第一章 几何光学

第六节 薄透镜

第六节 薄透镜

6.1 薄透镜的成像特性

6.2 密接薄透镜组

6.3 焦平面

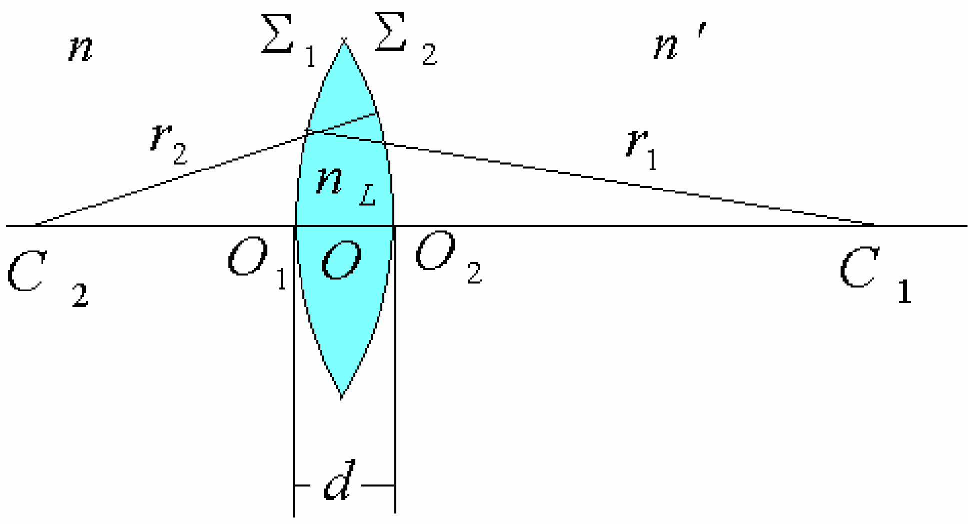
6.4 薄透镜作图法

6.5 透镜组成像

6.1 薄透镜的成像特性

透镜

透镜：由两个折射球面构成的光具组，球面间为透镜媒质。



薄透镜

由两个折射球面组成，过两球面圆心的直线为光轴，顶点间距 d。如果满足：

$$d << r_1, r_2, |s|, |s'|$$

通常情况下 $n = n' \approx 1$

就是薄透镜，通常可以认为 $d = 0$

此时，两球面顶点重合，称为**光心**，记为O。

6.1 薄透镜的成像特性

回顾逐次成像法

① 成像透镜由两个折射球面组成，透镜使光线经过了两个球面的折射。

② 可以用**逐次成像法**得到透镜的成像公式。

③ 物Q经第一面折射成像（应用物像关系可确定像）。

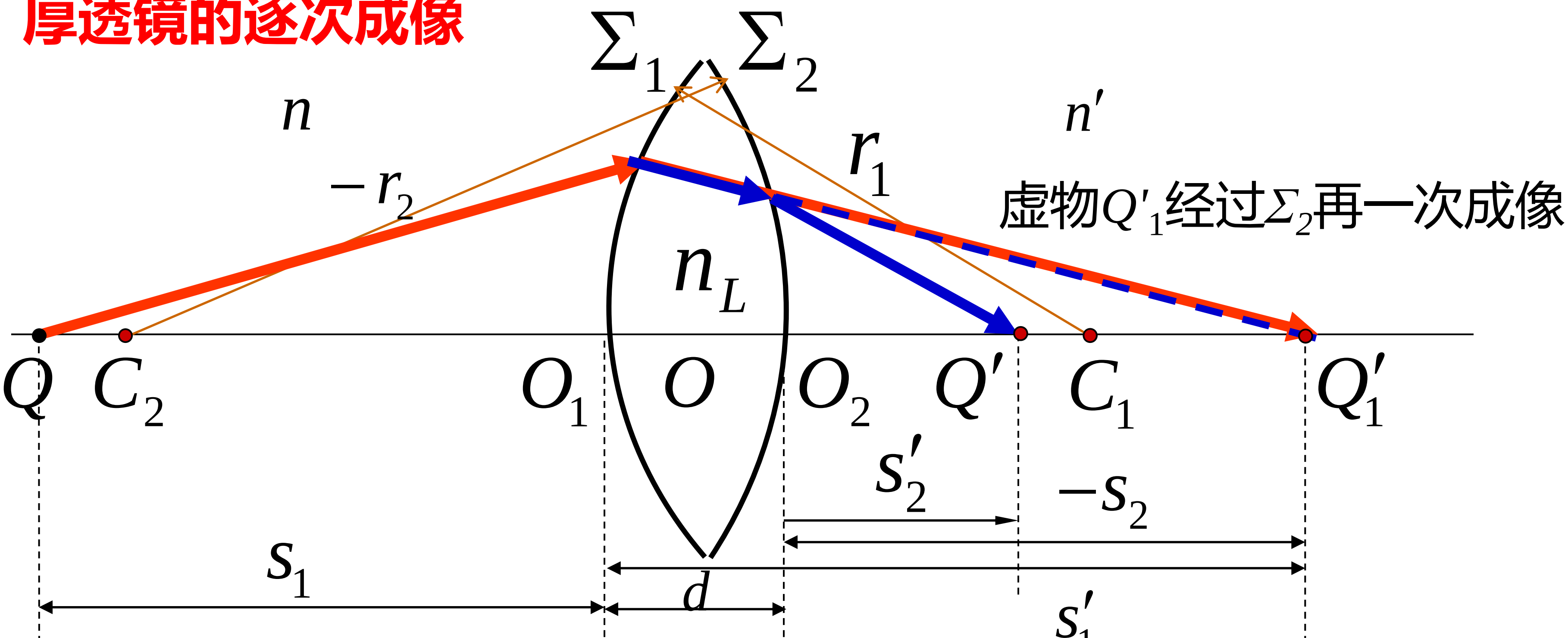
④ Q'_1无论虚实，对第二面来说都等效于物。

⑤ Q'作为第二面的物，经第二面折射成像 Q' （再次应用物像关系可确定像）。

⑥ **反复应用**上述方法，可得到最终的像。

6.1 薄透镜的成像特性

厚透镜的逐次成像



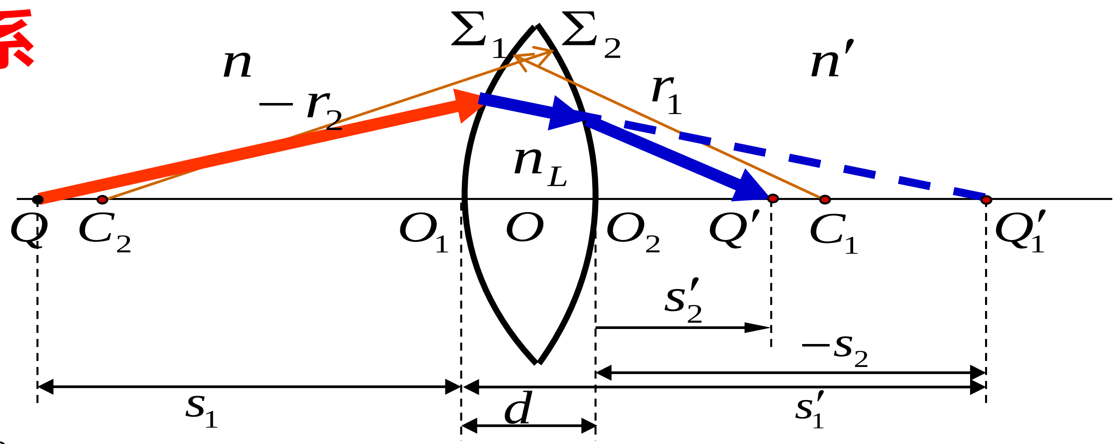
第一次成像 $\frac{n_L}{s'_1}+\frac{n}{s_1}=\frac{n_L-n}{r_1}$

第二次成像： $\frac{n'}{s'_2}+\frac{n_L}{s_2}=\frac{n'-n_L}{r_2} \Rightarrow \frac{n'}{s'_2}+\frac{n_L}{d-s'_1}=\frac{n'-n_L}{r_2}$

整体成像： $s_1=s, s'_2=s'$ $\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}-\frac{n_L}{s'_1}-\frac{n_L}{d-s'_1}$

6.1 薄透镜的成像特性

薄透镜成像的物像关系



薄透镜的特性，$d \approx 0$

$$\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}-\frac{n_L}{s_1'}-\frac{n_L}{d-s_1'} \Rightarrow \frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{n_L-n}{r_1}&=\Phi_1\\ \frac{n'-n_L}{r_2}&=\Phi_2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\Phi_1+\Phi_2=\Phi \qquad \Phi=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}$$

只有在薄透镜，及 d≈0 的条件下，才有 $\Phi_1+\Phi_2=\Phi$

薄透镜的光焦度，单位是屈光度（diopter，D），对于眼镜，度数为100Φ

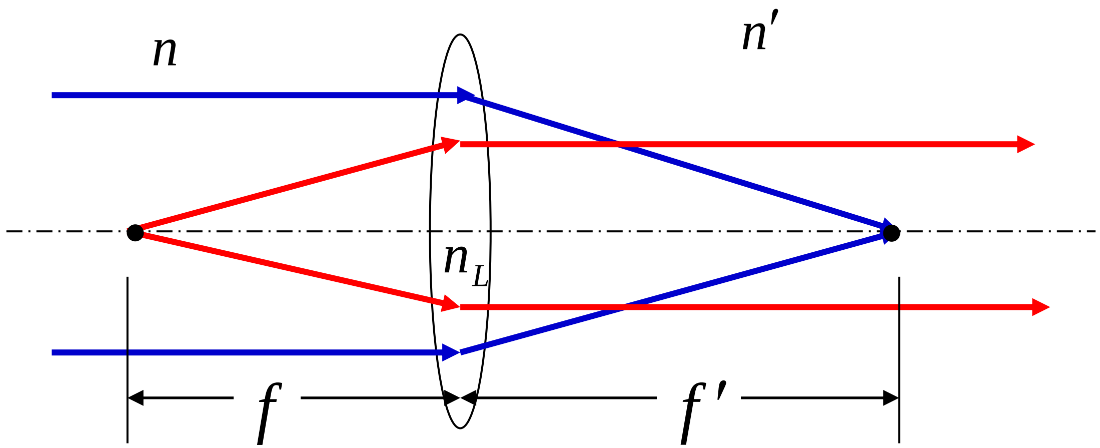
6.1 薄透镜的成像特性

薄透镜的焦距公式

$$\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2}\begin{cases} s'=\infty & f=\dfrac{n}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}}=\dfrac{n}{\Phi} \\ s=\infty & f'=\dfrac{n'}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}}=\dfrac{n'}{\Phi} \end{cases}$$

物方焦距

像方焦距

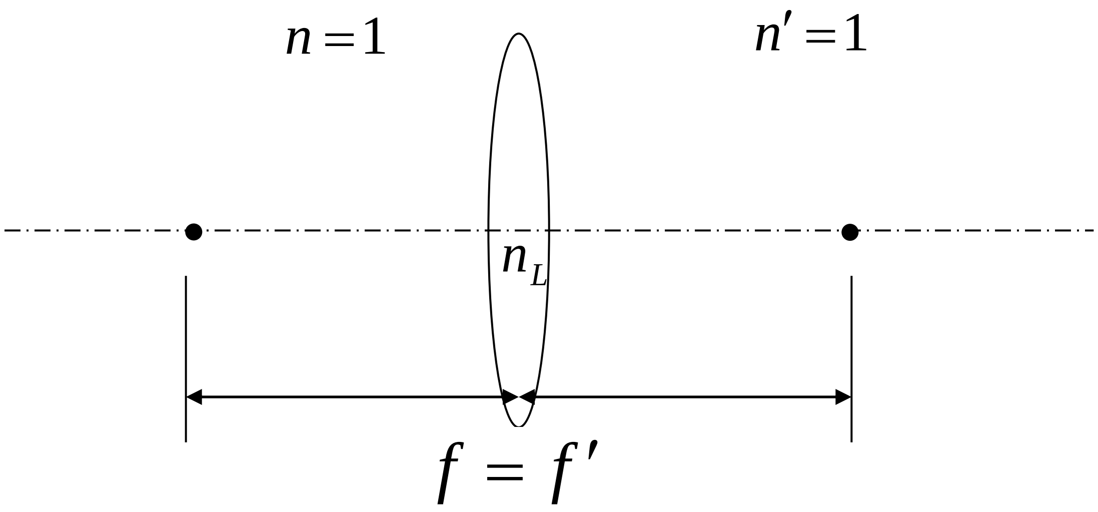


6.1 薄透镜的成像特性

空气中的薄透镜 $n = n' = 1$

$$f = f' = \frac{1}{(n_L - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})}$$

磨镜者公式



成像的基本光学单元

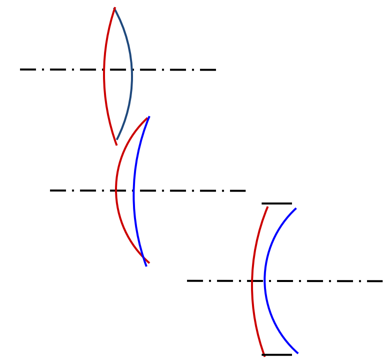
- 凡是存在简单的物像关系，而且其中的**距离有共同的度量起点**，即可以用下述公式描述的光学器件 $\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\Phi \qquad \frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$ 是成像光具组的基本单元
- 单个折射面、反射面，以及薄透镜，都是基本的成像单元
- 厚透镜不是基本的成像单元，是两个折射球面构成的光具组，用逐次成像法求解

正透镜与负透镜

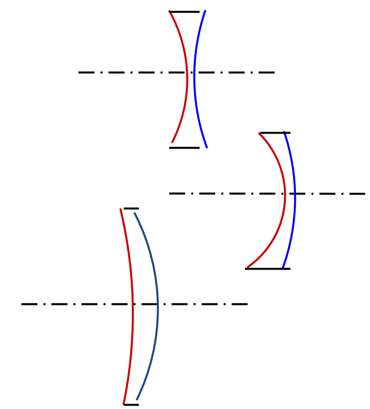
- 焦距为正值的透镜是正透镜；焦距为负值的透镜是负透镜。
- 正透镜的像方焦点在像方；负透镜的像方焦点在物方。
- 正透镜使入射的平行光汇聚在像方焦点；负透镜使入射的平行光发散。
- 空气中，中间厚边缘薄的透镜是正透镜；中间薄边缘厚的透镜是负透镜。

$$f = f' = \frac{1}{(n_L - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$ 正透镜 $\frac{1}{r_1} > \frac{1}{r_2}$ 负透镜 $\frac{1}{r_1} < \frac{1}{r_2}$

$$r_1 > 0 \begin{cases} \left\{ \begin{array}{c} r_2 < 0 \\ r_2 > 0 \,\&\, r_2 > r_1 \end{array} \right. \Rightarrow f = f' > 0 \\ r_2 > 0 \,\&\, r_2 < r_1 \Rightarrow f = f' < 0 \end{cases}$$



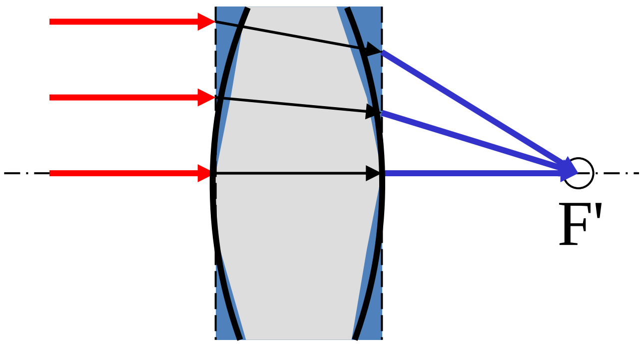
$$r_1 < 0 \begin{cases} \left\{ \begin{array}{c} r_2 > 0 \\ r_2 < 0 \,\&\, |r_2| > |r_1| \end{array} \right. \Rightarrow f = f' < 0 \\ r_2 < 0 \,\&\, |r_2| < |r_1| \Rightarrow f = f' > 0 \end{cases}$$



