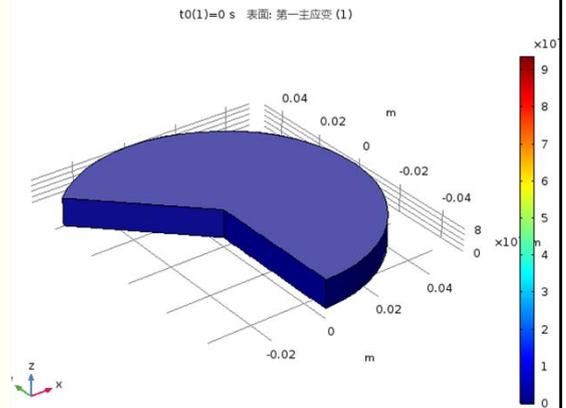


压电效应的原理探究 与能量回收方式

PB18000242 贾兆阳



内容概述

压电学

微观原
理探究

能量回
收电路

总结与
展望

Part 1 压电学

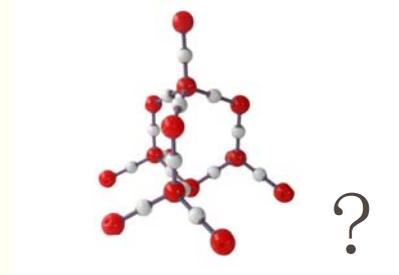
压电效应:

在某些晶体的特定方向施加压力或拉力，晶体的一些对应表面上分别出现了正负束缚电荷。

Question:

什么样的晶体具有压电效应?

从微观出发!



SiO₂微观结构

Part 1 压电学

假设:

- 对晶体的很小一部分研究，该部分内有很多晶胞，但晶胞形变相同
- (各向异性) 弹性力学基本假设: 连续, 弹性, 均匀, 微小形变, 无初应力
- 各向异性介质中的电磁学规律

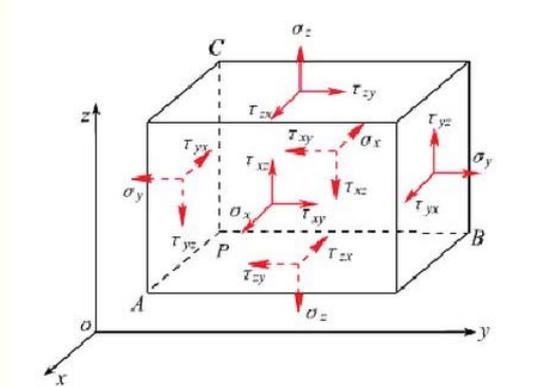
Part 1 压电学

描述方式:

1. 胡克定律: $\sigma_{6 \times 1} = S_{6 \times 6} \cdot T_{6 \times 1}$

弹性柔顺矩阵 $S = (S_{ij})_{6 \times 6}$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix}$$



应变（应力）图解

Part 1 压电学

描述方式:

2. 电位移矢量: $D_{3 \times 1} = d_{3 \times 6} \cdot T_{6 \times 1}$

$$d = (d_{ij})_{3 \times 6}$$

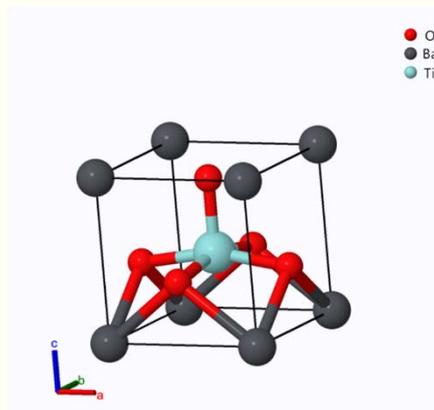
$$D = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix}$$

目标: 推导出不同晶体中 d 的表达式!

