



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China



RCL电路模拟一般振动系统可行性探究

电磁学小论文答辩

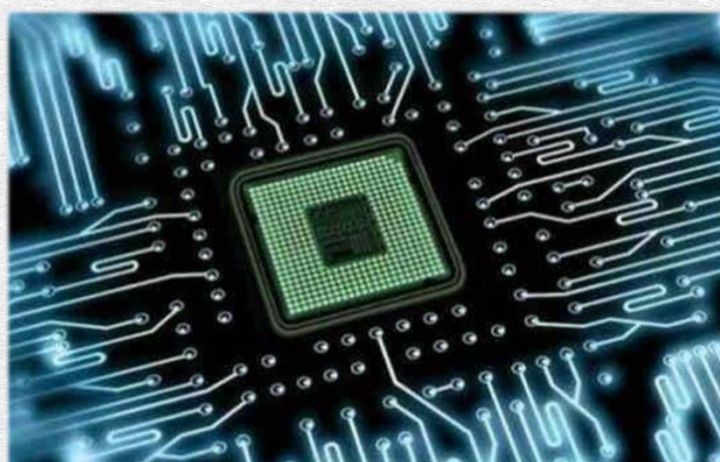
基于RCL电路方程与振动方程相似性，从理论上探究其互相模拟的可行性，同时用模拟仿真方法验证并设计实验验证，最后探讨了其优点与局限性

答辩人：阮乐
指导老师：邓友金
答辩日期：2019年6月23日

目录

CONTENT

- 01 / 背景介绍
- 02 / 可行性探究
- 03 / 拓展性探究
- 04 / 优缺点讨论
- 05 / 致谢





中国科学技术大学
University of Science and Technology of China



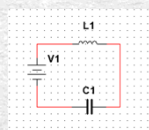
背景介绍

- 来源与内容简介
- 研究方法

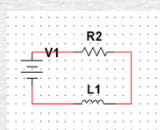
1

背景介绍

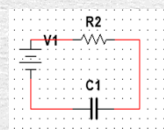
- 来源与内容
- 研究方法



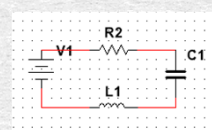
$$L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$



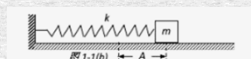
$$L \frac{dI}{dt} + IR = \varepsilon$$



$$RI + \frac{q}{C} = \varepsilon$$



$$L \ddot{q} + R \dot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$



$$kx + m\ddot{x} = F$$

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F$$

数学形式完全一样

可以用电路系统模拟振动系统?

探究其可行性

1

背景介绍

- 来源与内容

- 研究方法

1.理论推导

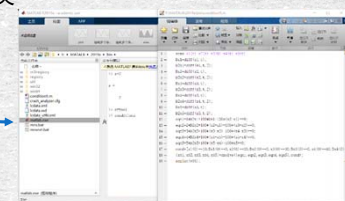
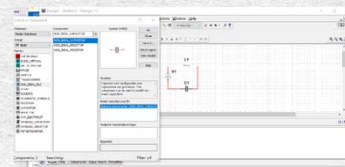
从方程出发推导模拟时电学量与力学量对应关系，探究是否在原理上有所限制

2.仿真模拟

利用Matlab与Multisim对两系统进行仿真模拟，力求在接近实际的状态考察两系统差别

3.实验设计

在最后设计实验验证上述理论对于某些简单单元情况是否成立



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China



可行性探究

- 理论推导
- 仿真模拟
- 总结

1

背景介绍

• 理论推导

• 仿真模拟

• 总结

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F$$

具有对应关系

假设相差一个常数

$$q = \theta_q x$$

$$L = \theta_L m$$

$$R = \theta_R \beta$$

$$\frac{1}{C} = \theta_C k$$

$$t' = \theta_t t$$

$$\text{代入电路方程} \rightarrow \frac{\theta_L \theta_q}{\theta_t^2} m \ddot{x} + \frac{\theta_R \theta_q}{\theta_t} \beta \dot{x} + \theta_q \theta_C k x = \varepsilon$$

$$\text{与动力学方程形式保持一致} \rightarrow \frac{\theta_L \theta_q}{\theta_t^2} = \frac{\theta_R \theta_q}{\theta_t} = \theta_q \theta_C$$

