



电场线和磁感应线在变介质中的折射

中国科学技术大学

少年班学院创新2班

答辩人：胡佳琪

导师：周海洋

目录

CONTENTS

- 01 选题来由
- 02 电场线的折射
- 03 磁感应线的折射
- 04 总结



PART 01

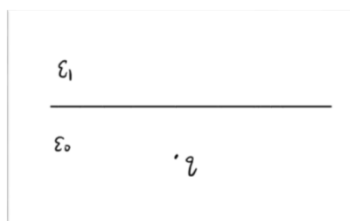
从海市蜃楼说起

海市蜃楼，是一种因为光的折射和全反射而形成的自然现象。

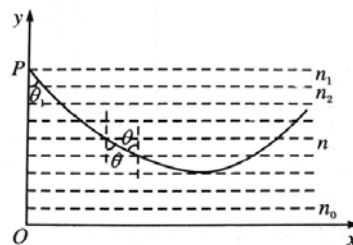
本质上是不同高度空气的折射率不同导致光延曲线传播。

● 选题来由

和同学讨论一道题的时候受到了启发。
继而联想到光学里面光线在不均匀介质中的折射问题。
于是就想到在电磁场中电场线和磁感应线也有类似的偏折现象



求空间中各点的电场





PART 02

电场线的折射

● 电场线的折射

Recall

由环路定理得到

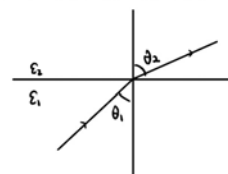
$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = L_1 E_{\tau 1} - L_2 E_{\tau 2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E}_{\tau 1} = \mathbf{E}_{\tau 2}$$

由高斯定理得到

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = (D_{n2} - D_{n1}) \Delta S = \sigma_{e0} \Delta S$$

若介质表面无自由电荷，那么

$$D_{n2} = D_{n1}, \quad \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$



● 电场线的折射

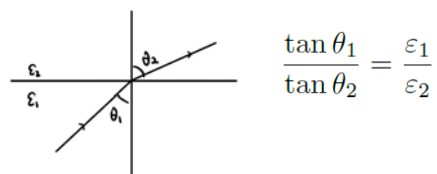
初步想法

电场线 $\frac{\tan \theta_0}{\varepsilon_0} = \frac{\tan \theta_1}{\varepsilon_1} = \frac{\tan \theta_2}{\varepsilon_2} \dots$

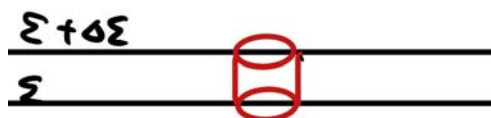
光线 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$



$$\frac{dx}{dy} = \frac{\tan \theta_0}{\varepsilon(x_0, y_0)} \varepsilon(x, y)$$



但是这样推导出来的结论是错误的!!!

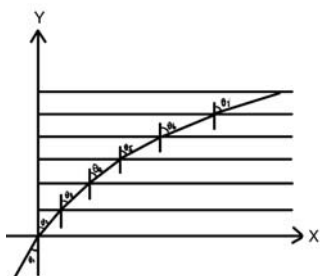


● 电场线的折射

另辟蹊径

在变化的电介质中我们把介质分成一层一层，运用边值关系可以得到：

$$\frac{\tan \theta_0}{\varepsilon_0} = \frac{\tan \theta_1}{\varepsilon_1} = \frac{\tan \theta_2}{\varepsilon_2} \dots$$

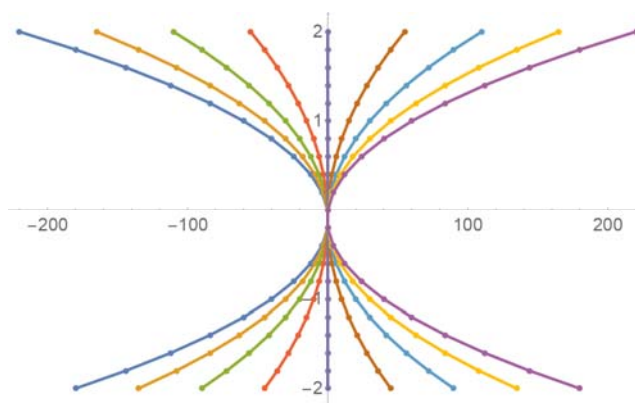


当薄层细分的适当的小，就能得到电场线的近似轨迹。

● 电场线的折射——求解实例

在一个无自由电荷分布的区域，分布有 $\varepsilon = (1 + |y|)\varepsilon_0$ 的电介质，求解从原点出发的电场线的轨迹。

我们将介质分成一层层的小薄层，通过边界点去拟合实际的电场线。



PART 03

磁感应线的折射

● 磁感应线的折射

Recall

由高斯定理得到

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = (B_{n1} - B_{n2}) \Delta S = 0 \quad \Rightarrow \quad B_{n1} = B_{n2}$$

由安培环路定理得

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = (\mathbf{H}_{\tau_2} - \mathbf{H}_{\tau_1}) dl = \sum \mathbf{i}_0$$

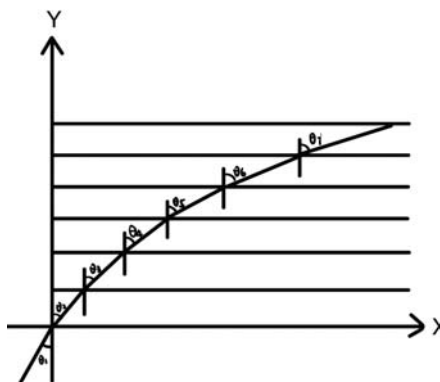
$$H_{\tau_2} - H_{\tau_1} = \mathbf{i}_0 \quad \frac{B_{\tau_2}}{\mu_2} - \frac{B_{\tau_1}}{\mu_1} = i_0$$

● 磁感应线的折射

若界面无传导电流

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\frac{\tan \theta_1}{\mu_1} = \frac{\tan \theta_2}{\mu_2} = \frac{\tan \theta_3}{\mu_3} \dots$$



● 注记

- 1、该模型只对电场线（磁感应线）进行了近似处理，并没有精确地求解出电场线（磁感应线）。
- 2、该模型只适用于无电荷（传导电流）分布的区域。

● 待解决的问题

该模型只对电场线进行了近似处理，如何精确地求解出电场线？(无空间中无自由电荷)

尝试解决：

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0$$

$$\vec{D} = (\varepsilon E_\tau, \varepsilon E_n)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{\partial \varepsilon E_\tau}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon E_n}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{\partial x} E_\tau + \varepsilon \frac{\partial E_\tau}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} E_n + \varepsilon \frac{\partial E_n}{\partial y}$$



