^+}[K^+]_{in} + P_{Cl^-}[Cl^-]_{out}} \right)$$

与文献相比较：分析过程更简洁、物理图像更清晰！

### 创新思考与计算模拟

#### 2. 对动作电位的重新计算

设轴突长度为L，由于在轴突端点处没有电流，则边界条件为：

$$\frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$$

则有：

$$A_{left} + B_{left} e^{\frac{2x_0}{\gamma}} = 0 = A_{right} + B_{right} e^{\frac{2(L-x_0)}{\gamma}}$$

由于  $A + B = V_0$ ，可确定参数为：

$$\begin{cases} B_{left} = \frac{V_0}{1 - e^{-\frac{2x_0}{\gamma}}} \\ B_{right} = \frac{V_0}{1 - e^{\frac{2(L-x_0)}{\gamma}}} \\ A_{left} = \frac{V_0 e^{-\frac{2x_0}{\gamma}}}{e^{\frac{2x_0}{\gamma}} - 1} \\ A_{right} = \frac{V_0 e^{-\frac{2(L-x_0)}{\gamma}}}{e^{\frac{2(L-x_0)}{\gamma}} - 1} \end{cases}$$

### 创新思考与计算模拟

#### 2. 对动作电位的重新计算

将Hodgkin-Huxley模型与电缆理论相结合有：

$$\frac{1}{r_l} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = c_m \frac{dV}{dt} + g_L(V - \varepsilon_L) + g_{Na^+}(V - \varepsilon_{Na^+}) + g_{K^+}(V - \varepsilon_{K^+})$$

$t \rightarrow +\infty$ 时，膜电位分布稳定，有：

$$V = A e^{-\frac{|x-x_0|}{\gamma}} + B e^{\frac{|x-x_0|}{\gamma}} + const$$

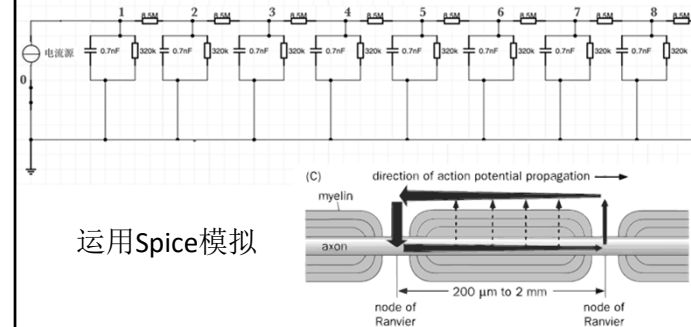
其中A、B为待定常数，且  $A + B = V_0$ ， $x_0$ 为电流注入点的坐标。  
(坐标原点为轴突的某一端)

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{r_l(g_L + g_{Na^+} + g_{K^+})}} = \sqrt{\frac{1}{r_l(g_L + g_{K^+})}}$$

$$const = \frac{g_L \varepsilon_L + g_{Na^+} \varepsilon_{Na^+} + g_{K^+} \varepsilon_{K^+}}{g_L + g_{Na^+} + g_{K^+}} = \frac{g_L \varepsilon_L + g_{K^+} \varepsilon_{K^+}}{g_L + g_{K^+}}$$

### 创新思考与计算模拟

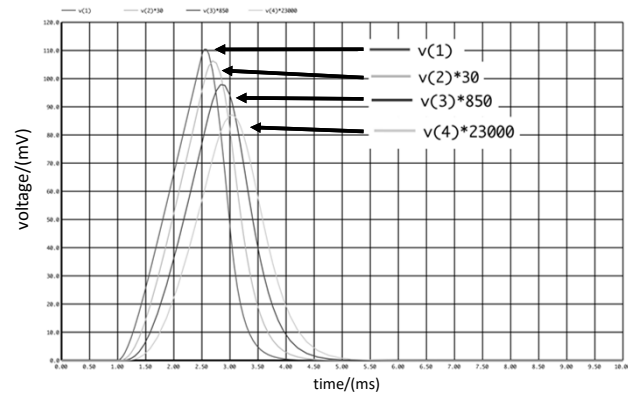
#### 3. 神经元电信号的模拟---基于电缆理论



运用Spice模拟

## 创新思考与计算模拟

### 3. 神经元电信号传导速率的模拟结果



## 总结和展望

### 总结:

- ✓ 提出了对神经元反转电位计算的简易方法;
- ✓ 将现有不同模型相结合, 打破它们之间割裂的现状;
- ✓ 对神经信号的传导进行了简单模拟;
- ✓ 对深入理解神经电信号传导物理过程具有积极作用。

### 展望:

- 其中仍有很多近似, 未来需要给出严格的解析解;
- 进一步优化模拟结果, 以减小与实验之间的差距。

## 创新思考与计算模拟

### 3. 神经元电信号传导速率的模拟结果

传导速率:

$$u = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l}{t_2 - t_1} = \frac{1.5 \text{ mm}}{2.68986 \text{ ms} - 2.54792 \text{ ms}} \doteq 10.6 \text{ (m/s)}$$

与实际测得速率 (80 m/s ~ 120 m/s) 在数量级上一致。

# 谢谢!