RLC 回路	$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$	$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0$	阻尼振子
电量	Q	x	位置
电流	$I = \dot{Q}$	$v_x = \dot{x}$	速度
电流变化	$\dot{I} = \ddot{Q}$	$a_x = \ddot{x}$	加速度
电压	V	F_x	力
电阻	R	β	阻尼系数
电容	C	$1/k$	弹性系数
电感	L	m	惯性质量
焦耳热	$R I^2$	βv_x^2	摩擦损耗
电容器储能	$W_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$	$U = \frac{1}{2} kx^2$	弹性势能
线圈磁能	$W_L = \frac{1}{2} L I^2$	$T = \frac{1}{2} m v_x^2$	动能

2019年5月18日星期六

电磁学A

45

2

可行性

• 理论推导

• 仿真模拟

• 总结

$$\frac{\theta_L \theta_q}{\theta_t^2} = \frac{\theta_R \theta_q}{\theta_t} = \theta_q \theta_C$$

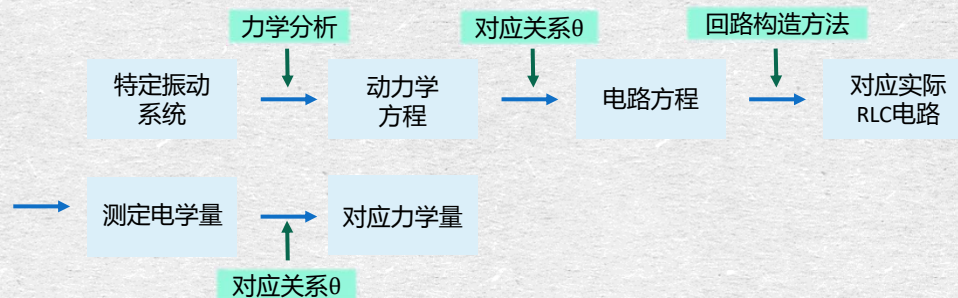
简化计算

$$\theta_t = 1$$

$$\theta_q = \theta_1$$

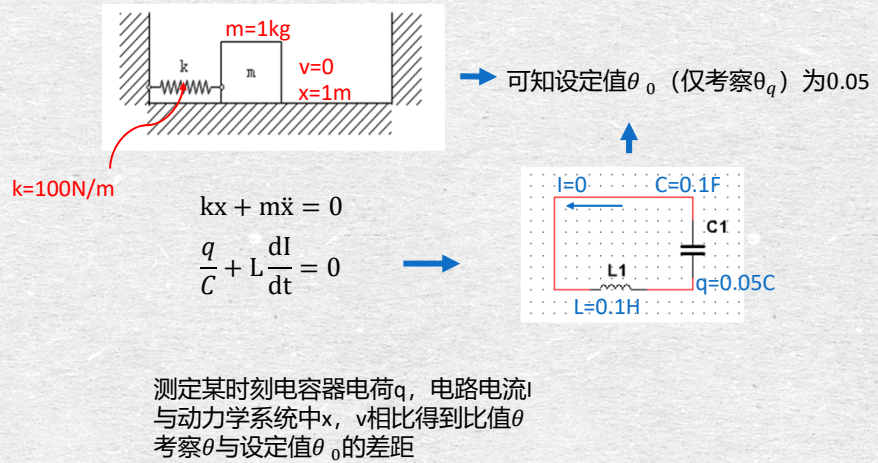
$$\theta_L = \theta_R = \theta_C = \theta_2$$

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = \frac{\varepsilon}{\theta_2 \theta_1}$$

只需保证 $\varepsilon = \theta_2 \theta_1 F$, 即可使得对应关系时刻成立

2 可行性

- 理论推导
- 仿真模拟
- 总结



2 可行性

- 理论推导
- 仿真模拟
- 总结

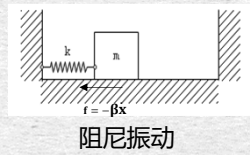
样本数据如下

t/s	x/m	U/V	q/C	比值 θ	v/(m/s)	I/A	比值 θ
0.1016	0.527	0.264	0.0264	5.01E-02	-8.5000	-0.4250	5.00E-02
0.1306	0.2617	0.131	0.0131	5.01E-02	-9.6516	-0.4826	5.00E-02
0.4498	-0.2124	-0.106	-0.0106	4.99E-02	9.7711	0.4886	5.00E-02
0.7691	0.1625	0.081	0.0081	4.98E-02	-9.8675	-0.4934	5.00E-02
1.117	0.1768	0.088	0.0088	4.98E-02	9.8483	0.4924	5.00E-02
			平均值	4.99E-02		平均值	5.00E-02
			相对误差	3.18E-03		相对误差	3.08E-05