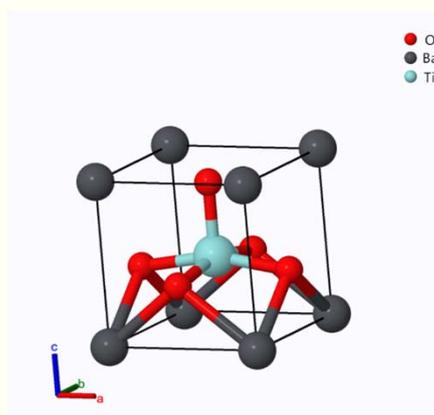
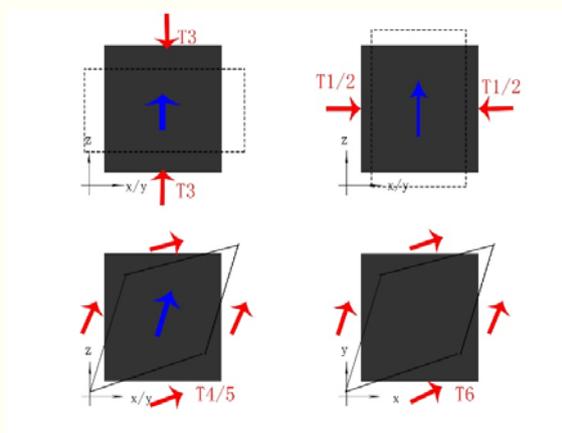
Part 2 微观原理探究：离子晶体 BaTiO₃

特点:

- 主轴是4次对称轴，四方晶系
- 由于 Ti^{4+} 位于长方体晶胞中心靠上的位置，因此正负电中心不重合，存在自发极化
- 晶胞中各个粒子均与对称情况有所偏移



Part 2 微观原理探究：离子晶体 BaTiO₃



Part 2 微观原理探究：离子晶体 BaTiO₃

结论：

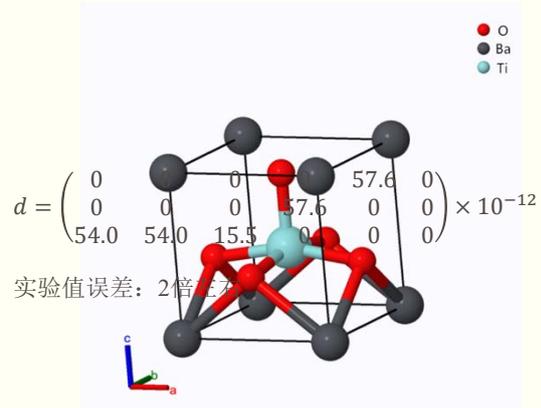
$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

通过对晶胞受到不同应力时形变的分析，

$$d_{31} = -\frac{\epsilon_r}{(\epsilon_r - 1) a^2 c} \cdot p_0 S_{13}$$

$$d_{33} = \frac{\epsilon_r}{(\epsilon_r - 1) a^2 c} \cdot p_0 S_{33}$$

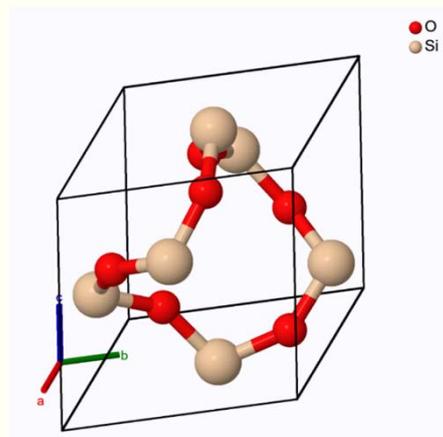
$$d_{15} = \frac{\epsilon_r}{2(\epsilon_r - 1) a^2 c} \cdot p_0 S_{44}$$