从Fermat原理看，这是很自然的结果。

从费马原理看光学成像

- 证明空气中的正透镜必定是中间厚边缘薄；负透镜必定是中间薄边缘厚
- 所谓正透镜，系指物方焦点在其物方，而像方焦点在其像方
- 以平行光正入射证明



平行光自左侧入射，汇聚到正透镜右侧焦点

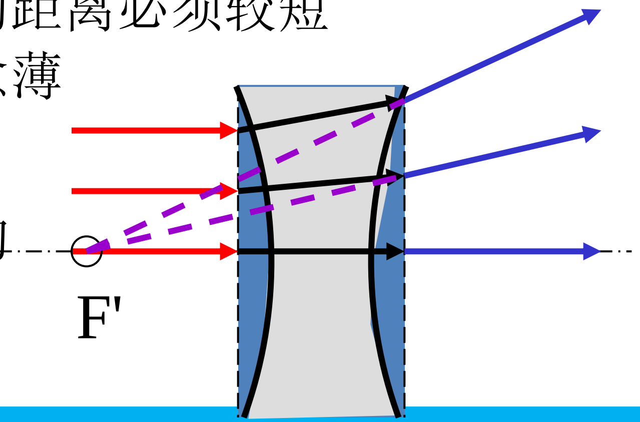
光线愈远离光轴，所经过距离愈长

为使光程相等，则远离光轴的光线，其在透镜中的距离必须较短

所以正透镜的形状，必须愈远离中心轴线，厚度愈薄

正透镜的形状，必定是中间厚边缘薄的结构

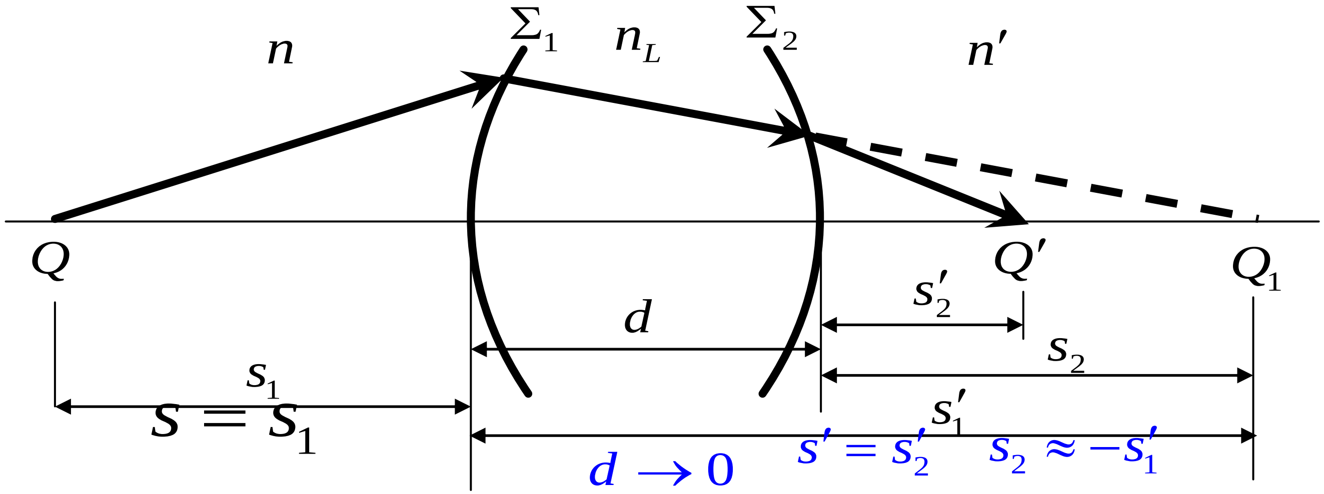
同理，负透镜的形状，必定是中间薄边缘厚的结构



光线在透镜中的光程＋虚光线的虚光程＝定值

6.1 薄透镜的成像特性

Gauss物像公式 - 距离从光心算起



$s = s_1$

$d \to 0$

$s' = s_2'$ $\quad s_2 \approx -s_1'$

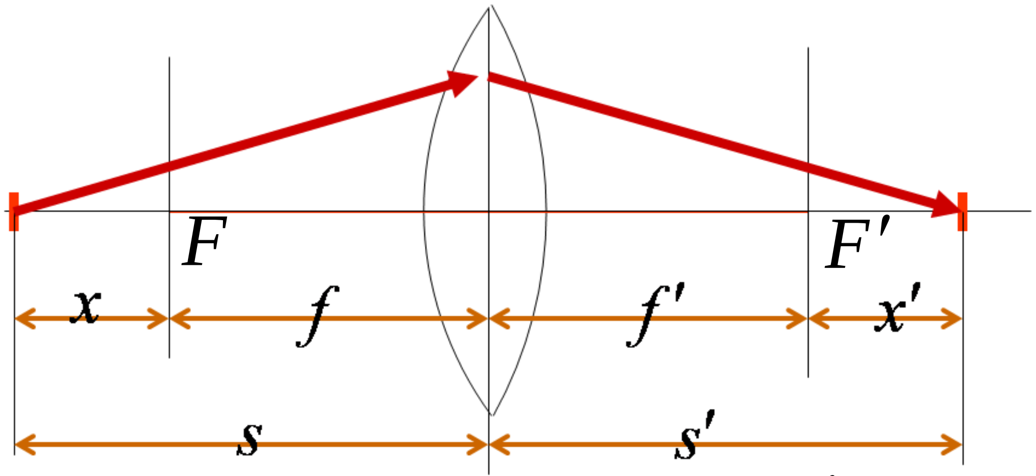
$$\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}=\frac{n_L-n}{r_1}+\frac{n'-n_L}{r_2} \Rightarrow \frac{1}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}}\left(\frac{n'}{s'}+\frac{n}{s}\right)=1$$

$$\left\{\begin{aligned} f &= \frac{n}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}} \\ f' &= \frac{n'}{\dfrac{n_L-n}{r_1}+\dfrac{n'-n_L}{r_2}} \end{aligned}\right. \Rightarrow \frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$$

$$\frac{f}{f'}=\frac{n}{n'}$$

6.1 薄透镜的成像特性

Newton物像公式 – 距离从焦点算起



$$s = x + f \qquad s' = x' + f' \qquad \frac{f'}{x'+f'} + \frac{f}{x+f} = 1$$

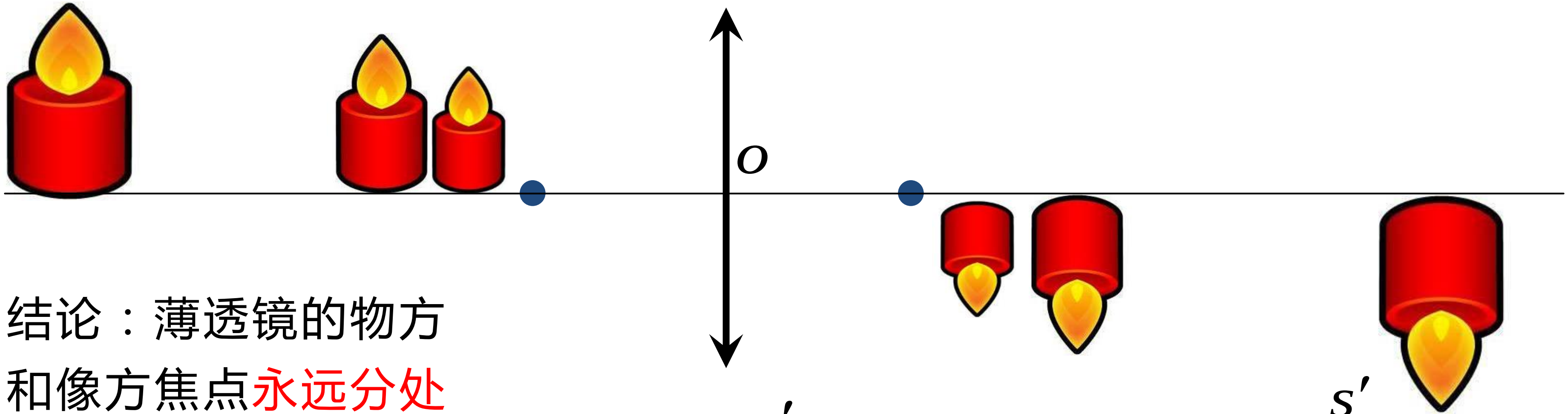
$$\cancel{xf'} + \cancel{ff'} + \cancel{x'f} + ff = x'x + \cancel{x'f} + \cancel{xf'} + \cancel{ff} \Rightarrow xx' = ff'$$

牛顿公式的符号约定

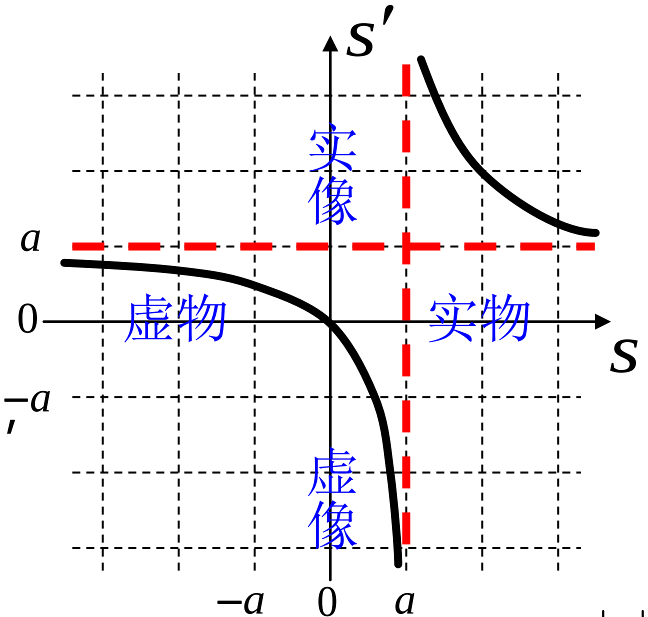
（1）物点Q 在F 的左边时，$x>0$；反之，则 $x<0$。

（2）像点Q' 在F' 的左侧时，$x'<0$；反之，则 $x'>0$。

6.1 薄透镜的成像特性

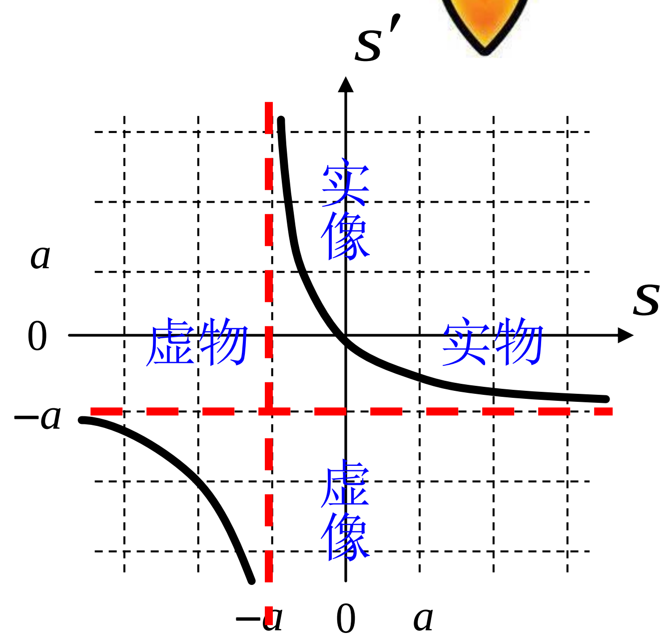


结论：薄透镜的物方和像方焦点永远分处于透镜的两侧。并且一般情况下两个焦点不对称，即焦距大小不相等。只有当物像方介质折射率相等时，透镜的物像方焦距大小才相等。



正透镜

$|f| = a$

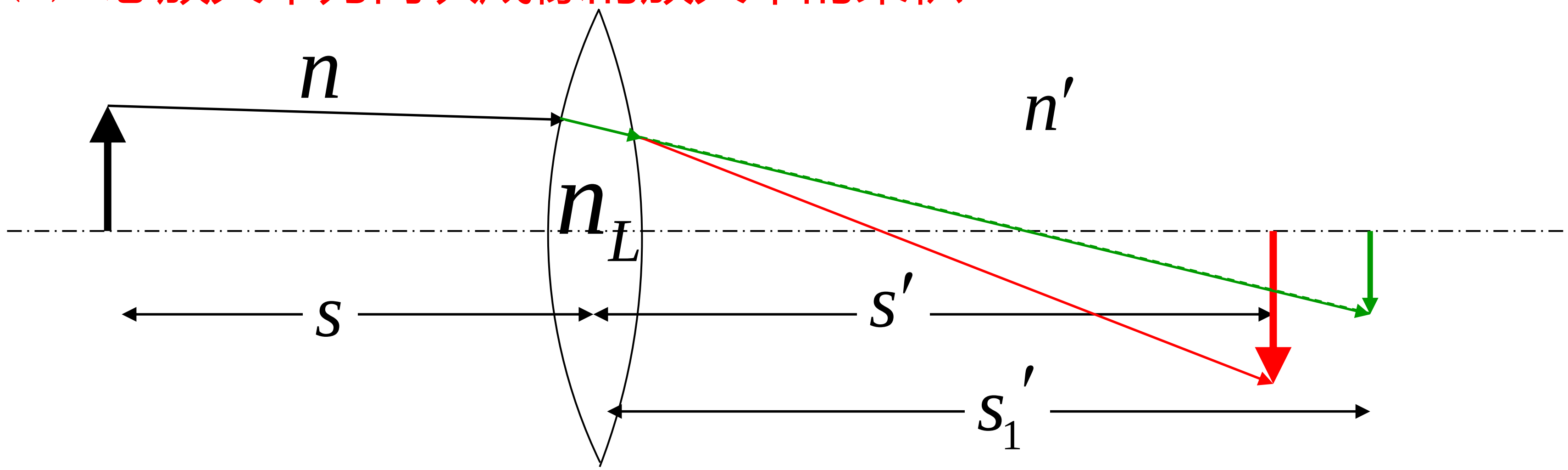


负透镜

6.1 薄透镜的成像特性

薄透镜成像的横向放大率

（1） 总放大率为两次成像的放大率的乘积



第一次成像，是实物成像 $V_1=(-\dfrac{ns_1'}{n_L s})$

第二次成像，是虚物成像 $V_2=[-\dfrac{n_L s'}{n'(-s_1')}]$

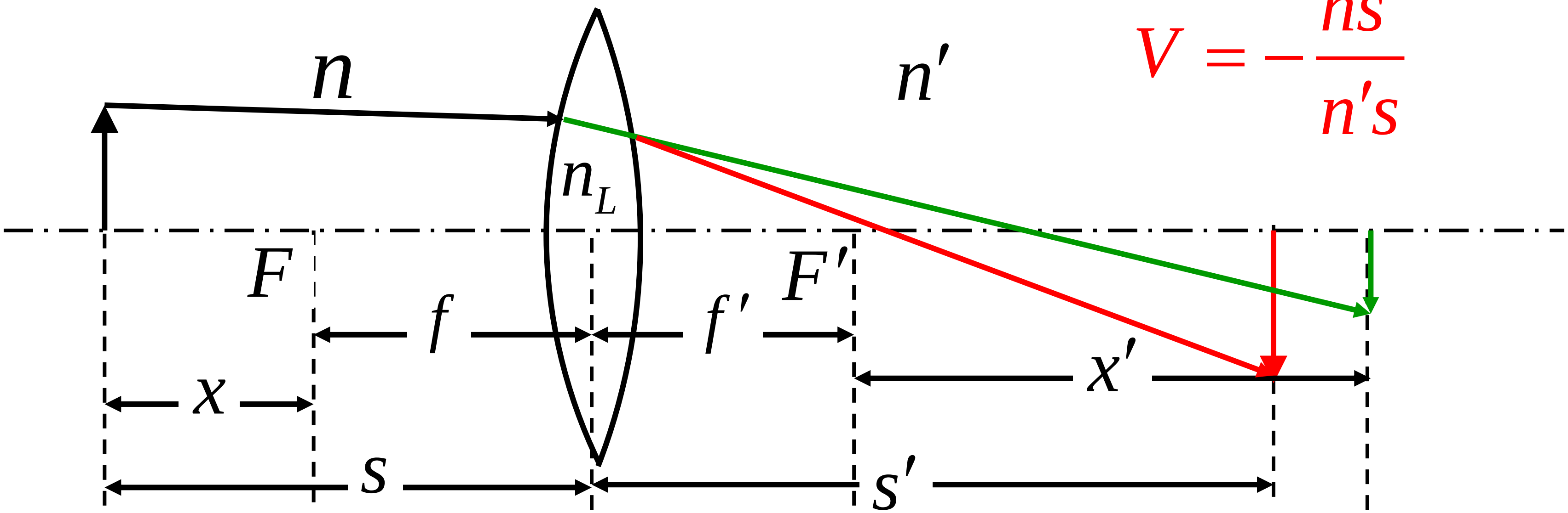
$$V=V_1V_2 \quad =(-\frac{ns_1'}{n_L s})(\frac{n_L s'}{n's_1'}) \quad =-\frac{ns'}{n's}$$

(2) Lagrange-Helmhotz恒等式依然成立

$$ynu=y_1'n_Lu_1'=y'n'u'$$

6.1 薄透镜的成像特性

薄透镜的横向放大率



$$V=-\frac{ns'}{n's}$$

用高斯公式表示：　利用 $\frac{f}{f'}=\frac{n}{n'}$ 得到 $V=-\frac{fs'}{f's}$

用牛顿公式表示 $V=-\frac{fs'}{f's}=-\frac{f}{f'}\times\frac{(x'+f')}{x+f}$ 利用 $xx'=ff'$

得到 $V=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f'}$ 　若$n=n'$,则 $V=-\frac{f}{x}=-\frac{x'}{f}$

6.2 密接薄透镜组

密接薄透镜组：多个透镜紧密接触在一起而成的复合透镜。

考虑两个透镜复合的最简单情况

$$\frac{1}{s_1'}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f_1} \qquad \frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2}$$

