



中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

# 电磁屏蔽理论 及其数值模拟

指导老师：卢荣德  
报告人：陈勇超 PB17050918  
工程科学学院 5系

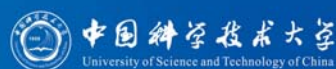
## 提纲



中国科学技术大学  
University of Science and Technology of China

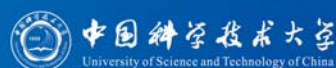
- 研究背景
- 静磁屏蔽装置与**MATLAB**模拟分析
- 隐形理论与**COMSOL**仿真
- 坐标变换隐形理论推广应用
- 总结与展望

## 研究背景



- 光学隐身一直是人类所理想的，光为**电磁波**，因而可以从屏蔽电磁波的角度来对其进行探索。
- 从基础的**静电磁屏蔽**开始，探究静磁与静电屏蔽的共性。
- 基于Pendry和Schurig于2006年提出的麦克斯韦方程组**坐标变换方法**，讨论可行的电磁波屏蔽材料特性，运用Comsol进行模拟。
- 对其理论进行试用拓展。

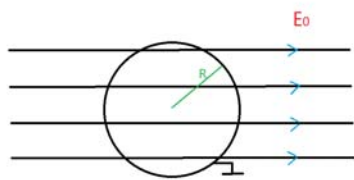
## 简单屏蔽模型



最常见的模型：

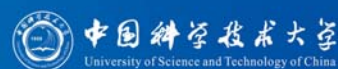
通过一定厚度的导体球壳，可以使得外面电荷产生的电场对内部不起作用。

这是一个非常简单有效的方法。



对于外界给定的一个场，为方便研究，取一个匀强电场 $E_0$ ，考虑到球壳厚度对此模型无影响，取一个半径为 $R$ 的接地薄球壳进行计算。

## MATLAB模拟理论



此时在球壳内部区域与球壳外部区域，由于没有电荷存在，则：

$$\begin{aligned}\nabla \cdot E &= 0 \\ \nabla \times E &= 0\end{aligned}$$

$$\rightarrow \nabla^2 V = 0$$

(即拉普拉斯方程成立)

则由球坐标下的拉普拉斯方程的求解：

由常数分离法可得通解：

$$V = \sum_{L=0}^{\infty} \left( Ar^L + \frac{B_L}{r^{L+1}} \right) P_n(\cos \theta)$$

带入边值条件：

$$\begin{cases} V \rightarrow -E_0 r \cos \theta & (r \rightarrow +\infty) \\ V_1 = V_2 & (r = R) \end{cases}$$

( $V_1$ 为球内电势， $V_2$ 为球外电势)

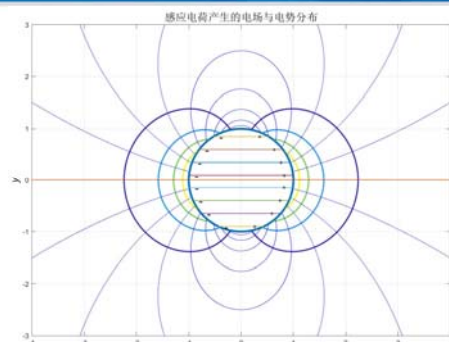
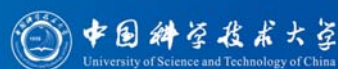
## MATLAB代码