短时间内误差可以达到很小

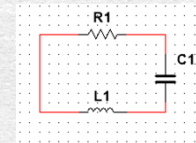
2 可行性

- 理论推导
- 仿真模拟
- 总结

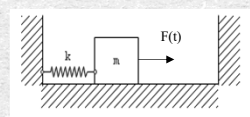


$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = 0$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

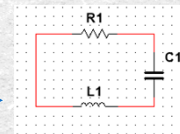


初始0: 1E-03
平均0: 9.77E-04
相对误差: 2.30E-02



$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

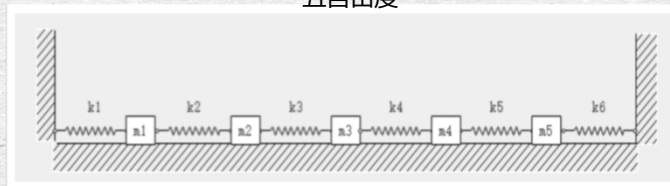


初始0: 1E-03
平均0: 1.00E-03
相对误差: 3.39E-04

2 可行性

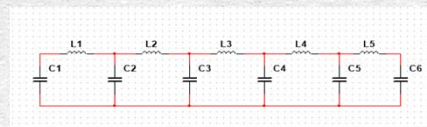
- 理论推导
- 仿真模拟
- 总结

五自由度



$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) - k_3 (x_3 - x_2) = 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_2) - k_4 (x_4 - x_3) = 0 \\ m_4 \ddot{x}_4 + k_4 (x_4 - x_3) - k_5 (x_5 - x_4) = 0 \\ m_5 \ddot{x}_5 + k_5 (x_5 - x_4) + k_6 x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 \ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C_1} - \frac{(q_2 - q_1)}{C_2} = 0 \\ L_2 \ddot{q}_2 + \frac{(q_2 - q_1)}{C_2} - \frac{(q_3 - q_2)}{C_3} = 0 \\ L_3 \ddot{q}_3 + \frac{(q_3 - q_2)}{C_3} - \frac{(q_4 - q_3)}{C_4} = 0 \\ L_4 \ddot{q}_4 + \frac{(q_4 - q_3)}{C_4} - \frac{(q_5 - q_4)}{C_5} = 0 \\ L_5 \ddot{q}_5 + \frac{(q_5 - q_4)}{C_5} + \frac{q_5}{C_6} = 0 \end{cases}$$



3号

初始0: 1.00E-03
平均0: 1.00E-03
相对误差: 3.86E-03

4号

初始0: 1.00E-03
平均0: 1.02E-03
相对误差: 2.12E-02

5号

初始0: 1.00E-03
平均0: 9.89E-04
相对误差: 1.10E-02

2

可行性

- 理论推导
- 仿真模拟
- **总结**

总体相对误差较小，尤其是在短时间内 → 可行

拓展性? → 1.每个振动系统都可以构造电路吗?
2.这样的构造简单方便吗?



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China



拓展性

- 单元拆解分析
- 链接方式分析
- 总结

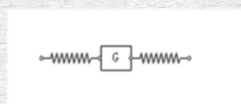
3 拓展性

- 单元拆解分析

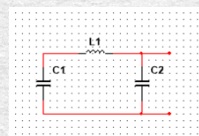
- 连接方式分析

- 总结

振动系统单元可表示如下

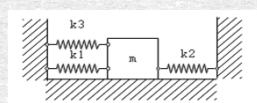


电路基本单元

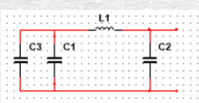


单个单元的改造

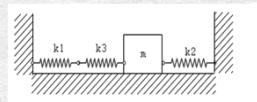
弹簧并联



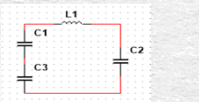
电容器并联



弹簧串联



电容器串联



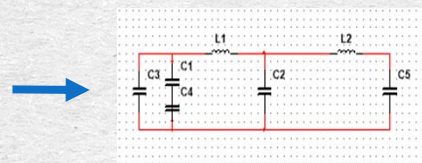
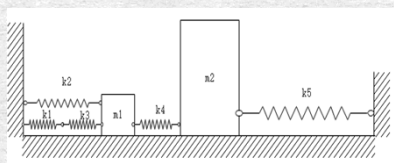
3 拓展性