两个透镜紧密接触，因此有

$$s_2=-s_1'$$

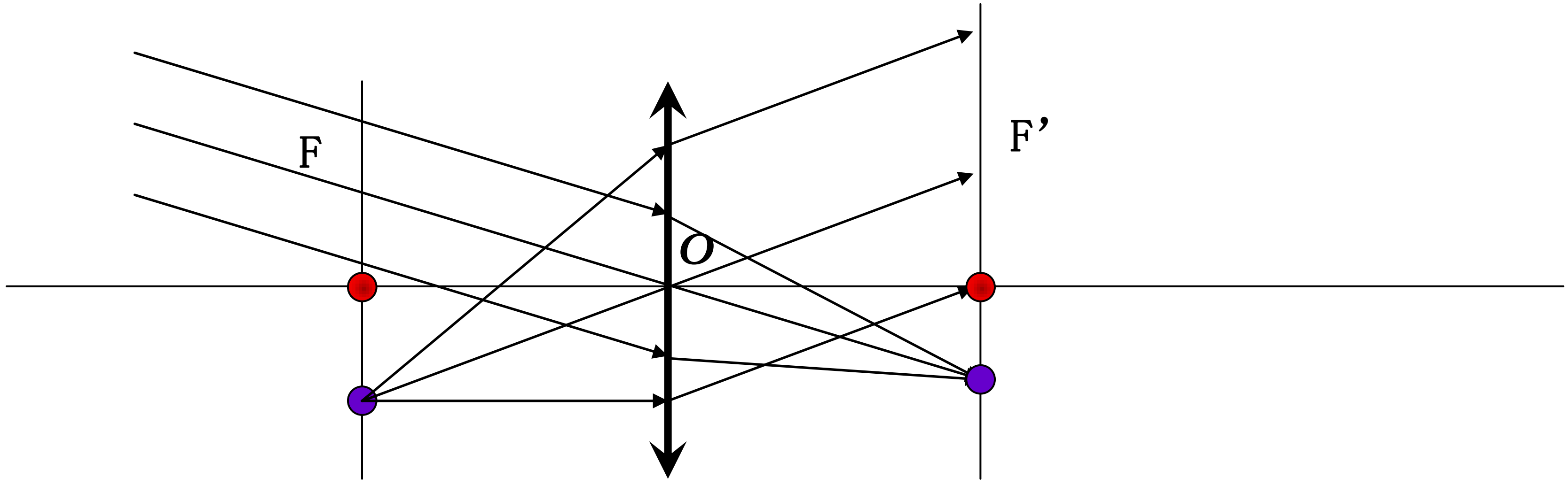
$$\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2} \qquad \frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

用光焦度表示，则有 $\Phi=\Phi_1+\Phi_2$

6.3 焦平面

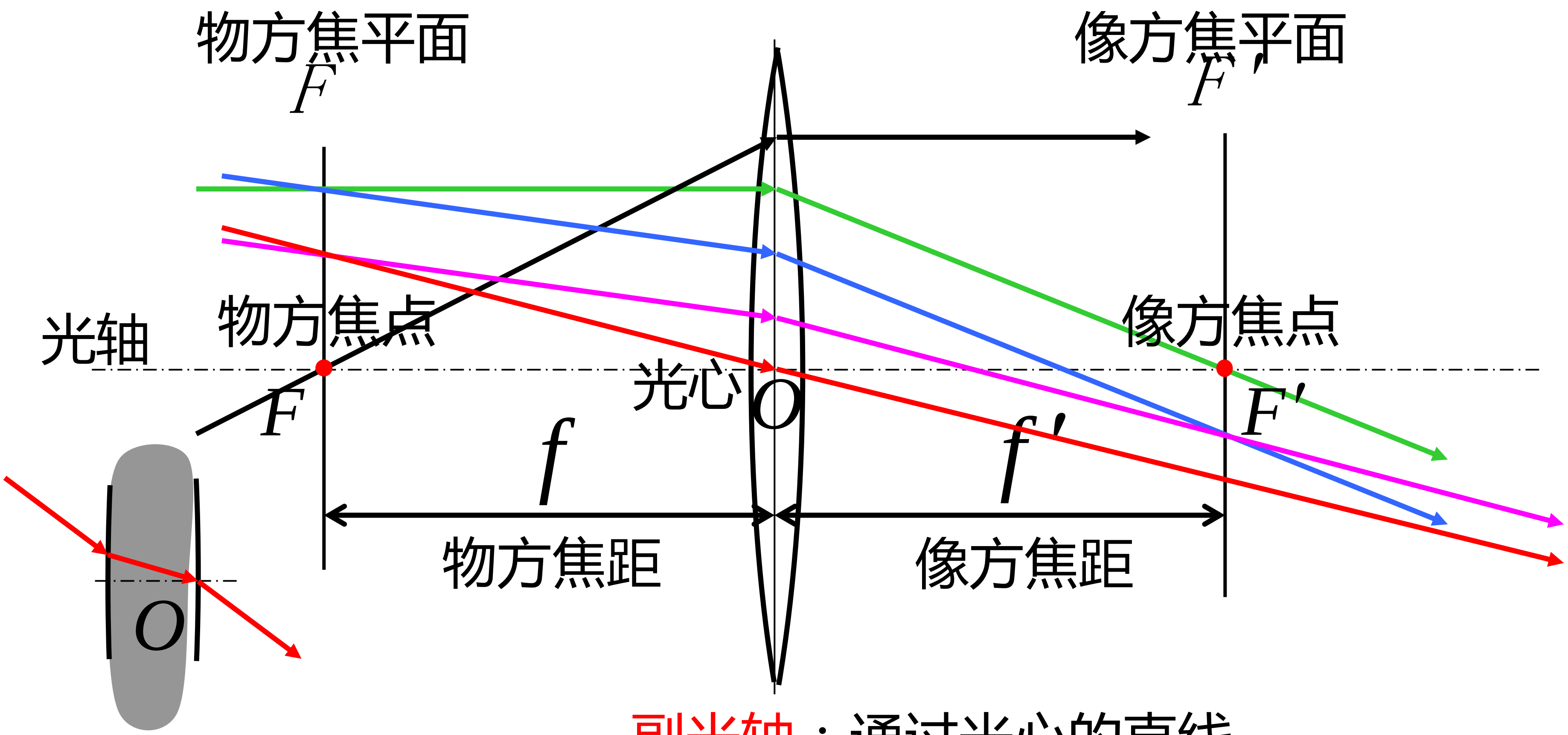
物方焦面：通过物方焦点垂直于光轴的平面，又称第一焦面、前焦面，记为F。物方焦面上的点成像于像方轴外无穷远处（与光轴成一定角度的平行光束）。