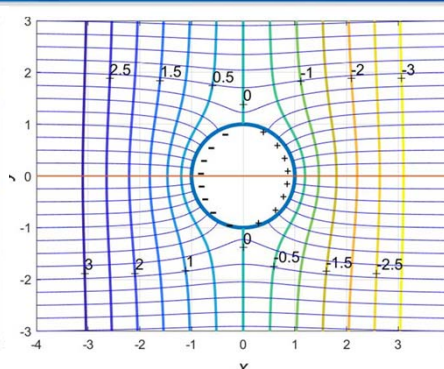
下面用Matlab流线指令 (streamline) 进行模拟的尝试

```
clear,xm=4;ym=3;           %基本参数调整
x=linspace(-xm,xm,300);
y=linspace(-ym,ym,300);
[X,Y]=meshgrid(x,y);     %形成网络
R=sqrt(X.^2+Y.^2);
R(R<1)=nan;
Ex=(2*X.^2-Y.^2)/R.^5;
Ey=(3*X.*Y)/R.^5;
U=X./R.^3;
u=0.2:0.2:0.8;
a=linspace(0,2*pi)
figure                     %开始作图
plot(cos(a),sin(a),'LineWidth',3)
hold on;
contour(X,Y,U,u,'LineWidth',2) %等势线
contour(-X,Y,U,u,'LineWidth',2)
dth=10;
th=(dth:dth:90-dth)*pi/180;
y0=1.02*sin(th);         %画圆
x0=1.02*cos(th);
h=streamline(X,Y,Ex,Ey,x0,y0); %画球外电场线
h=streamline(-X,Y,-Ex,Ey,-x0,y0);
h=streamline(X,-Y,Ex,-Ey,x0,-y0);
h=streamline(-X,-Y,-Ex,-Ey,-x0,-y0);
plot([-xm,xm],[0,0],'LineWidth',1)
grid on
axis equal tight
title('感应电荷产生的电场与电势分布','FontSize',16)
xlabel('\itx','FontSize',16)
ylabel('\ity','FontSize',16)
y1=-0.90:0.25:0.90;
x1=sqrt(1-y1.^2)
plot([-x1,x1],[y1;y1],'LineWidth',1) %球内电场线
n=length(y1);
text(x1-0.21,y1,repmat('+',n,1),'FontSize',10); %标明正负电荷
```

## 静电场屏蔽模拟结果



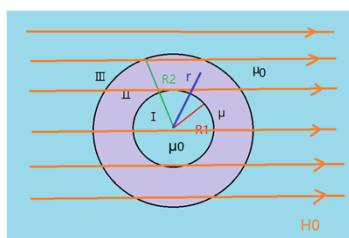
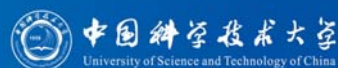
感应电荷产生电场与电势



总电场与电势

结论：与电偶极子产生电场有一些相似。

## 静磁屏蔽



同样是一个大球套小球的结构，其内填充磁导率为 $\mu$ 的材料，其内径为 $R_1$ ，外径为 $R_2$ 。

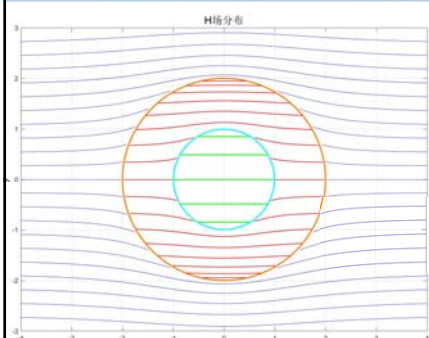
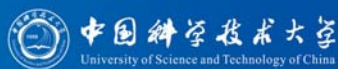
$$W = \begin{cases} Ar \cos \theta & (r < R_1) \\ \left( Cr + \frac{D}{r^2} \right) \cos \theta & (R_1 < r < R_2) \\ \left( Er + \frac{F}{r^2} \right) \cos \theta & (r > R_2) \end{cases}$$

由静磁场基本方程得：

$$\begin{cases} \nabla \cdot B = 0 & (\oint B \cdot n dS = 0 \text{ 磁场的高斯定理}) \\ \nabla \times H = J_f = 0 & (\oint H \cdot \tau dl = 0 \text{ 磁场的环路定理}) \end{cases}$$

类比于  $\begin{cases} \nabla \cdot E = 0 \\ \nabla \times E = 0 \end{cases}$  可知此时存在一个势 $W$  使 $H = \nabla W$  且有 $\nabla^2 W = 0$

## 静磁场模拟效果图



在内球腔内， $H$ 场也为一个匀强场，我们以其内的磁场强度来研究整个装置的屏蔽效果：

$$\vec{H} = \frac{9\mu_0\mu R_2^3}{(\mu_0 + 2\mu)(2\mu_0 + \mu)R_2^3 - 2(\mu - \mu_0)^2 R_1^3} \vec{H}_0$$

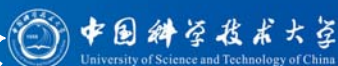
$R_1$ ,  $\mu$ 固定调整 $R_2$ 时，可以发现，随 $R_2$ 增大，值变小