- 单元拆解分析

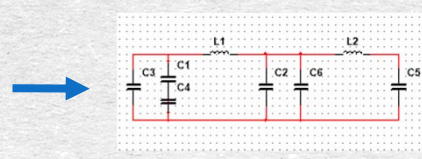
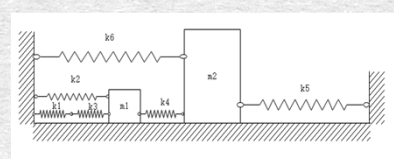
- 连接方式分析

- 总结

单元间串联



单元间并联



3

拓展性

- 单元拆解分析
- 连接方式分析
- 总结

以上讨论的皆为最**基本情况**

实际处理时，只需按照不同单元与连接方式模块化处理即可**化归**为上述情况

任意系统都可高效构造回路

拓展性得证



中国科学技术大学
University of Science and Technology of China



讨论与展望

- 优点
- 局限性
- 研究方法改进

4

优缺点

缩短模拟时间尺度

调节时间参数

$$\begin{aligned} q &= \theta_q x \\ L &= \theta_L m \\ R &= \theta_R \beta \\ \frac{1}{C} &= \theta_C k \\ t' &= \theta_t t \end{aligned}$$

• 优点

• 局限性

• 研究方法改进

对于自由简谐振动
(初相为0)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = A \cos(\omega t)$$

$$q = Q_0 \cos(\omega' t')$$

状态对应相同

$$\omega t = \omega' t' = \varphi$$

$$\begin{aligned} \theta_t &= 1e-5 \\ \theta_q &= 1 \end{aligned}$$

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{k}{m\theta_t^2}} = \frac{\omega}{\theta_t}$$

$$\frac{\theta_L \theta_q}{\theta_t^2} = \frac{\theta_R \theta_q}{\theta_t} = \theta_q \theta_C$$

实际上, 考虑元件可行值

$$L=1H, C=1F, m=1kg, k=100N/m$$

$$\rightarrow \theta_t = 0.01$$

两个数量级

$$t' = \frac{\varphi}{\omega'} = \frac{\varphi}{\omega} \theta_t = t \theta_t = t * e-5$$

五个数量级!

4

优缺点

缩短模拟时间尺度

RCL模拟方法 → 实际过程模拟实际过程

↓
稳定可控↓
不受复杂度限制↓
可用于模拟多自由度, 高复杂性, 计算机计算耗时很长的物理模型

• 优点

• 局限性

• 研究方法改进

4 优缺点

- 优点

- 局限性

- 研究方法改进

1.对元件参数要求高
一般电容 μF 量级，电感 mH 量级

2.优势不明显
计算机及仿真模拟软件的使用可很大程度代替RCL模拟法

3.应用领域有限
仅适用于振动系统

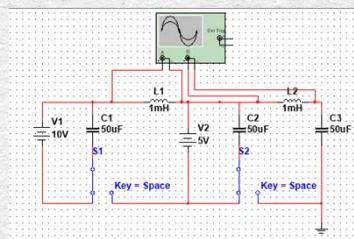
4 优缺点

- 优点

- 局限性

- 研究方法改进

实验验证



以二自由度振动LC电路为例，
实验测定其电路参量变化，
与标准对比考察其差异之处



参考文献

- [1]倪振华.振动力学[M].西安交通大学:西安,1989:171.
[2]胡友秋 叶邦角等.电磁学与电动力学[上册][M].科学出版社:北京,2008:201.
[3]许振杰.两自由端多自由度振动系统计算程序设计[J].噪声与振动控制,2008,5:1-5.



**答辩完毕
欢迎指正**