像方焦面：通过像方焦点垂直于光轴的平面，又称第二焦面、后焦面，记为F'。物方轴外无穷远处的物点（与光轴成一定角度的平行光束）成像于像方焦面上。



6.3 焦平面

薄透镜的光学参数定义



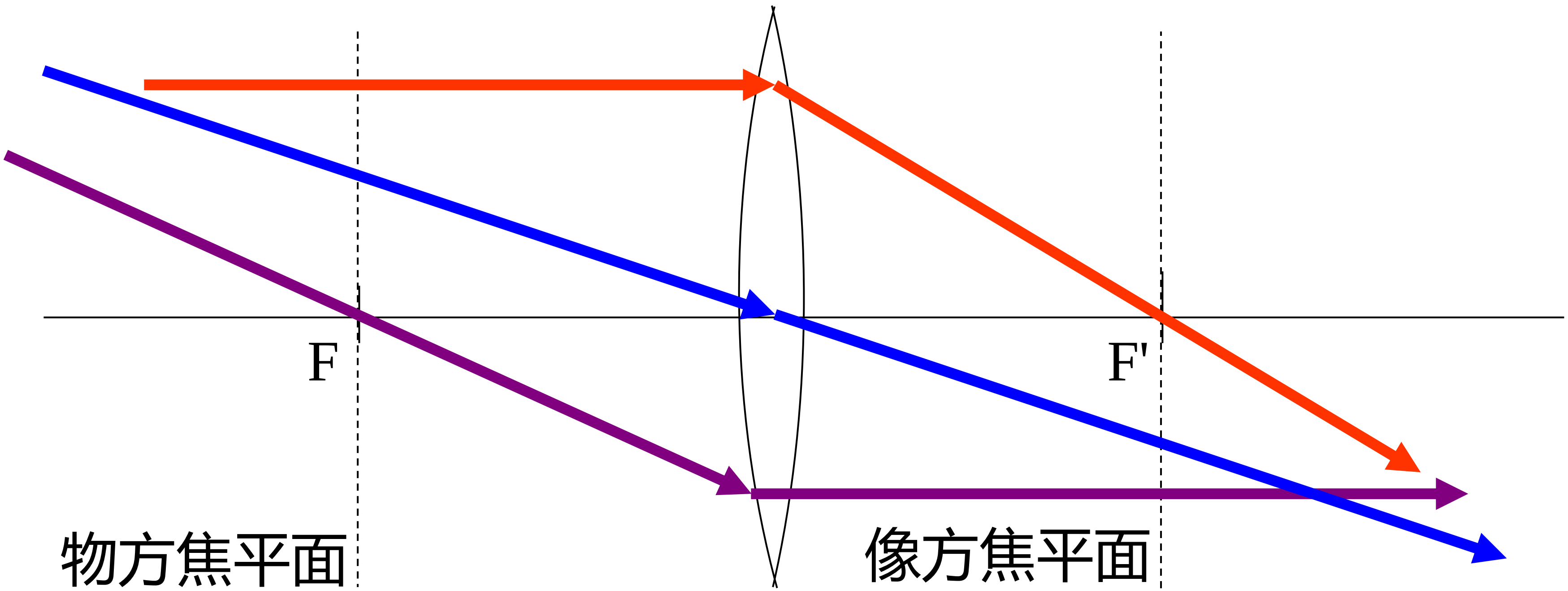
特性：极薄的平行玻璃平板，两侧折射率相等，通过光心的光线方向不变

副光轴：通过光心的直线。

主光轴：光具组的光轴，简称主轴。

6.4 薄透镜作图法

三对共轭的特殊光线

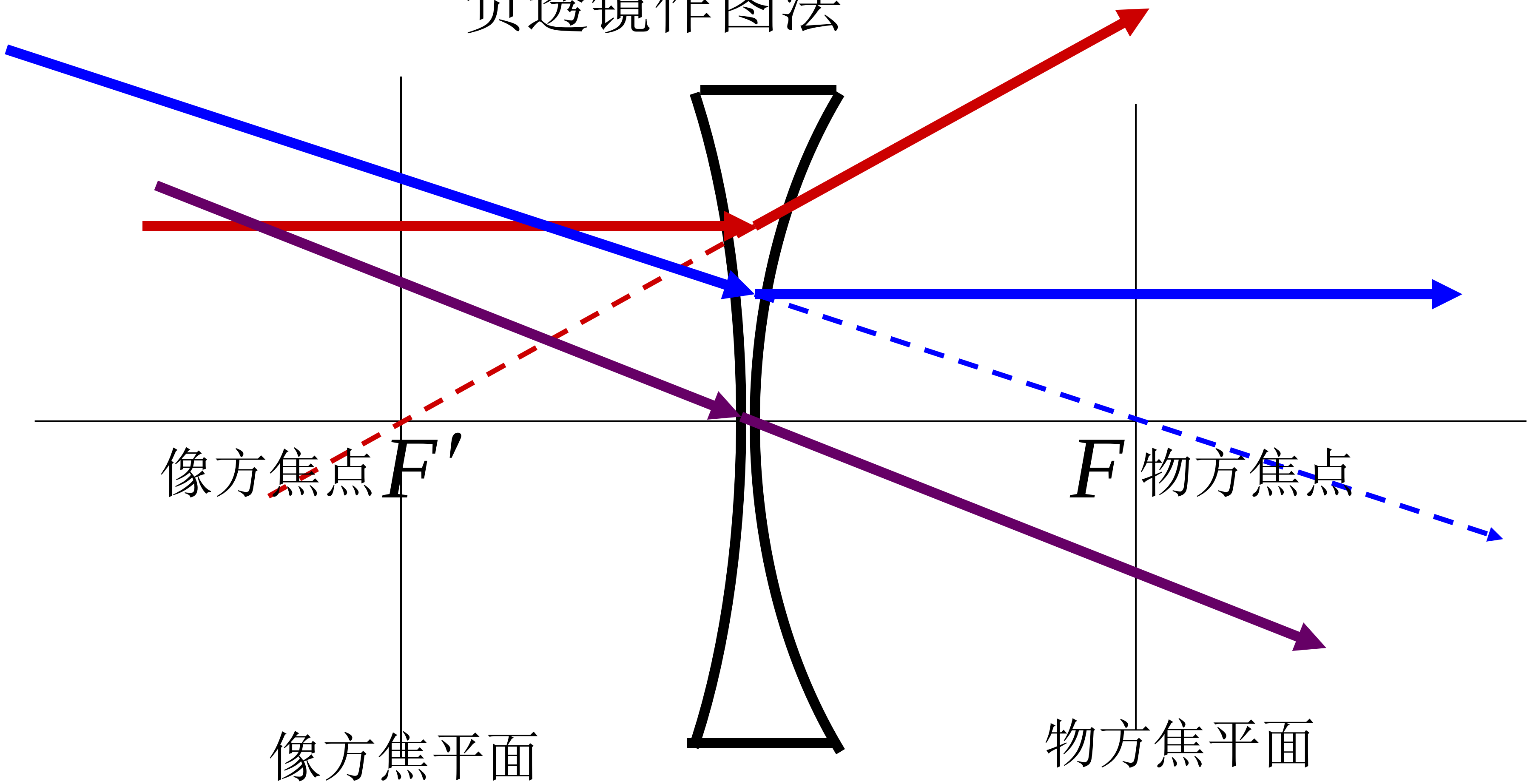


平行于光轴的入射光线←→经过像方焦点的光线

经过物方焦点的光线←→平行于光轴的像方光线

经过透镜光心的入射光线←→经过透镜光心的像方光线

负透镜作图法

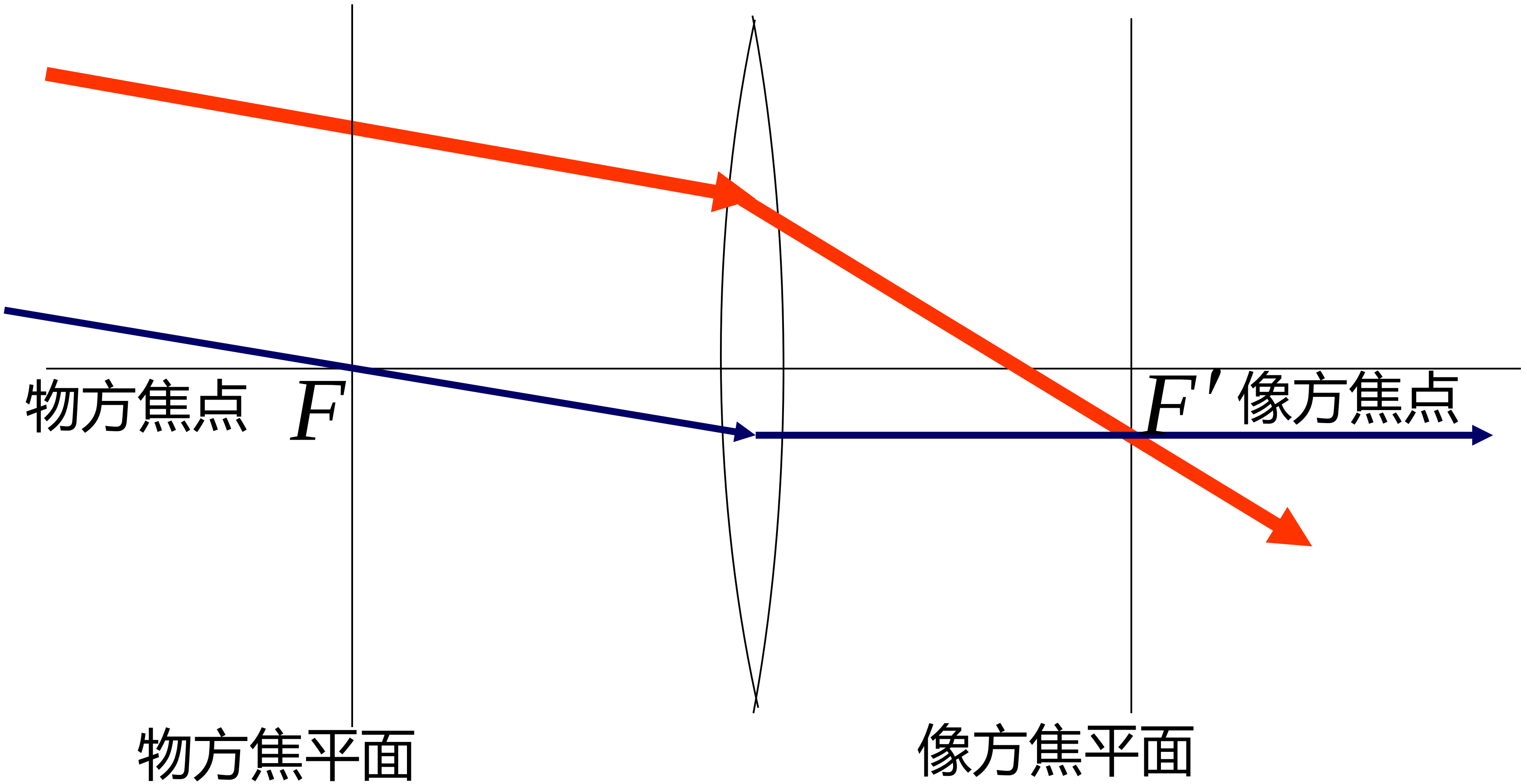


平行于光轴的入射光线←→经过像方焦点的光线

经过透镜光心的入射光线←→经过透镜光心的像方光线

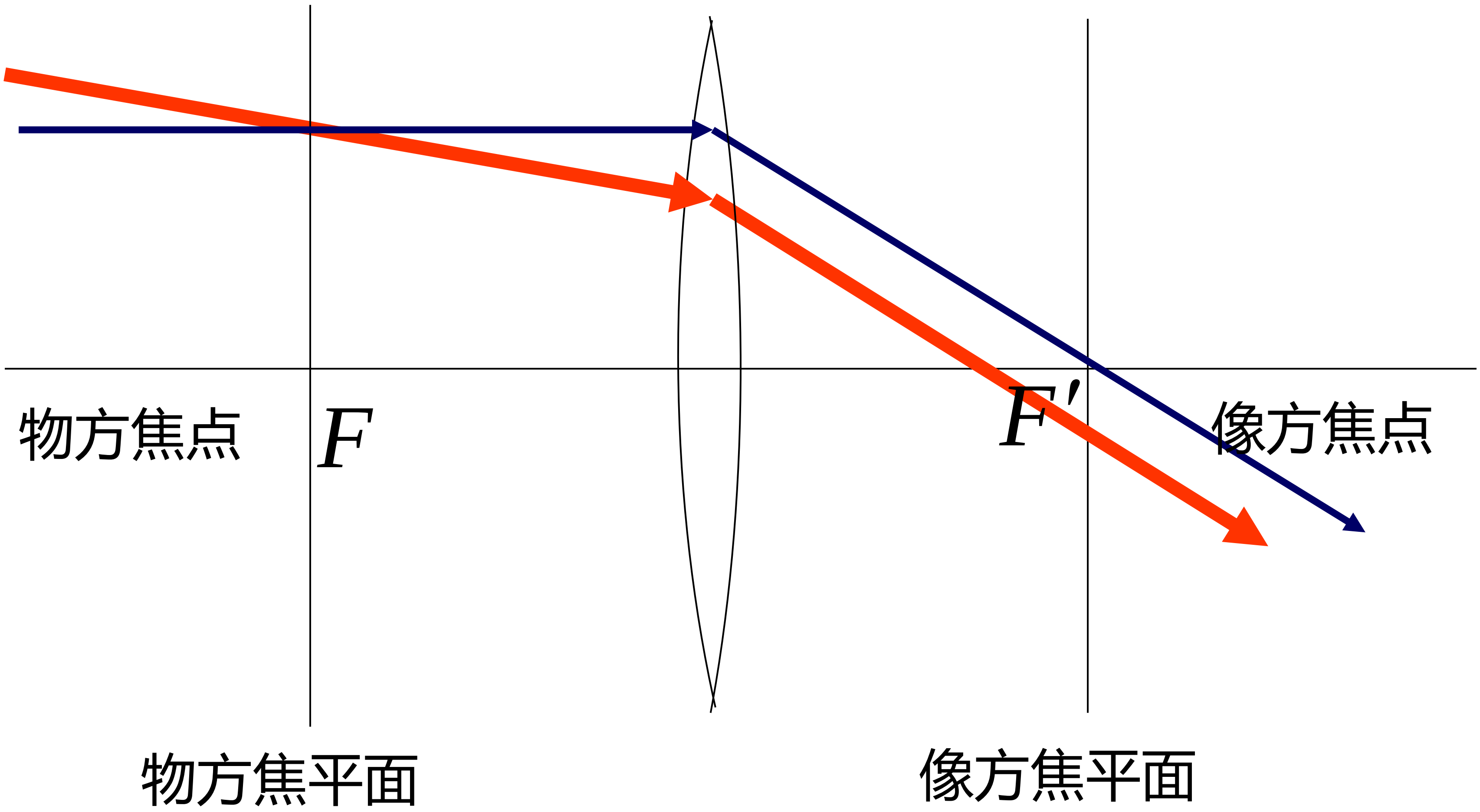