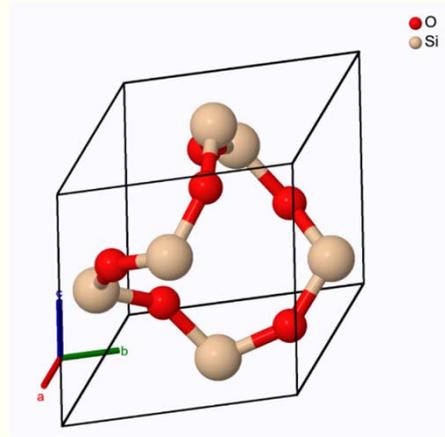
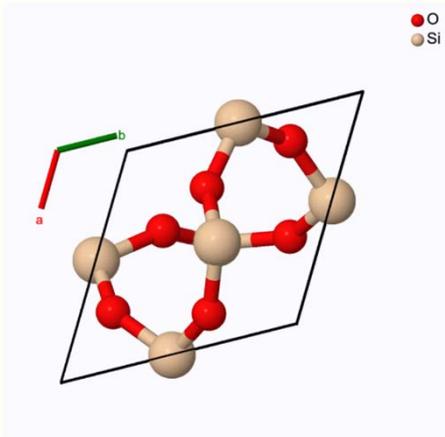
Part 2 微观原理探究：共价晶体 α -SiO₂

特点：

- 三方晶系，不存在自发极化
- 晶胞较为复杂，但化学键连接简单
- 在xy平面的投影近似为正六边形



Part 2 微观原理探究：共价晶体 α -SiO₂



Part 2 微观原理探究：共价晶体 α -SiO₂

引入势函数，计算机编程求解平衡情况

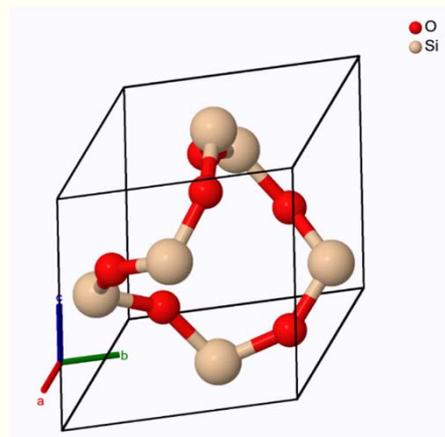
$$W_{morse} = \sum_i \sum_{j \neq i} De (1 - e^{-\beta (r_{ij} - r_0)^2})$$

$$W_{coulomb} = \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_{effi}q_{effj}}{r_{ij}}$$

$$d = \begin{pmatrix} 2.13 & -2.13 & 0 & 1.31 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.31 & -4.26 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times 10^{-12}$$

理论值： $d_{11} = 2.13 \times 10^{-12}$, $d_{14} = 1.31 \times 10^{-12}$

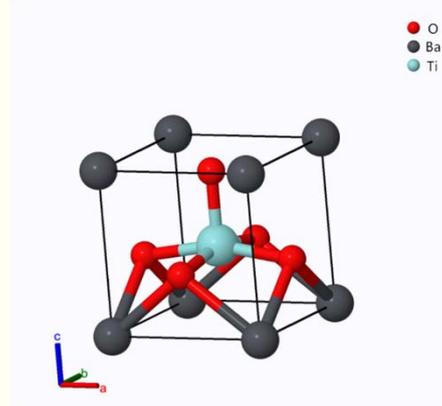
实验值： $d_{11} = 2.31 \times 10^{-12}$, $d_{14} = 0.73 \times 10^{-12}$



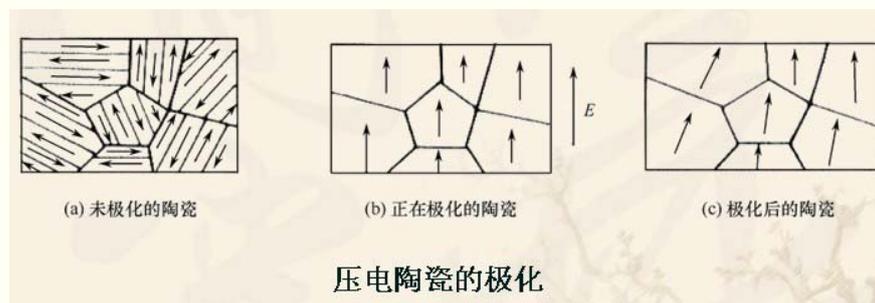
Part 2 微观原理探究：多晶体 PZT4

PZT4 (锆钛酸铅压电陶瓷)：

- 结构式可记为 $\text{Pb}(\text{Zr}_{0.48}\text{Ti}_{0.52})\text{O}_3$
 - 单晶晶胞类似于 BaTiO_3
 - 未处理时单晶随机分布，整体无极性
- 高温下强直流电场处理，显现剩余极化强度