且 $R_2$ 趋向于无穷时，有最小值  $\frac{9}{2(\frac{\mu_0}{\mu} + \frac{\mu}{\mu_0}) + 5}$

$R_2$ ,  $R_1$ 固定时，由对勾函数性质得，随 $\mu$ 增大，值先变大后变小

总的结论与我们的常识相符，厚度越厚，材料越好，屏蔽作用越强，但主要取决于 $\mu$ 。

## 电磁波屏蔽及隐形理论

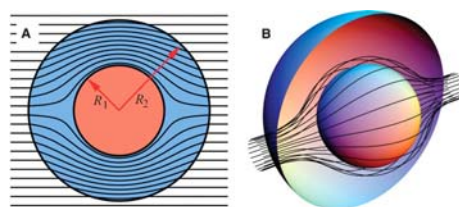
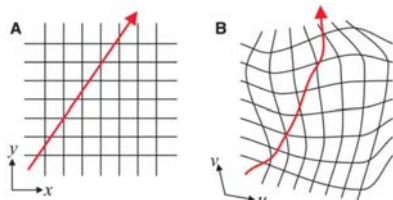


2006年，Pendry和Schurig创造性地提出了**坐标变换理论**来控制空间电磁场。

一个空间电磁场可以转换至一个壳形体中，这使得空腔内无电磁波射入，也就使物体达到不可见性即隐身。

需对材料的相对介电常数 $\epsilon$ 及相对磁导率 $\mu$ 进行设计。

先求出前后两个电磁场的映射方程，再反推材料电磁特性(介电常数和磁导率)。电磁场映射关系由**电位移矢量 $D$** 和**磁感应强度 $B$** 来体现。



**核心原理**：麦克斯韦方程具有协变形式，且在一般空间映射下保留。

## 电磁波屏蔽及隐形理论 中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

对上述描述量进行重新规定：

$$\varepsilon'_u = \varepsilon_u \frac{Q_u Q_v Q_w}{Q_u^2},$$

$$\mu'_u = \mu_u \frac{Q_u Q_v Q_w}{Q_u^2}$$

$$E'_u = Q_u E_u, H'_u = Q_u H_u,$$

$$Q_u^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2$$

$$Q_v^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2$$

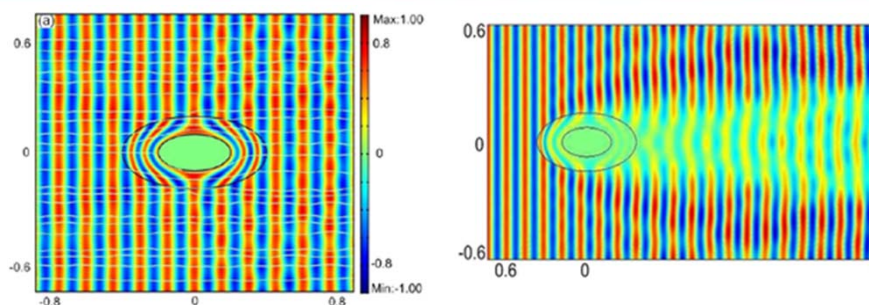
$$Q_w^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial w}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial w}\right)^2$$



如下结果即为Pendry在球壳模型下的材料坐标变换公式。运用如下方程即可对所需材料特性进行规定。

$$\left\{ \begin{array}{l} r' = R_1 + r(R_2 - R_1)/R_2, \\ \theta' = \theta, \\ \phi' = \phi \\ \varepsilon'_{r'} = \mu'_{r'} = \frac{R_2}{R_2 - R_1} \frac{(r' - R_1)^2}{r'^2}, \\ \varepsilon'_{\theta'} = \mu'_{\theta'} = \frac{R_2}{R_2 - R_1}, \\ \varepsilon'_{\phi'} = \mu'_{\phi'} = \frac{R_2}{R_2 - R_1} \end{array} \right.$$

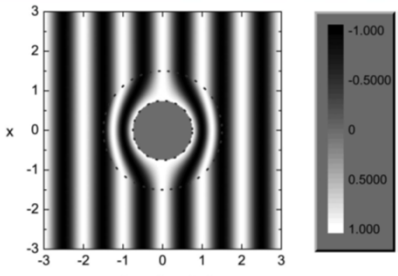
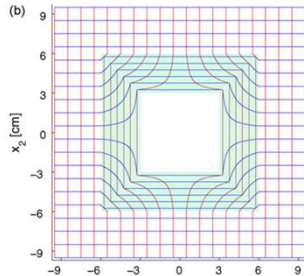
## COMSOL数值模拟及分析 中国科学技术大学 University of Science and Technology of China