6.4 薄透镜作图法

正透镜作图法1



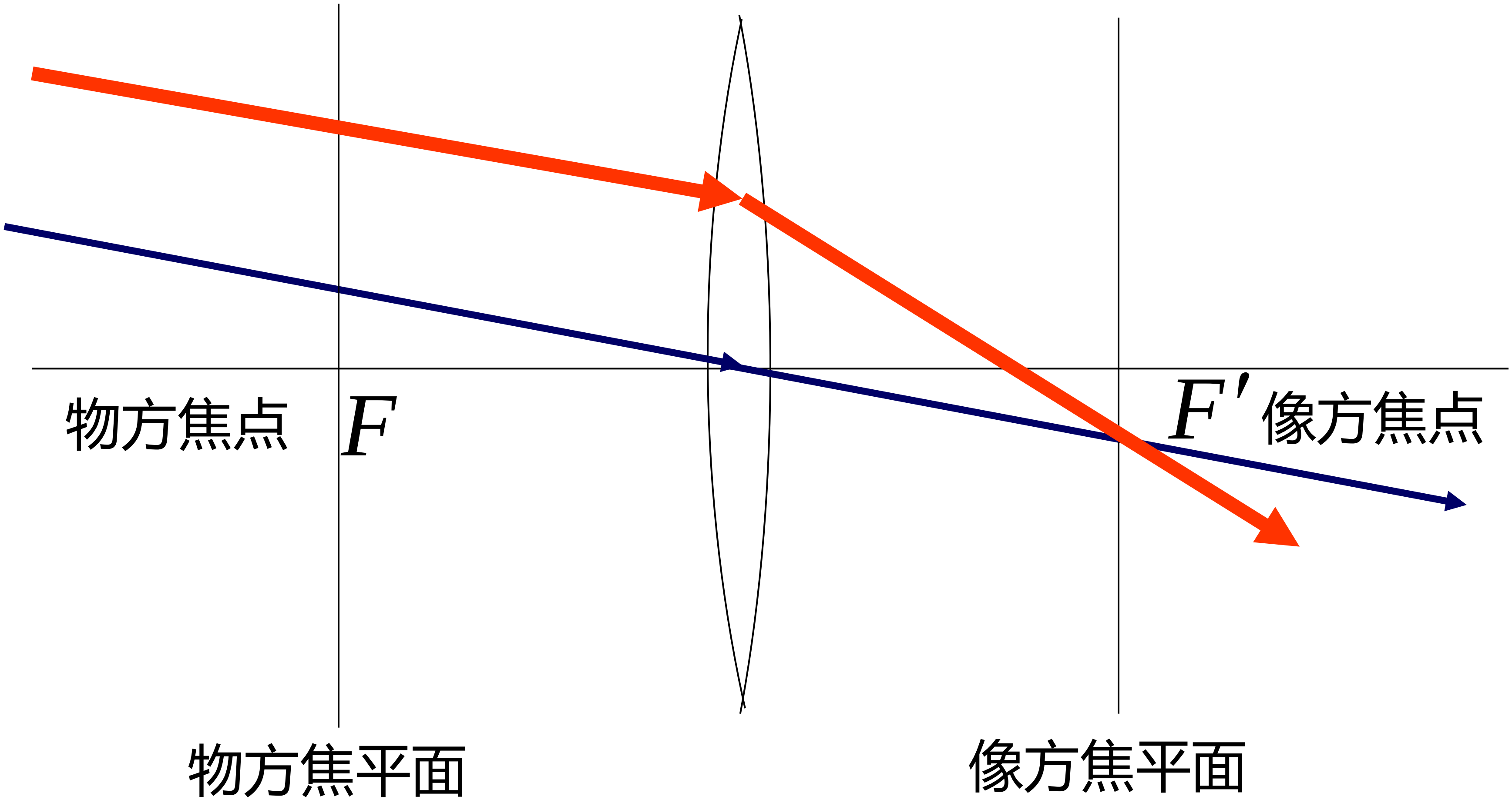
6.4 薄透镜作图法

正透镜作图法2



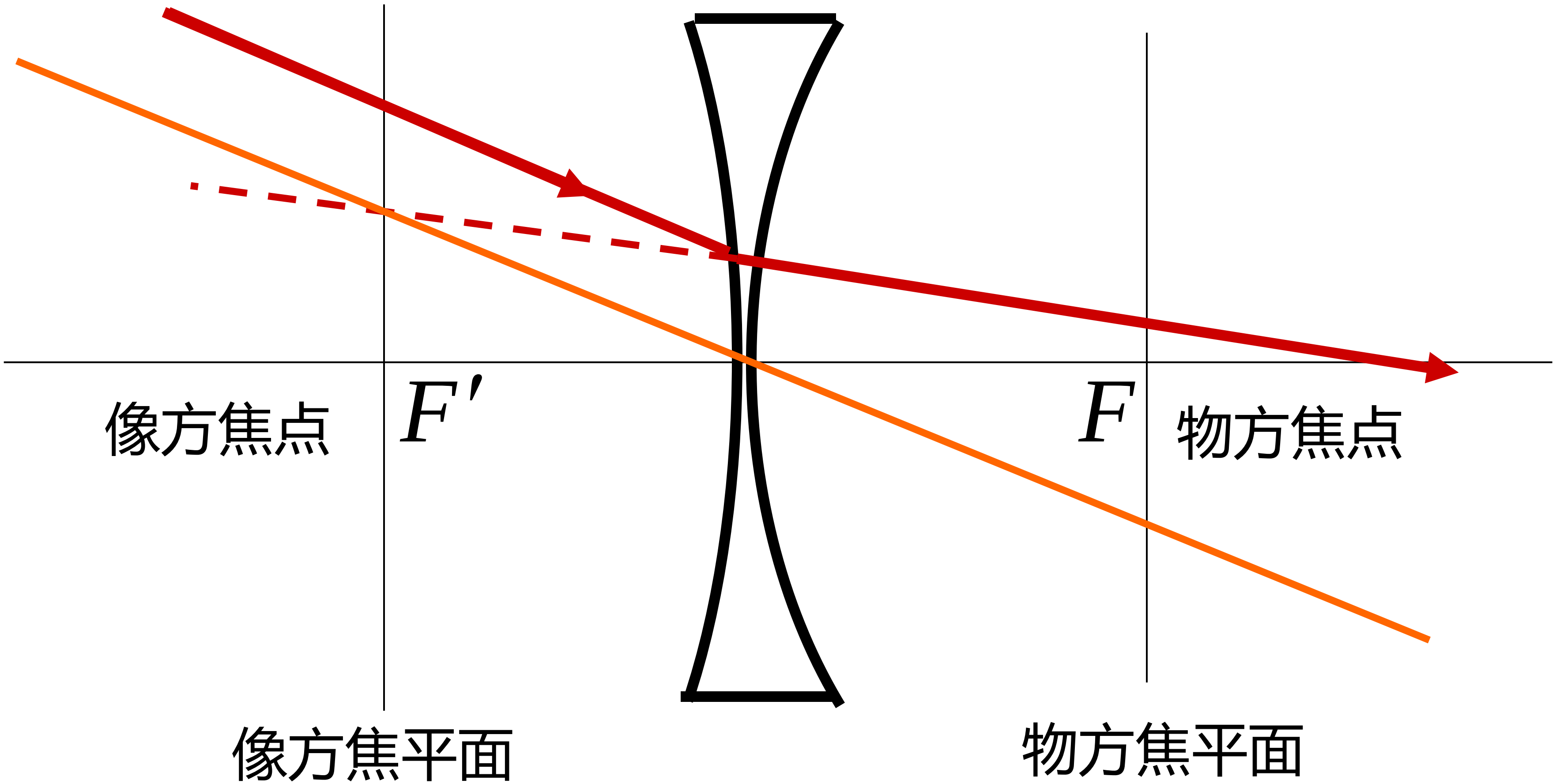
6.4 薄透镜作图法

正透镜作图法3



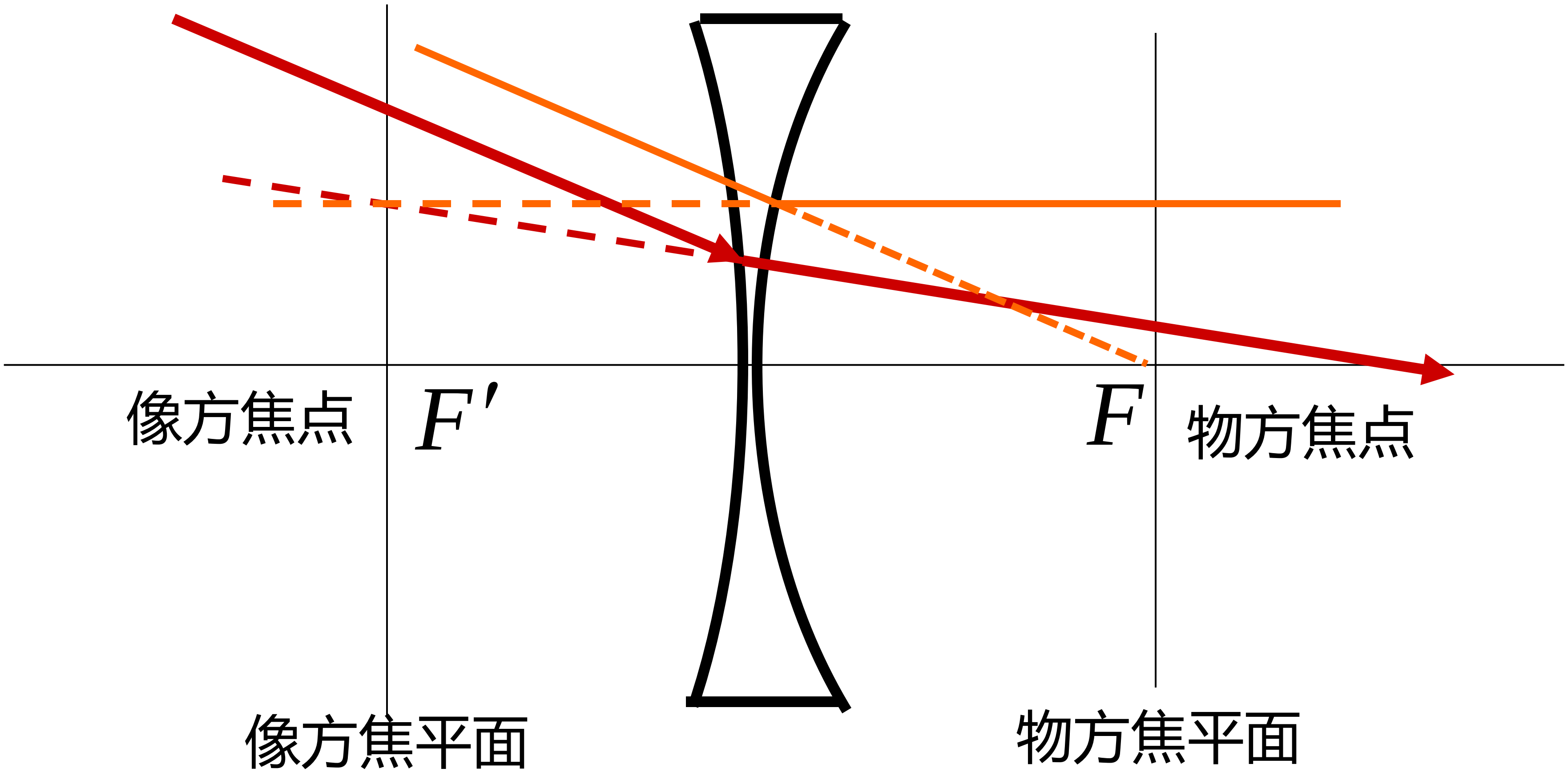
6.4 薄透镜作图法

负透镜作图法1



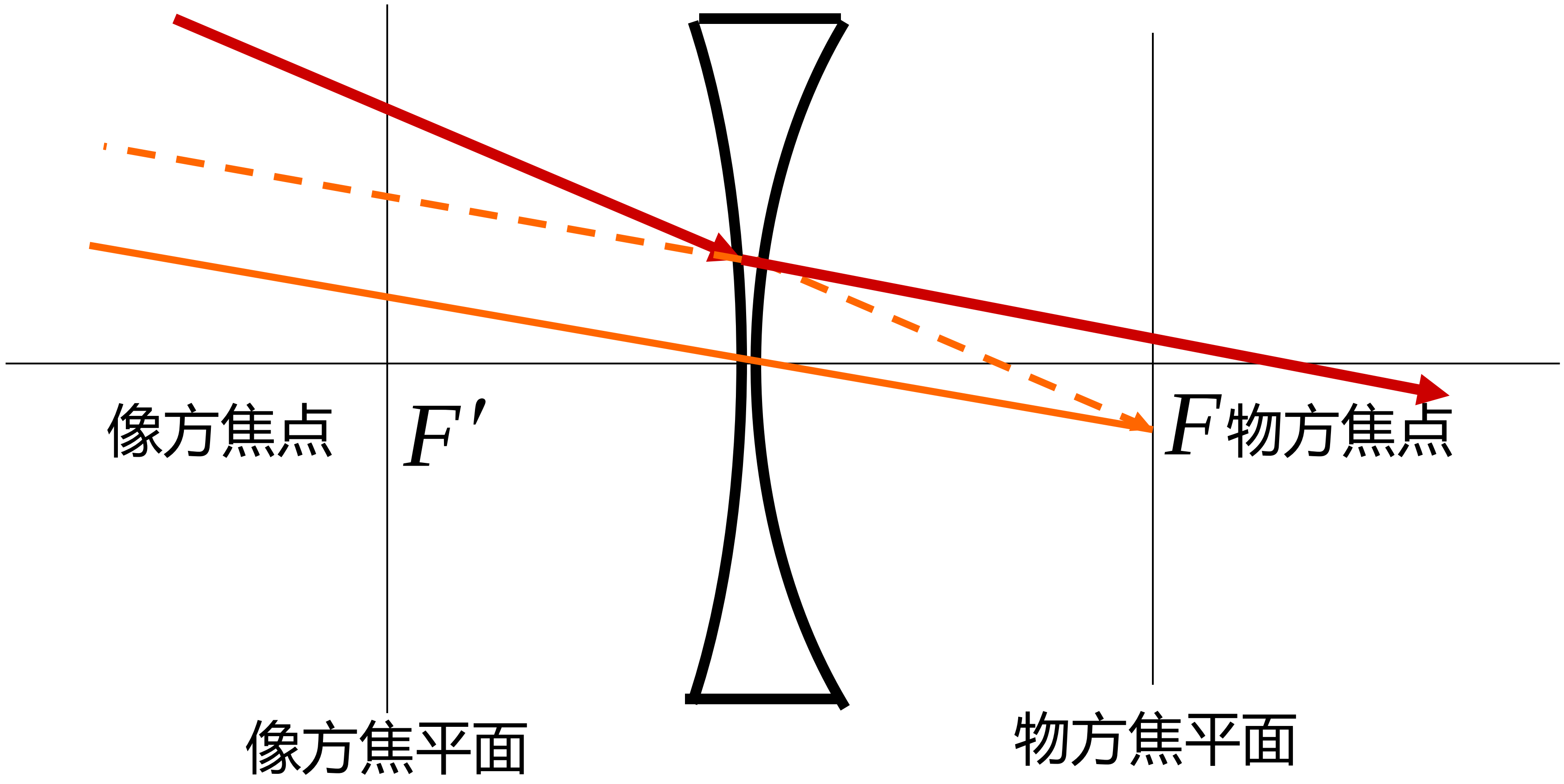
6.4 薄透镜作图法

负透镜作图法2



6.4 薄透镜作图法

负透镜作图法3

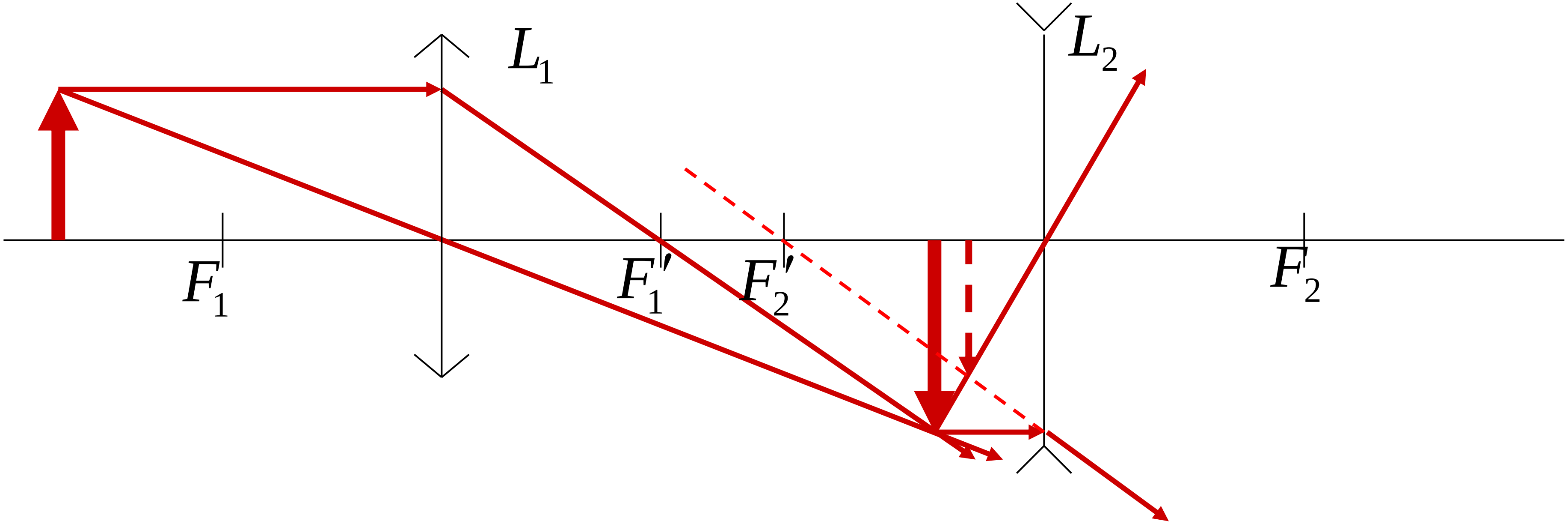


6.5 透镜组成像

透镜组：由多个透镜或反射镜组成的光具组

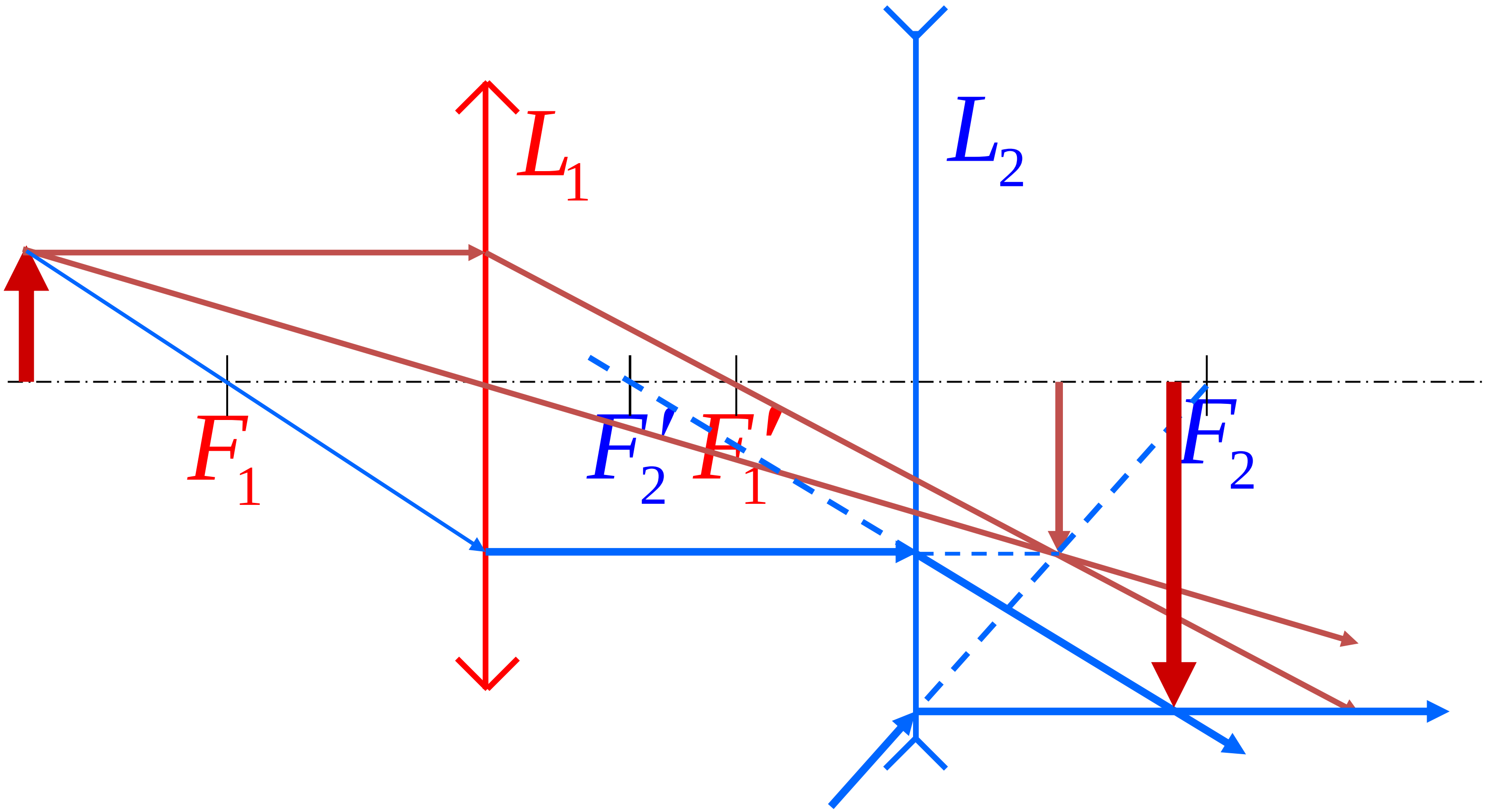
计算方法：利用 逐次成像法，物经透镜1所成的像作为透镜2的物，再成一次像，以此类推。反复应用成像公式进行计算（高斯、牛顿）。