Part 2 微观原理探究：多晶体 PZT4



统计方法，极化后单晶应满足玻色分布，通常情况下退化为玻尔兹曼分布

Part 2 微观原理探究：多晶体 PZT4

- 将单个单晶当作有固有极距的球体，与其他单晶于晶界面接触
- 体系能量：电势能，晶界能
- 极化结束后，单晶偏移原电场方向 θ ,

由玻尔兹曼分布得到的分布函数设为 $f(\theta)$

- 假设研究的单晶偏移 θ_1 ，其周围的单晶偏移 θ_2 ，球坐标系下另一角度为 φ_1, φ_2 ，
单晶半径为 r_0 ，固有极距 p_0 ，晶界能面密度只与两个单晶的夹角 θ 有关，记为 $\sigma(\theta)$

Part 2 微观原理探究：多晶体 PZT4

- 电势能： $E_p(\theta_1) = p_0 E_0 \cos\theta_1$
- 晶界能：

$$\text{夹角: } \cos\theta = \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$E_j(\theta_1) = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_2}{2\pi} \int_0^\pi 4\pi r_0^2 \sigma(\theta) f(\theta_2) d\theta_2$$

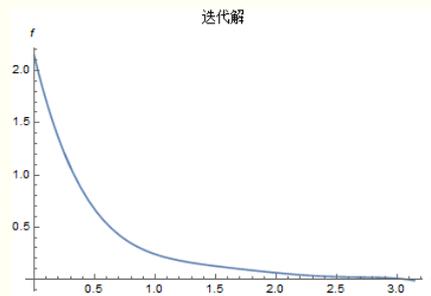
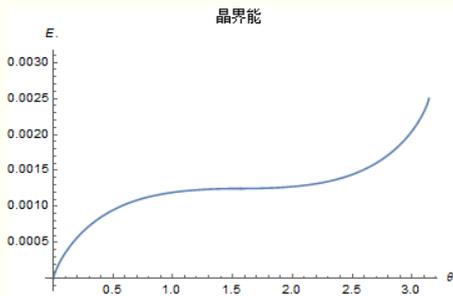
\uparrow \uparrow \uparrow
 φ_1 平均分布 φ_2 平均分布 θ_2 平均分布

$$= \frac{r_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^\pi d\theta_2 \sigma(\theta) f(\theta_2)$$

- 玻尔兹曼分布： $f(\theta) = \frac{e^{-\frac{E}{kT}}}{\int_0^\pi e^{-\frac{E}{kT}} d\theta}$

Part 2 微观原理探究：多晶体 PZT4

$$\text{代入得} \begin{cases} f(\theta_1) \int_0^\pi e^{-\frac{E(\theta)}{kT}} d\theta = e^{-\frac{E(\theta_1)}{kT}} \\ E(\theta_1) = p_0 E_0 \cos\theta_1 + \frac{r_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^\pi d\theta_2 \sigma(\theta) f(\theta_2) \end{cases} \leftarrow \text{积分表达式中也有} f!$$



Part 2 微观原理探究：多晶体 PZT4

$$\bar{p} = p_0 \frac{\int_0^\pi f(\theta) \cos\theta d\Omega}{\int_0^\pi f(\theta) d\Omega} \approx 0.559p_0$$