- 1、对模拟结果进行分析可得：**大部分流线**很好被导引至后方位置。这样电磁波将返回其原始传播方向，**扭曲椭圆形斗篷**外面的波浪。
- 2、但对于轴长比较大的壳体，**流线损失率**较大，且该模拟只讨论了初始电磁波正对壳体的情况，**任意位置**射入电磁波效率会降低。



## 坐标变换理论应用扩展 中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

z(wavelengths) x [cm]

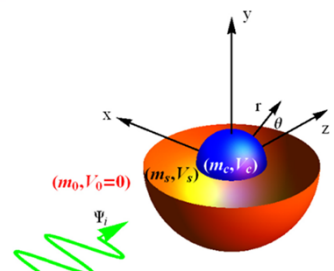
声波屏蔽 APPLIED PHYSICS LETTERS 91, 183518 2007

自Pendry之后已有很多人在经典波上进行了成功地拓展，从二维到三维。

- 1、对于所有经典波，如光波、电磁波和声波等，均满足波动方程的**协变形式**（即对称不变性），所以同样可以把此理论运用于其他种类波屏蔽。
- 2、各种波空间位置控制时寻找的中间量不一样，电磁波为**介电常数**和**磁导率**，声波为**质量密度**和**体积模量**。

对于非经典波（量子力学物质波），是否也可以屏蔽？

## 非经典物质波的屏蔽 中国科学技术大学 University of Science and Technology of China



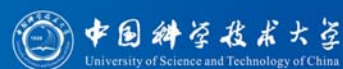
$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\hbar^2}{2} \nabla \cdot (\hat{m}^{-1} \nabla \psi) + V \psi = E \psi \quad (1) \\ \vec{u} = \hat{m}^{-1} \nabla \psi, \quad -\frac{\hbar^2}{2} \nabla \cdot \vec{u} = (E - V) \psi. \quad (2) \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( \frac{\sqrt{g}}{h_i m^{ij} h_j} \frac{\partial \psi}{\partial x^j} \right) = (E - V) \psi, \quad (3) \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2}\right) \frac{\partial}{\partial x^i} \left( \frac{1}{m^{ij}} \frac{\partial \psi}{\partial x^j} \right) = (E - V) \psi. \quad (4) \\ m^{ij} = \frac{h_i m^{ij} h_j}{\sqrt{g}}, \quad V' = E + \sqrt{g}(V - E). \quad (5) \end{array} \right.$$

Physics Letters A380(2016)1093–1097

源于薛定谔方程的协变性，以及与**位置有关的质量**和**势能项**主导的非相对论性的量子力学波(波函数)。

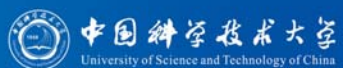
采用**有效质量**和**势能项**为中间控制量。

## 总结与展望



- 1、先运用**MATLAB**对于静电磁屏蔽模型进行数值模拟,通过其相似性说明电磁波屏蔽及隐身理论的**可能性**。
- 2、在**Pendry**和**Schurig**的坐标变换理论基础上,运用**COMSOL**进行了**数值模拟**,仿真结果辅助验证了这一理论。
- 3、进一步探究推广,由**经典波动方程**的协变性,可运用于声波、光波、流体力学和热力学等多个领域。
- 4、其实**非经典物质波屏蔽**也是可行的,是目前较为前沿方向之一。

## 参考文献



- 【1】 格里菲斯,电动力学导论,机械工业出版社.
- 【2】 J.Pendry,D.Schurig,and D. R.Smith, Science 312,1780(2006)
- 【3】 D.Schurig,J.J.Mock,B.J.Justice,S.A.Cummer,J.B.Pendry, A. F. Starr ,and D .R. Smith, Science 314, 977(2006).
- 【4】 Wei Xiang Jiang et al 2008 J. Phys. D: Appl. Phys. 41 199801.
- 【5】 F. Zolla, S. Guenneau, A. Nicolet, J.B. Pendry, Opt. Lett. 32 (2007) 1069.
- 【6】 Marco Rahm a,\*, David Schurig Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications 6 (2008) 87–95.
- 【7】 G.R.Mohammadia,b, A.G.Moghaddamb, R.Mohammadkhania.PhysicsLettersA380(2016)1093–1097.
- 【8】 Huanyang Chena and C. T. Chan. APPLIED PHYSICS LETTERS 91, 183518, 2007.



谢谢！ 敬请批评指正！