逐次成像法示例1：透镜1的像是透镜2的实物



6.5 透镜组成像

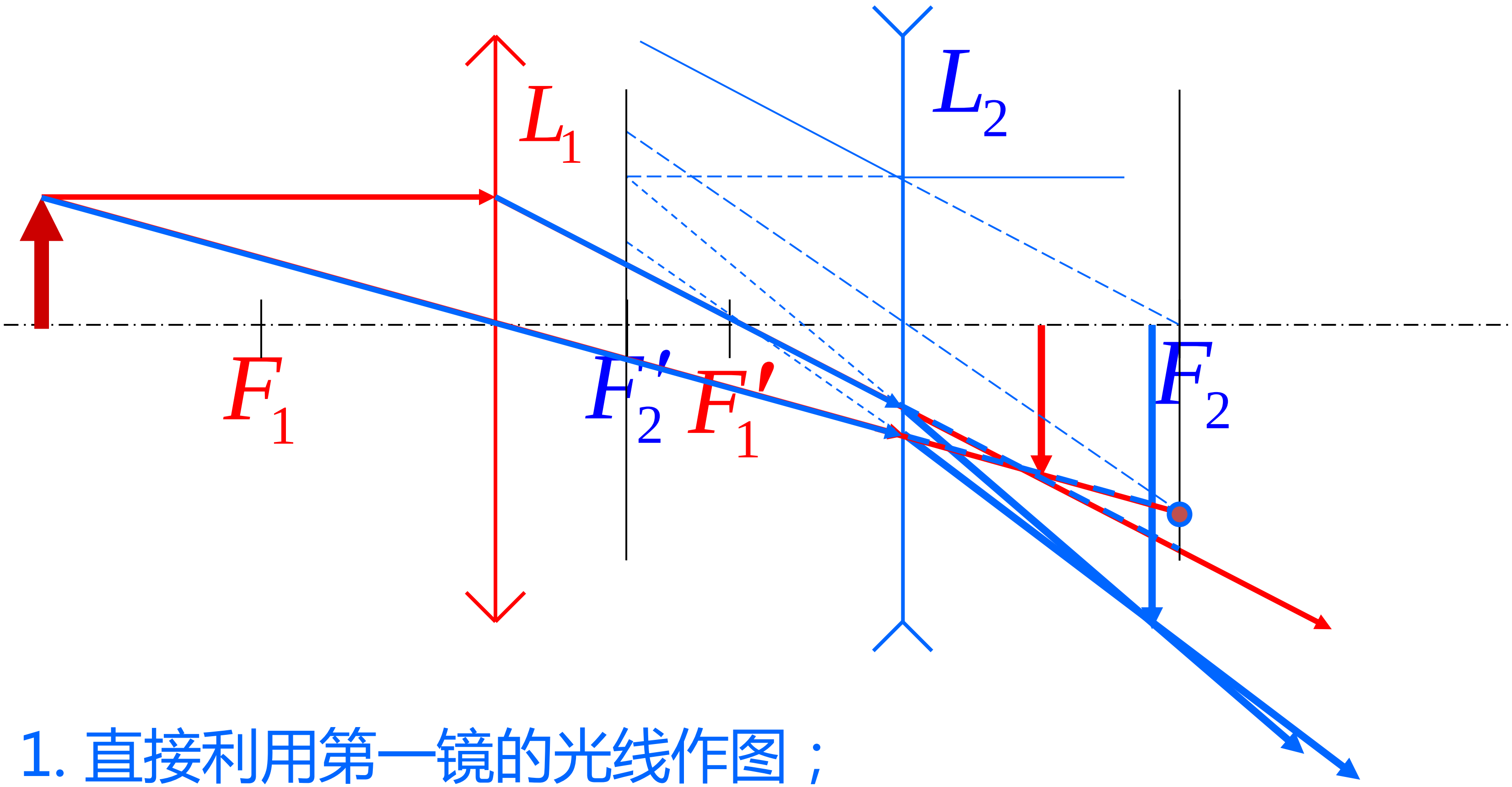
逐次成像法示例2：透镜1所成的像是透镜2的虚物



L_1的实像，对于L_2来说，是虚物

6.5 透镜组成像

另一种透镜组的作图解法

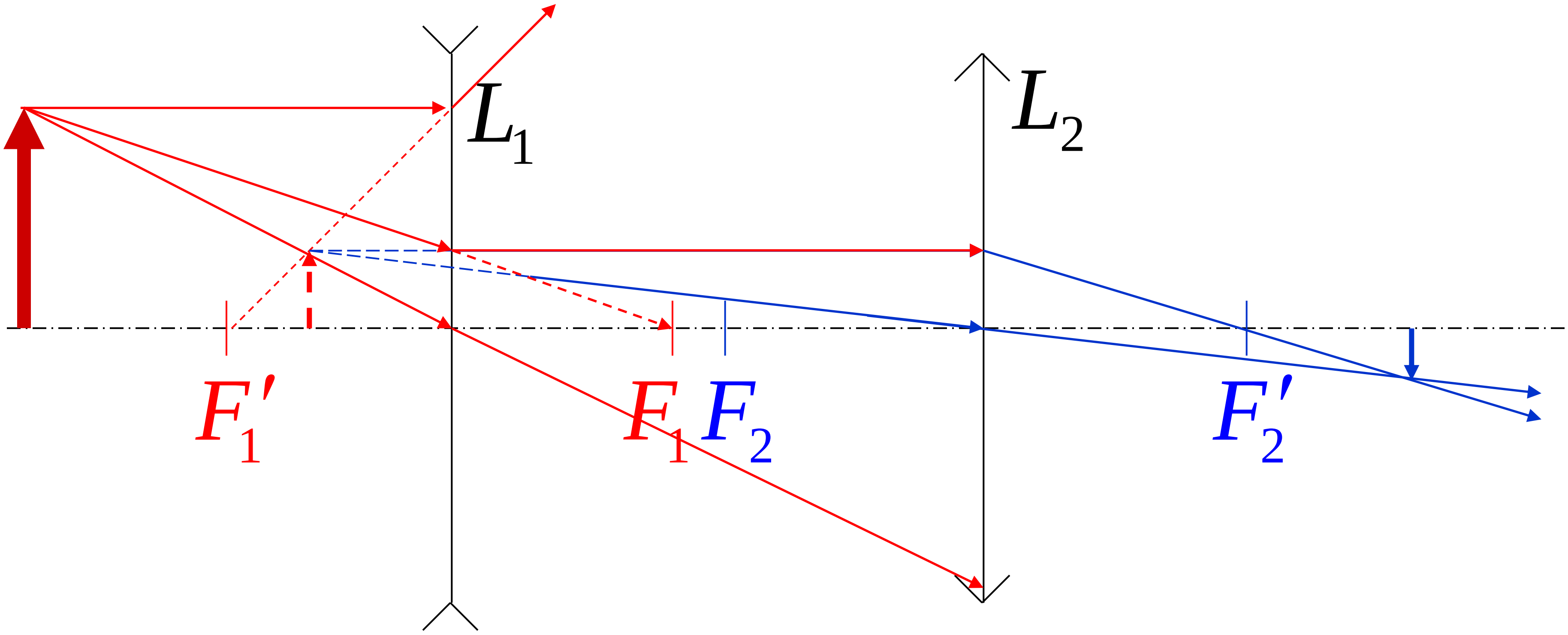


1. 直接利用第一镜的光线作图；
2. 利用第二镜的物的特殊光线作图。

6.5 透镜组成像

透镜组逐次成像的物像虚实性

问题：经过L_1成虚像对于L_2来说是实物还是虚物？



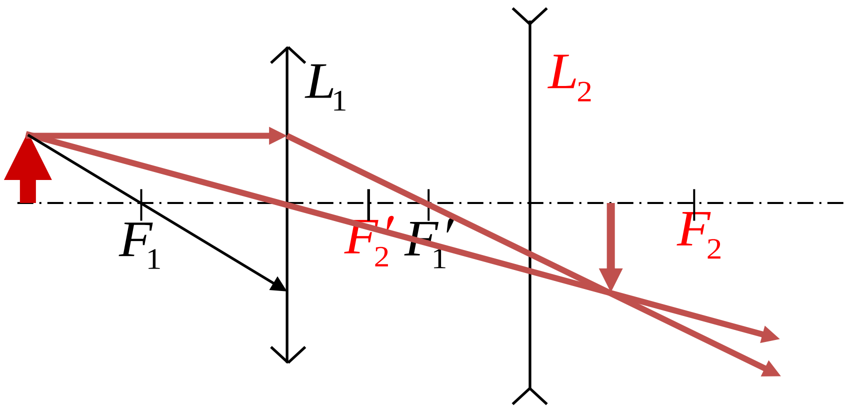
只要第一镜的像处于第二镜的光线入射方，对于第二镜来说都是实物，不论像的虚实

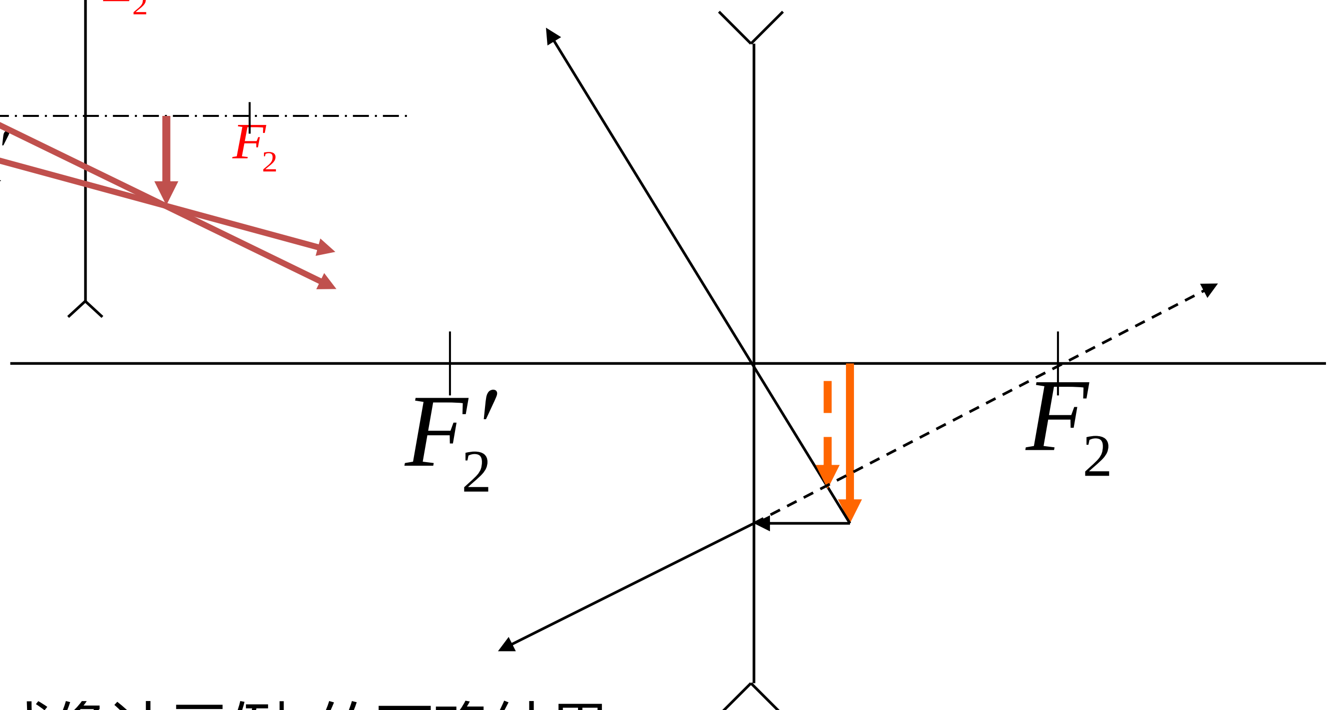
经过L_1成虚像，但对于L_2来说，发出真实的光线，是实物

6.5 透镜组成像

透镜组逐次成像的物像虚实性

像本身的虚实性，与作为物的虚实性没有关系。如果将第一透镜的像作为第二透镜的实物处理，则会得到错误的结果。





请对比p30逐次成像法示例2的正确结果

6.5 透镜组成像

透镜组逐次成像计算方法总结

① 对第一个透镜用成像公式计算，确定像的位置。

② 将该像作为第二个透镜的物，再次进行成像，依次逐个进行。

③ 如果上述像是下一个透镜的实物，则物距为正值，直接应用公式进行计算；如果是虚物，则其到第二透镜的距离，即物距是负值。

本节重点

1. 薄透镜的成像公式。
2. 薄透镜共轭光线作图法。
3. 透镜物像虚实的判断和处理方法。

习题

p.70: 2, 3, 8,9,10

重排版：P49：2，3，8，9，10

补充题：

1. 将一个厚度为d的平行玻璃板置于空气中，空气的折射率计为1，玻璃板折射率为 n，如果在距玻璃板第一个侧面为 s 的位置放置一个物，求所成像相对于原物的位移。

第一章 几何光学

第七节 理想光具组理论

第七节 理想光具组理论

7.1 理想光具组与共线变换

回顾理想成像与理想光具组的概念

物方的每个同心光束都可以转换为像方的一个同心光束，称为理想成像。满足理想成像要求的光具组称为理想光具组。

理想光具组的意义

① 不同光学系统，具有某些类似的基本点或基本量，满足高斯或牛顿公式。一旦确定了这些基本点或基本量，则系统的成像特性亦随之确定。

② 理想光具组是一种点到点、线到线、面到面的几何抽象变换，通过基点或基面来确定入射与出射光线之间的共轭关系，这被称为共线变换。共线变换并不涉及光具组的具体结构，可以通过几何理论获取物像之间的关系，因此便于光学设计的计算。

③ 可以将实际光具组与理想光具组之间进行对比，衡量成像质量。

7.1 理想光具组与共线变换

理想光具组的性质

① 能够保持光束的同心性和几何相似性。

② 对于物方的一个点、每一条线和每一个面，都对应存在一个像方的共轭点、共轭线和共轭面。

③ 理想光具组的入射光线和出射光线与实际光学系统的入射光线和出射光线分别在系统的第一球面和最后一个球面以外重合。

若理想光具组是**轴对称**的，则有附加性质：

① 光轴上任意点的共轭点仍在光轴上。

② 垂直于光轴的平面，其共轭面仍然与光轴垂直。

③ 垂直于光轴的同一平面内，横向放大率相同。

④ 垂直于光轴的不同平面内，横向放大率一般不等。但只要有两个这样的平面其V相等，则V处处相等。此类光具组中，平行于光轴的光线，其共轭光线仍与光轴平行。（望远系统）

7.2 共轴理想光具组的基点和基面

基点和基面

理想的共轴球面系统的基点和基平面包括焦点（焦平面）、主点（主平面）、以及节点(节平面)等。

意义：

薄透镜中，只要知道了光心位置、物方和像方焦点或焦平面位置，则可以方便地解决任何光线的成像问题。同样，对于理想的共轴球面系统，可以将其等效为一个球面透镜，确定了基本的点和面后，也可以完全确定物像关系。

7.2 共轴理想光具组的基点和基面

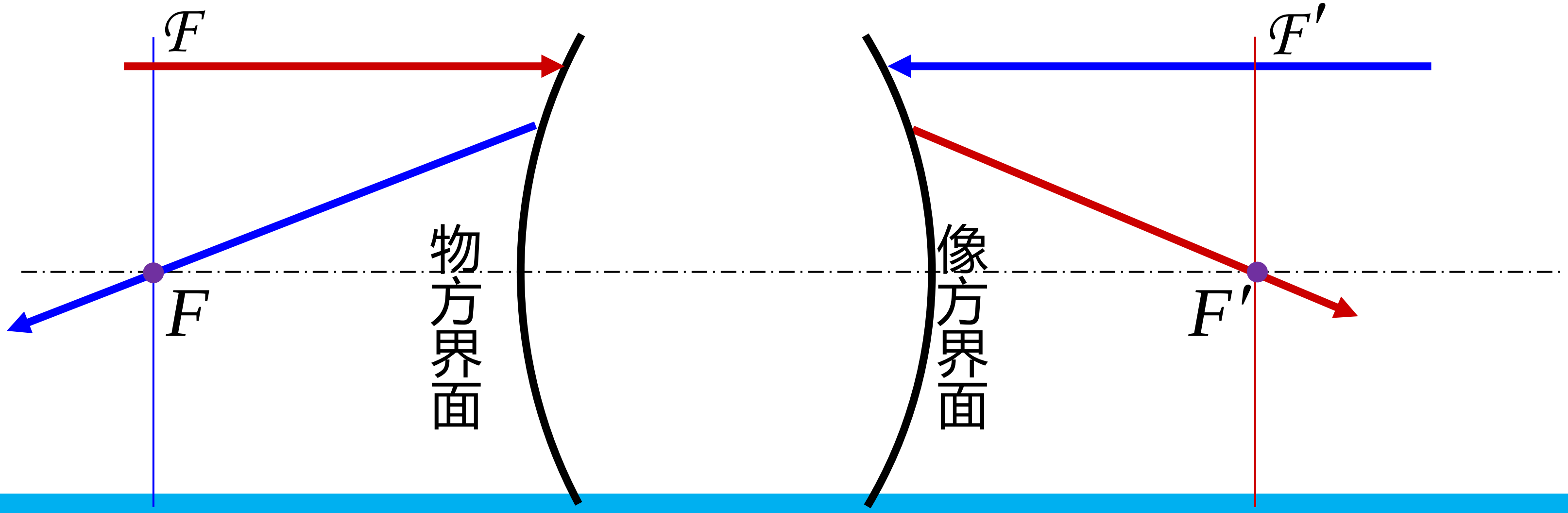
焦点与焦平面

（1）焦点

与光轴平行的入射光线经光学系统后与光轴的交点为像方焦点F'；物方光轴上一点发出的光线经光学系统后与光轴平行，该点为物方焦点F 。

（2）焦平面

过焦点与光轴垂直的平面为焦平面。与无穷远处的像平面共轭的物平面为物方焦平面F；与无穷远处的物平面共轭的像平面为像方焦平面F' 。焦平面就是过焦点垂直于光轴的平面。