$$P_{PZT} = 0.559P_0 = 0.42C/m^2$$

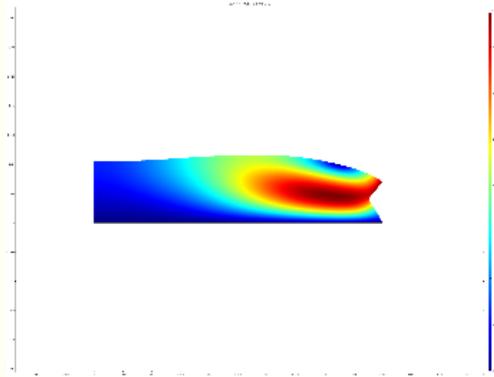
实验值: $0.50C/m^2$

Part 3 能量回收利用

建模：PZT4薄压电陶瓷片，表面镀有薄银层

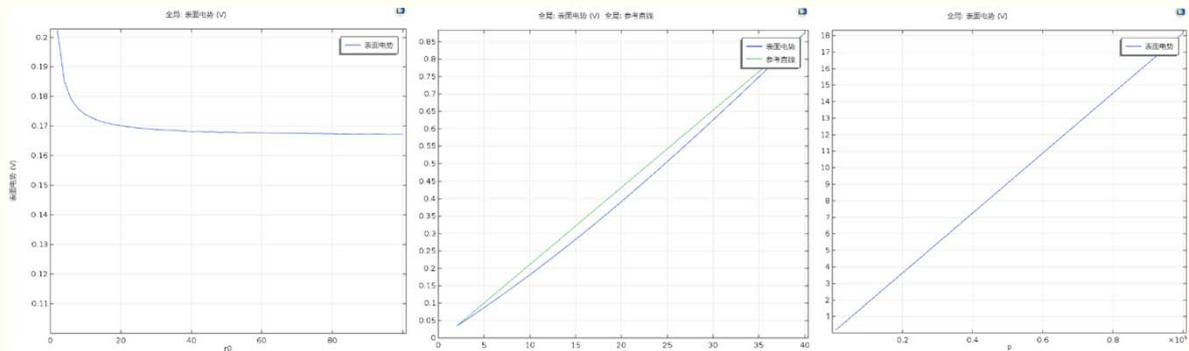
特征频率：86781Hz 不考虑振动对材料性质影响

使用comsol求解受已知力情况下薄片的复杂形变



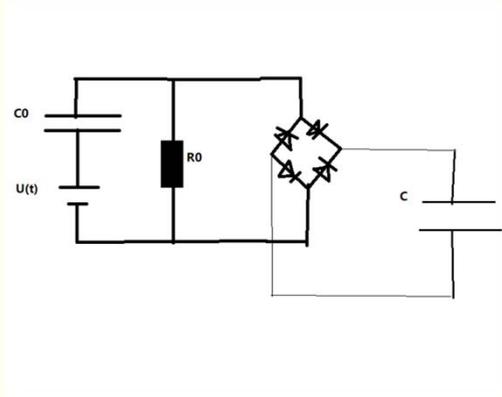
Part 3 能量回收利用

改变半径，厚度，外力



Part 3 能量回收利用

等效电路:



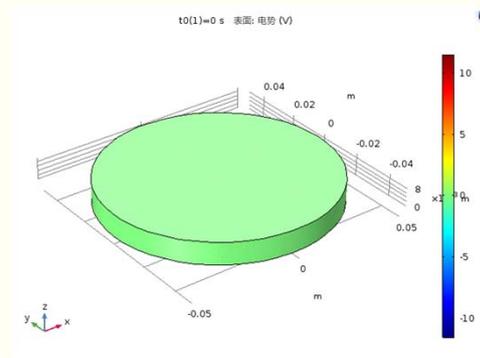
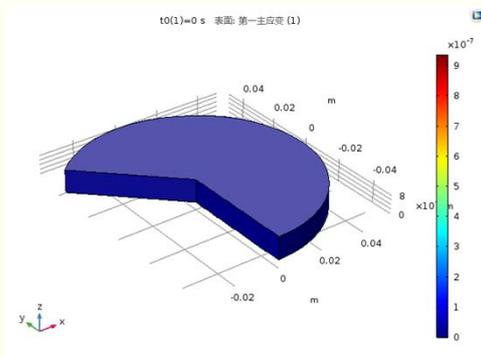
$$C_0 = 6.95 \times 10^{-12} F$$