7.2 共轴理想光具组的基点和基面

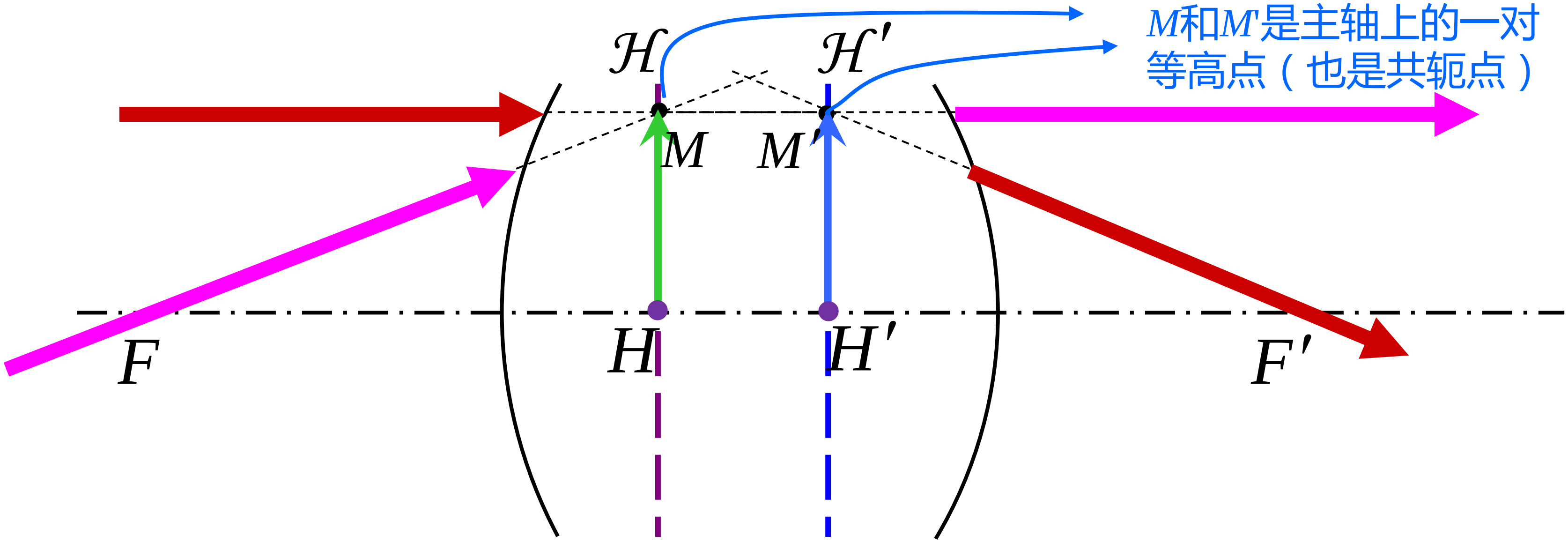
主平面与主点

（1）主平面

横向（垂轴）放大率等于**+1**的一对共轭平面为主平面（单位面）。物方主平面**H**，位于物空间；像方主平面**H**′，位于像空间。

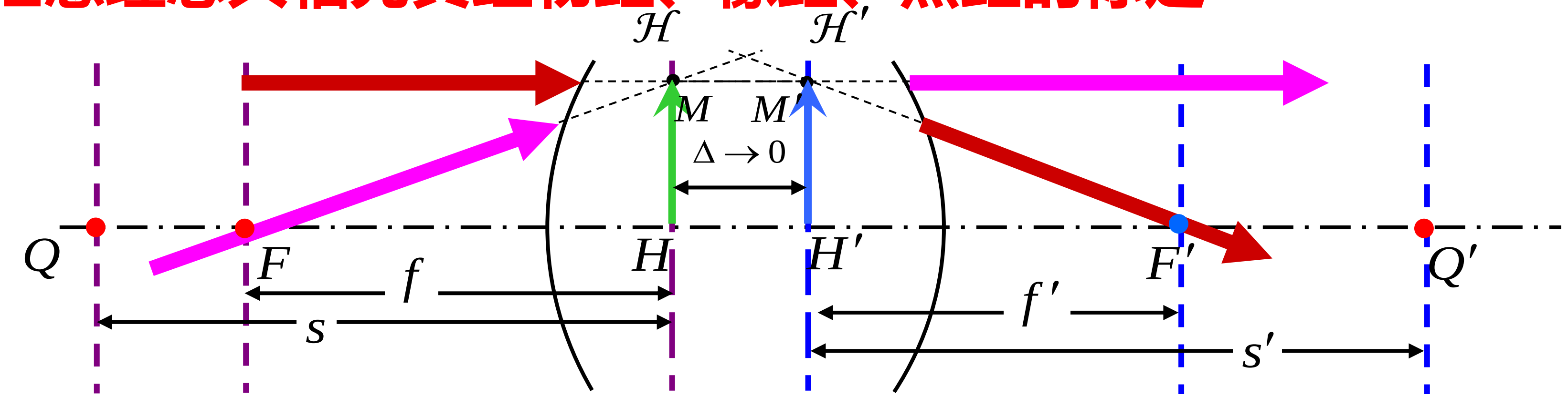
（2）主点

主平面与主光轴的交点为主点。物方主点H，像方主点H'。



7.2 共轴理想光具组的基点和基面

任意理想共轴光具组物距、像距、焦距的标定



（1）任意理想光具组物距、像距、焦距的标定

① 物距s 是物方主点H 到轴上物点Q 的距离；

② 像距s' 是像方主点H' 到轴上像点Q' 的距离；

③ 物方焦距 f 和像方焦距 f' 分别是物方焦点F 到主点H，以及像方焦点F' 到主点H' 的距离。

（2）任意理想光具组的符号法则（入射光左侧射入）

① 物方若Q（或F）在H左侧，则s（或f）>0；反之则<0；

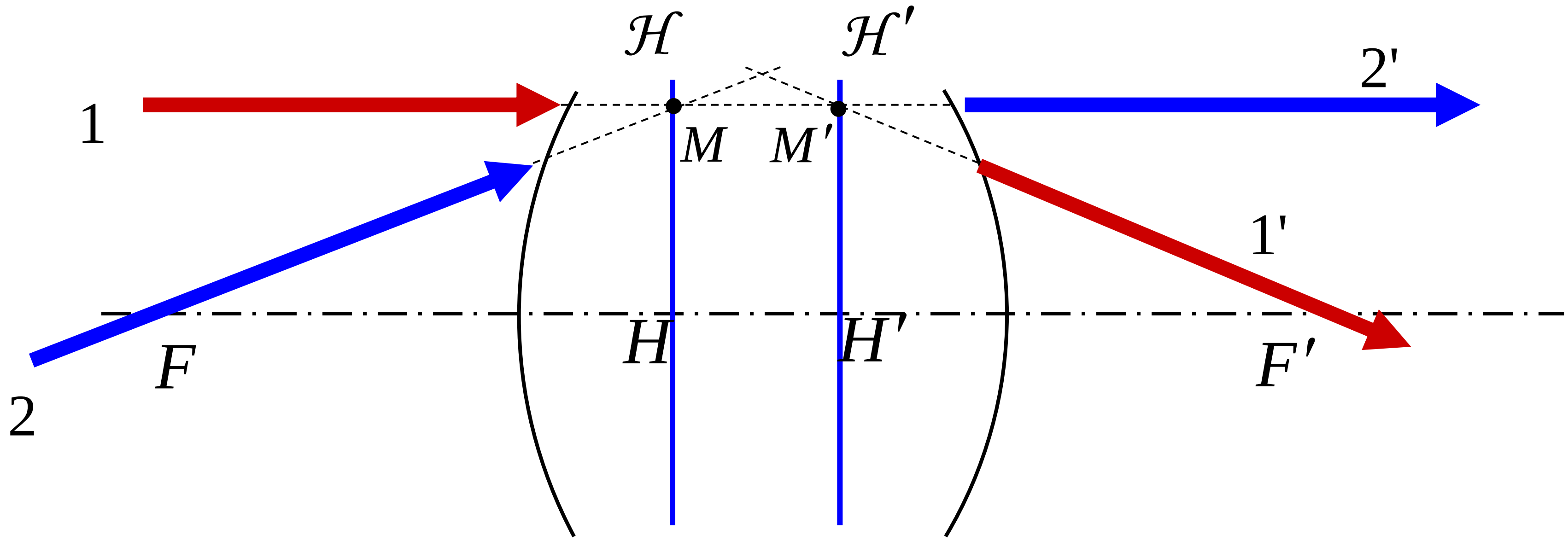
② 像方若Q'（或F'）在H'右侧，则s'（或f'）>0；反之则<0；

（3）薄透镜是理想光具组的特例：两个主平面（主点）间距趋于0。

7.3 物像关系

理想光具组物像关系的处理方法

（1）作图法　　已知系统焦点，确定主点和主平面



因为M与M'是一对共轭的物像点；过M的光线必通过M'；

选取过M的两条特殊光线1和2，对应的共轭光线为1'和2'。

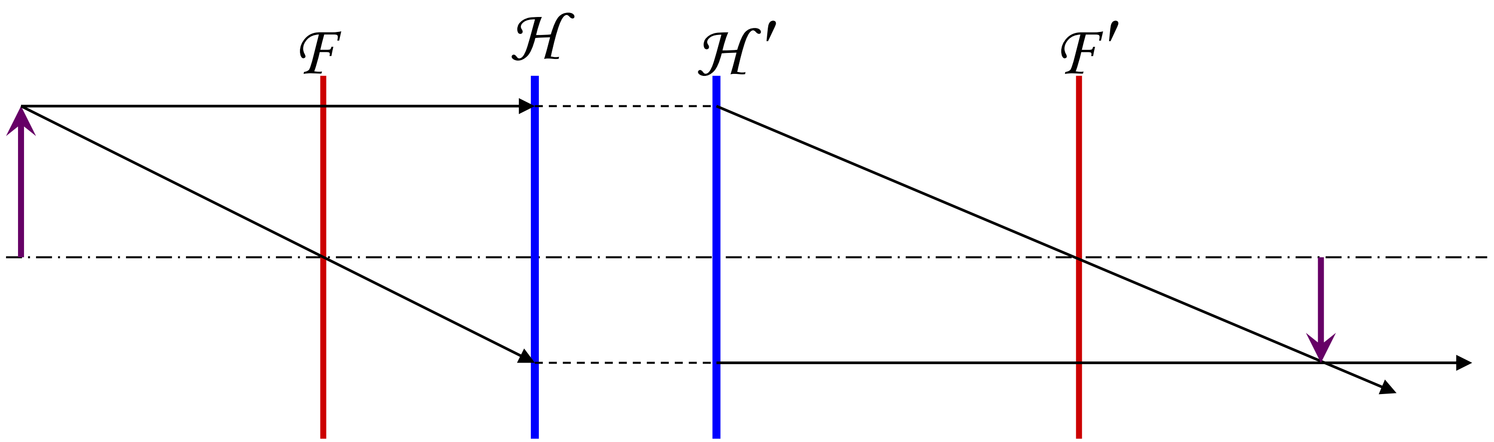
则只要知道光线1和2，和对应的共轭光线为1'和2'，就可以确定主平面。

7.3 物像关系

理想光具组物像关系的处理方法

（1）作图法

对已知参数的共轴球面系统，无论用作图法还是计算法，其原理和步骤都与单个薄透镜的成像情况相同。

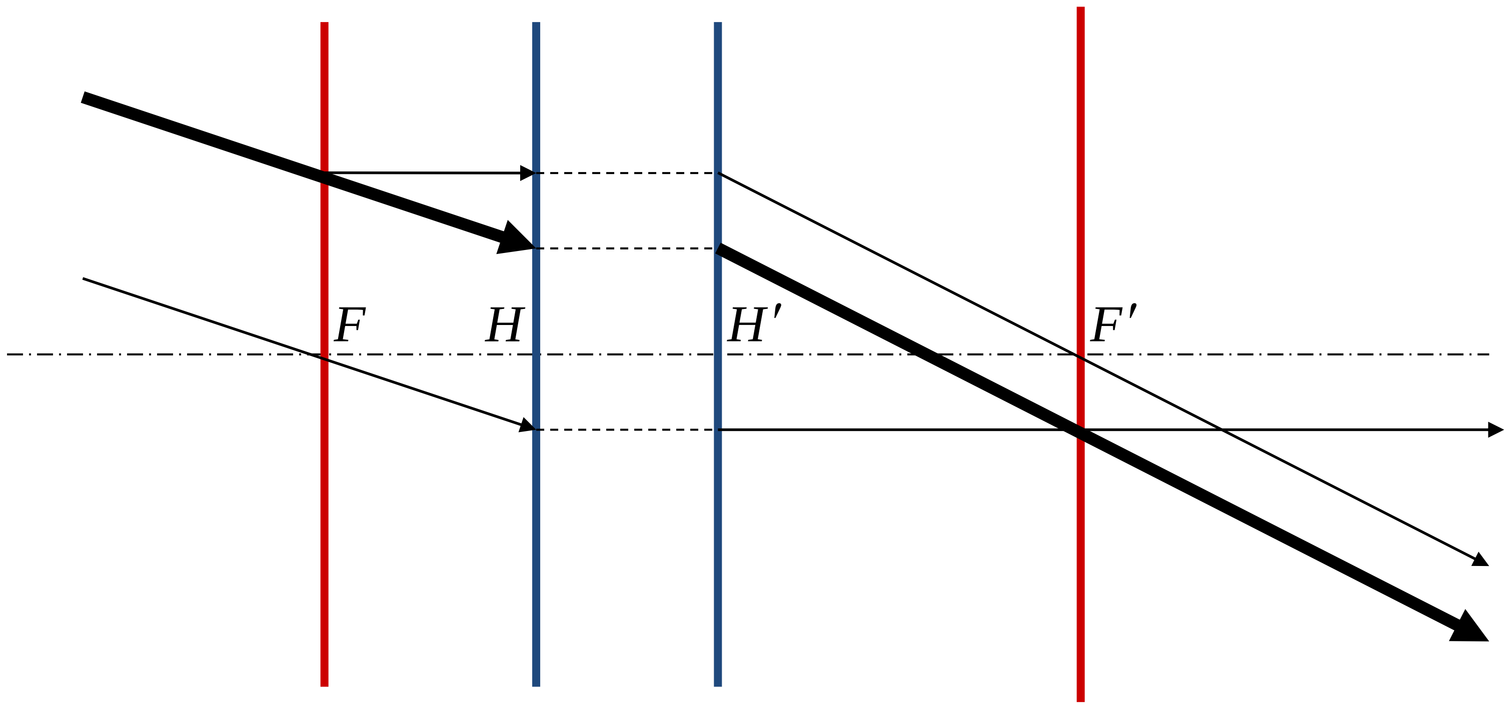


7.3 物像关系

理想光具组物像关系的处理方法

（1）作图法

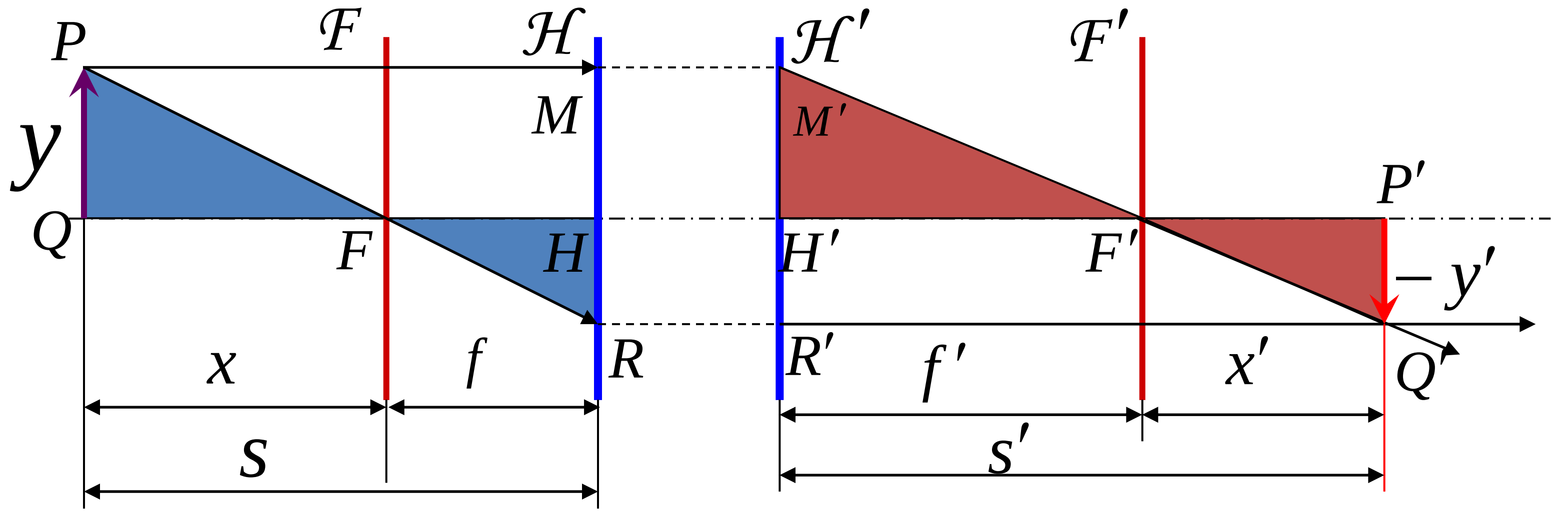
对于任意光线，都可以得到其共轭光线



7.3 物像关系

理想光具组物像关系的处理方法

（2）计算法



$$\frac{-y'}{y}=\frac{f}{x}=\frac{f}{s-f}$$

$$\frac{-y'}{y}=\frac{x'}{f'}=\frac{s'-f'}{f'}$$

Gauss公式
距离从主平面算起

Newton公式
距离从焦平面算起

$$\frac{f}{s-f}=\frac{s'-f'}{f'}\Rightarrow\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$$

Gauss物像公式

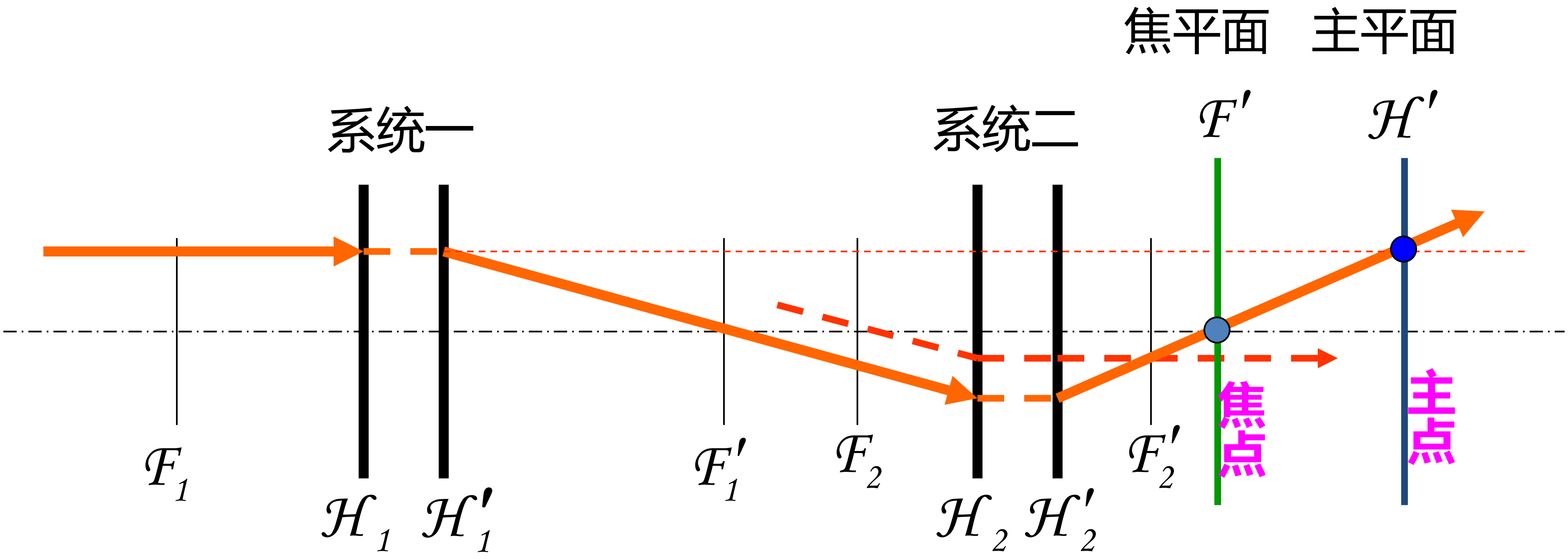
$$\frac{f}{x}=\frac{x'}{f'}\Rightarrow xx'=ff'$$