$$R_0 = 7.85 \times 10^9 \Omega$$

$$\epsilon_r = 4400$$

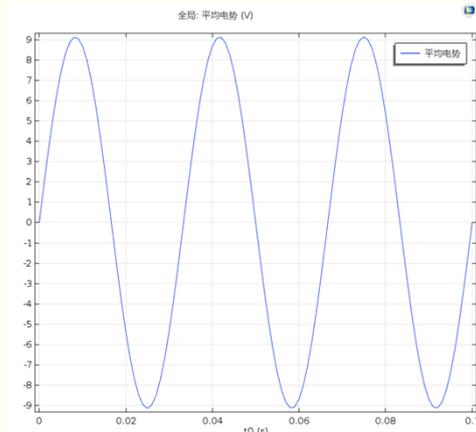
Part 3 能量回收利用：汽车振动能量

平台做频率为30hz，振幅为2cm的简谐振动，PZT4固定在平台上



Part 3 能量回收利用：汽车振动能量

输出电压：



$$W_{eff} = 1.014mW.$$

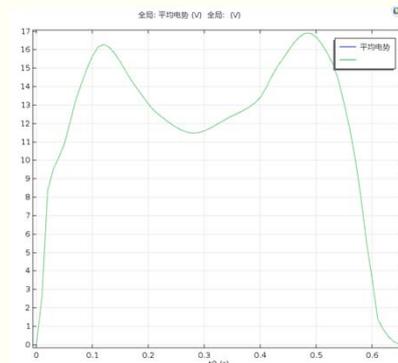
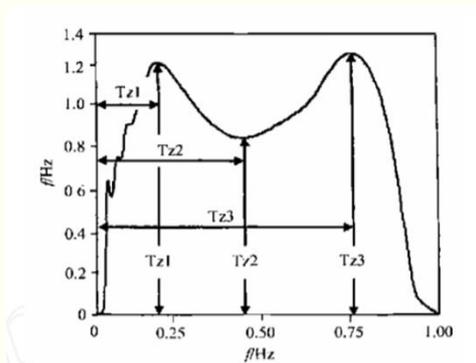
功率低？However：

$$W \propto f \quad W \propto A^2 \quad W \propto C_0 = \frac{\epsilon \pi r_0^2}{d}$$

其他高频强烈振动场合，或较大面积使用，均可达到较大能量输出

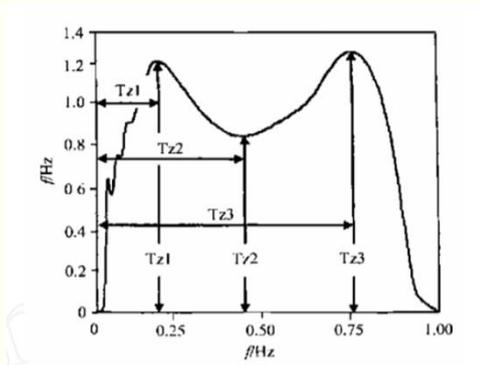
Part 3 能量回收利用：人体踩踏能量

人在踩踏中会产生脉冲式的压力波，正常成年人竖直方向压力波形分布为双峰分布，在踩压时间内最大压力可达到 1.2 倍人体自重。人体质量60kg，踩踏中踩压时间约为60%。



Part 3 能量回收利用：人体踩踏能量

人在踩踏中会产生脉冲式的压力波，正常成年人垂直方向压力波形分布为双峰分布，在踩压时间内最大压力可达到 1.2 倍人体自重。人体质量60kg，踩踏中踩压时间约为60%。



$$Q_{eff} = 0.012mJ.$$

能量低？However：

踩踏势能：0.0136mJ

能量只有这么多！

Part 4 总结与展望：踩踏能量回收

在人体踩踏模拟中：

$Q \propto m^2$ 且 Q 与踩踏时间负相关

其他质量大且速度快的物体

假设小轿车质量为 1.5t，行驶速度为 15m/s

$$Q_{eff} = 3.38J$$

现代车流量大，3.38J能量虽然不是特别大，但在较多车流量前提下，依旧可以回收相当可观的能量。

Part 4 总结与展望：压电材料的新发展

随着压电材料发展，新的压电材料在 8V 峰值电压下可以达到 8mA 的输出电流，这是我们所用材料的100-1000倍

即输出功率有百倍以上的增大！

虽然依旧只有 1W 的数量级……

谢谢！