Newton物像公式

7.4 理想光具组的联合

已知每个子系统的基点和基平面，求整个系统的基点和基平面

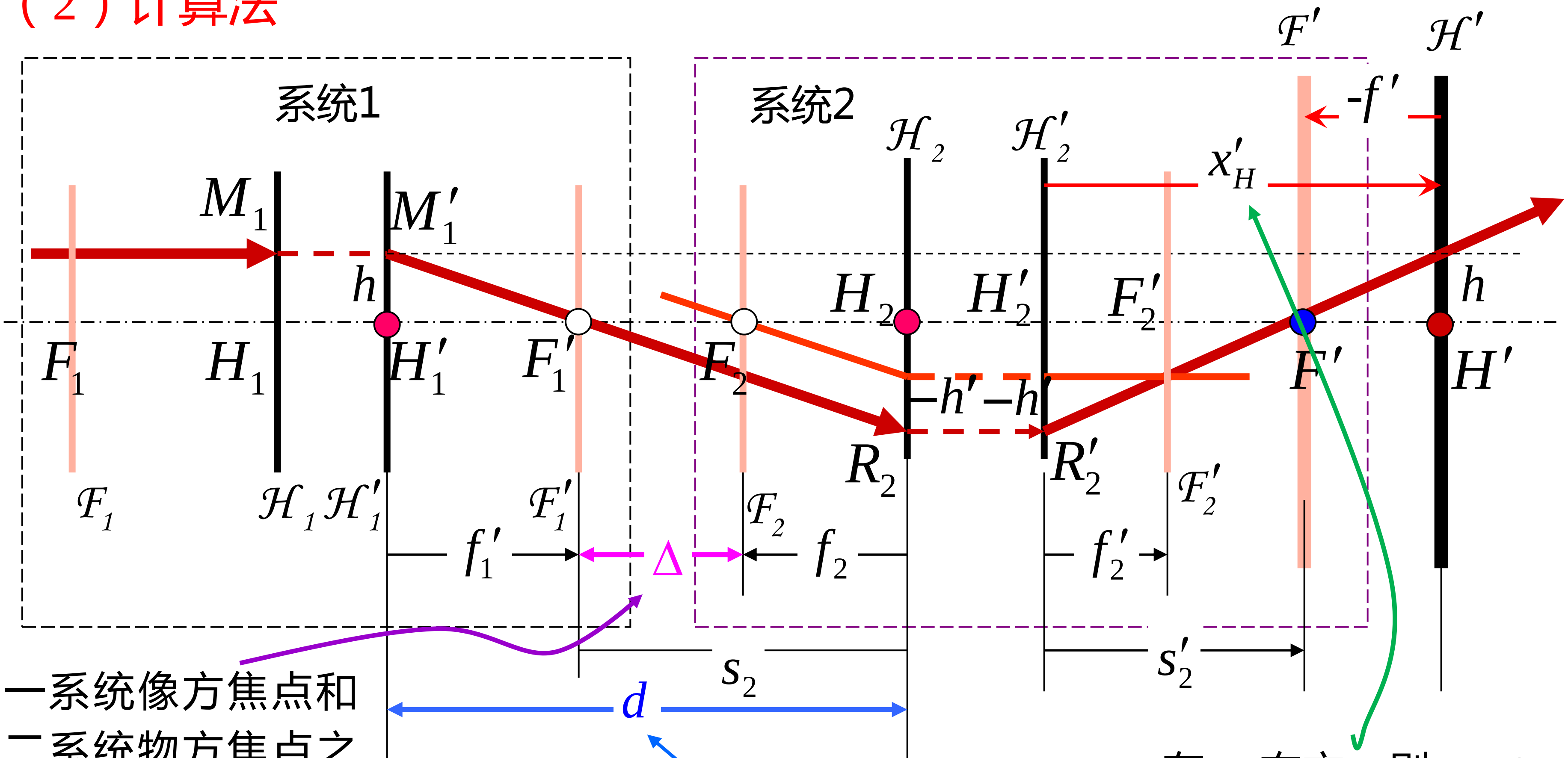
（1）作图法：逐次成像



7.4 理想光具组的联合

已知每个子系统的基点和基平面，求整个系统的基点和基平面

（2）计算法



第一系统像方焦点和第二系统物方焦点之间的距离：F_2在F_1' 左侧，则$\Delta<0$，反之则$\Delta>0$。

第一系统像方主平面和第二系统物方主平面之间的距离：H_2在H_1'左侧，则$d<0$，反之则 $d>0$。

H'在H_2'右方，则$X_H'>0$，反之$X_H'<0$

H在H_1左方，则$X_H>0$，反之$X_H<0$

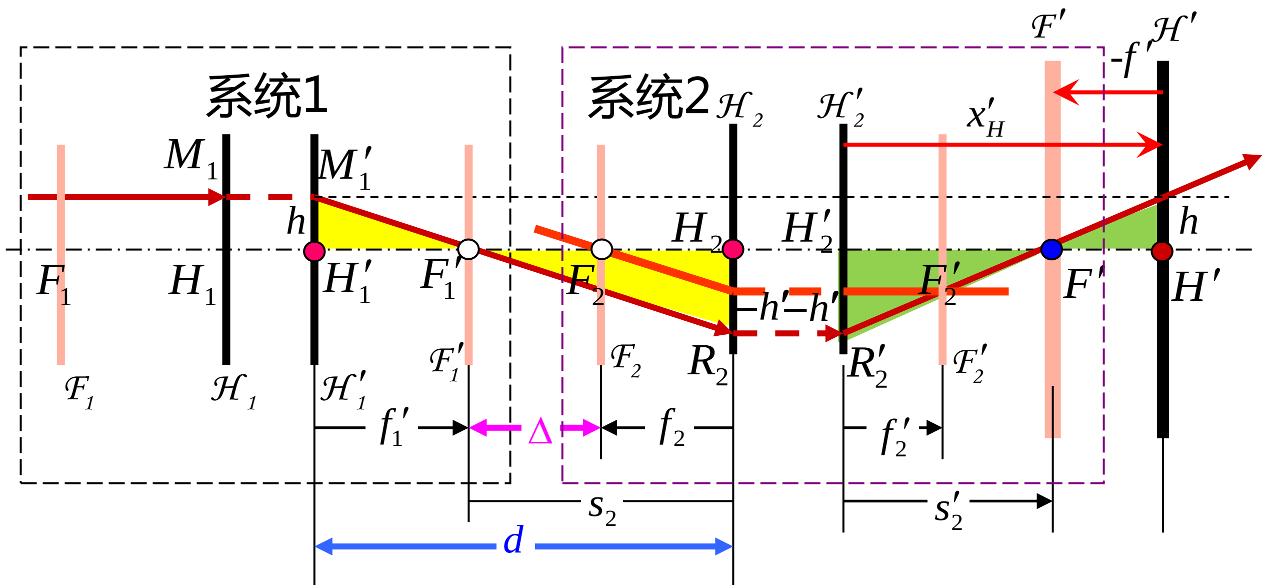
7.4 理想光具组的联合

已知每个子系统的基点和基平面，求整个系统的基点和基平面

（2）计算法

$$\frac{f_2'}{s_2'}+\frac{f_2}{s_2}=1$$

$$s_2'=\frac{f_2's_2}{s_2-f_2}=\frac{f_2's_2}{\Delta}$$



在两对对顶的直角三角形中，有以下比例关系

$$\frac{h}{-h'}=\frac{f_1'}{s_2}\qquad \frac{h}{-h'}=\frac{-f'}{s_2'}\quad\Rightarrow\quad \frac{f_1'}{s_2}=\frac{-f'}{s_2'}\quad\Rightarrow\quad s_2'=-\frac{s_2f'}{f_1'}$$

$$\Rightarrow\quad -\frac{s_2f'}{f_1'}=\frac{f_2's_2}{\Delta}\quad\Rightarrow\quad f'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta}$$

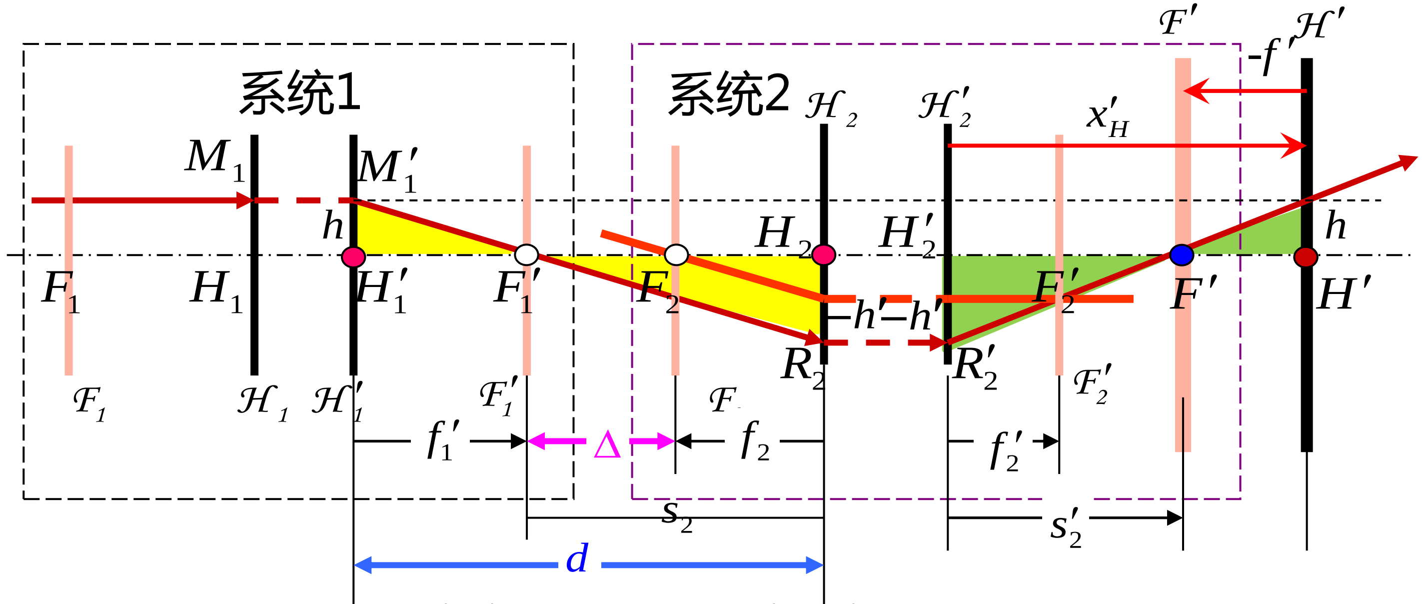
7.4 理想光具组的联合

已知每个子系统的基点和基平面，求整个系统的基点和基平面

（2）计算法

$$s_2' = -\frac{s_2 f'}{f_1'}$$

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$



$$s_2' = -\frac{s_2}{f_1'} f' = -\left(\frac{\Delta + f_2}{f_1'}\right)\left(-\frac{f_1' f_2'}{\Delta}\right) = \frac{(\Delta + f_2') f_2'}{\Delta}$$

$$x_H' = s_2' - f' = \frac{(\Delta + f_2) f_2'}{\Delta} + \frac{f_1' f_2'}{\Delta} = \frac{(f_1' + \Delta + f_2) f_2'}{\Delta} = \frac{d f_2'}{\Delta}$$

$$\begin{cases} f' = -\dfrac{f_1' f_2'}{\Delta} \\ x_H' = \dfrac{d f_2'}{\Delta} \end{cases}$$

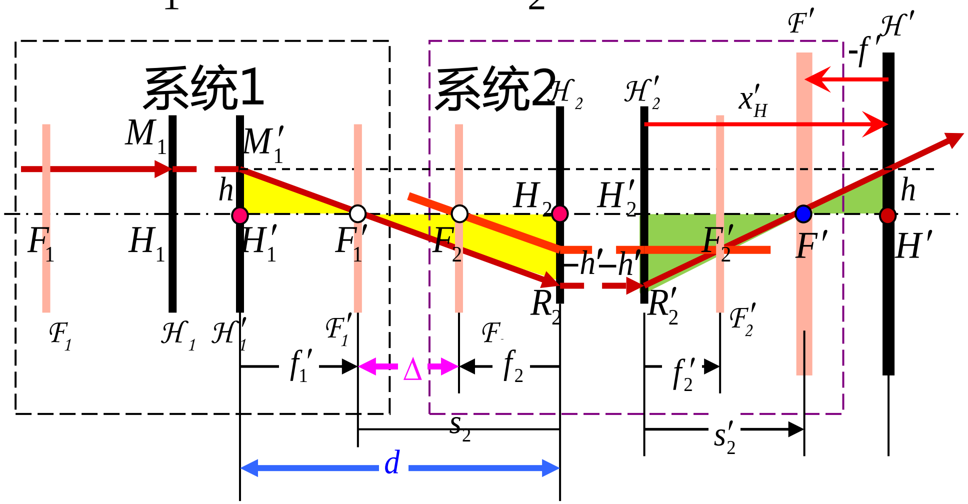
整个理想共轴光具组的像方基点位置

7.4 理想光具组的联合

物像关系的讨论

由光线的可逆性，以及物方、像方的可对易性，可以得到关于物方的焦平面和主平面的参数

F_1'与F'共轭，F_2与F共轭

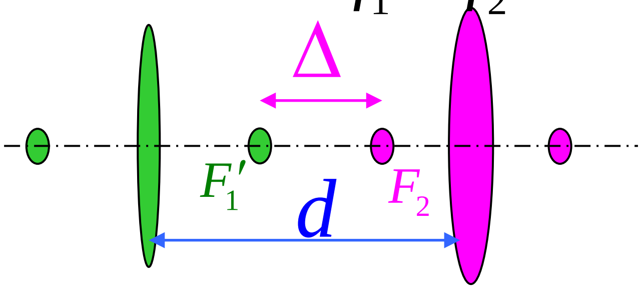


$$f_1' \Leftrightarrow f_2 \qquad f_2' \Leftrightarrow f_1 \qquad x_H = \frac{df_1}{\Delta}$$

$$f' \Leftrightarrow f \qquad x_H' \Leftrightarrow x_H \qquad f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

即可以由两个已知的系统得到它们合成后系统的光学参数

$$d = \Delta + f_1' + f_2$$



$$x_H = \frac{df_1}{\Delta} \qquad f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

$$x_H' = \frac{df_2'}{\Delta} \qquad f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$

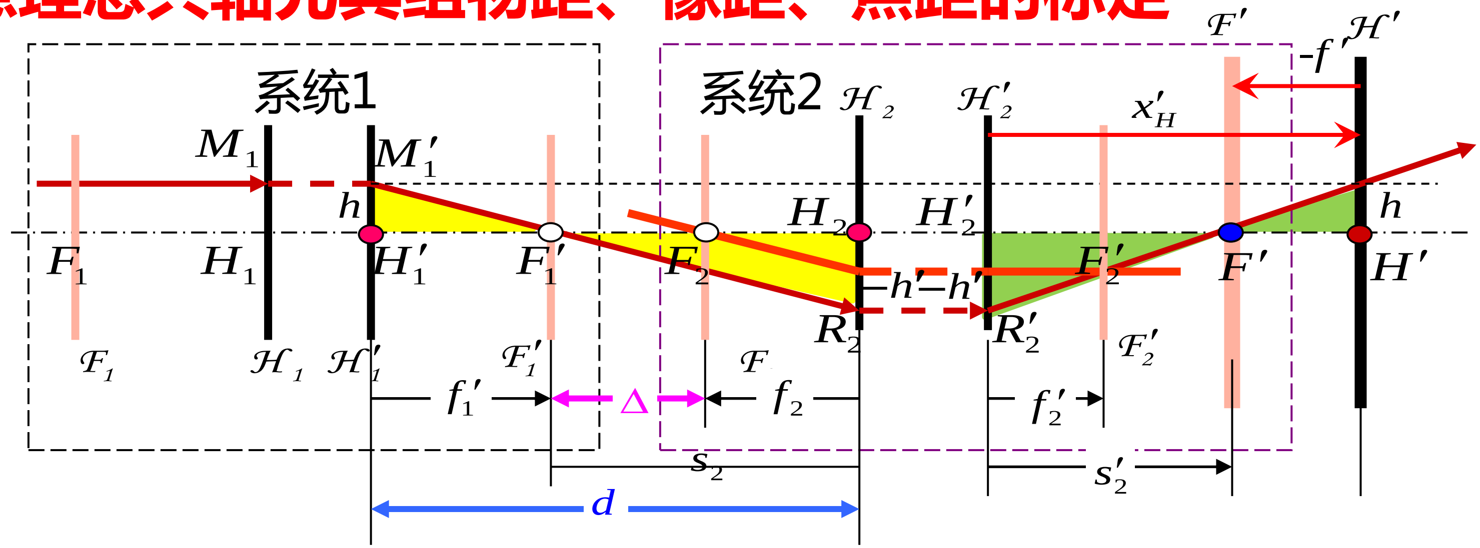
$\Delta > 0$为发散系统；
$\Delta < 0$为会聚系统；
$\Delta = 0$为无焦系统.

Δ：第一子系统像方焦点到第二子系统物方焦点间距，**光学间隔。**

d： 第一子系统像方主点到第二子系统物方主点间距，**系统间隔。**

7.2 共轴理想光具组的基点和基面

任意理想共轴光具组物距、像距、焦距的标定



复合光具组仍然是一个理想光具组，其横向放大率仍为

$$V = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

其中 f 和 f' 是复合光具组的焦距，

x（x'）是物点Q（像点Q'）到复合光具组物方焦点 F（F'）的距离。

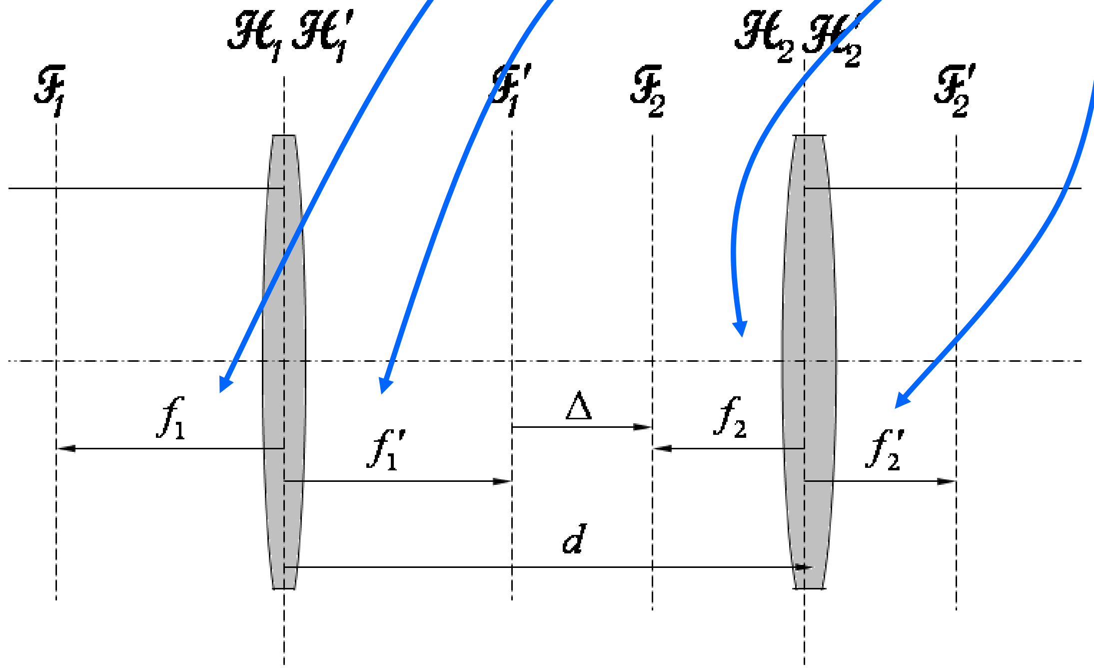
设物到第一光具组的距离为x_1，则 $x = x_1 - x_F = x_1 - x_H + f = x_1 - \dfrac{f_1 f_1'}{\Delta}$

$$V = -\frac{f}{x} = \frac{f_1 f_2}{f_1 f_1' - x_1\Delta}$$

两个光具组组成的复合光具组，横向放大率可以由物点对应第一光具组的物焦距 x_1 求得。

7.5 透镜组的基点和基平面

$$f_1' = f_1,\ f_2' = f_2$$

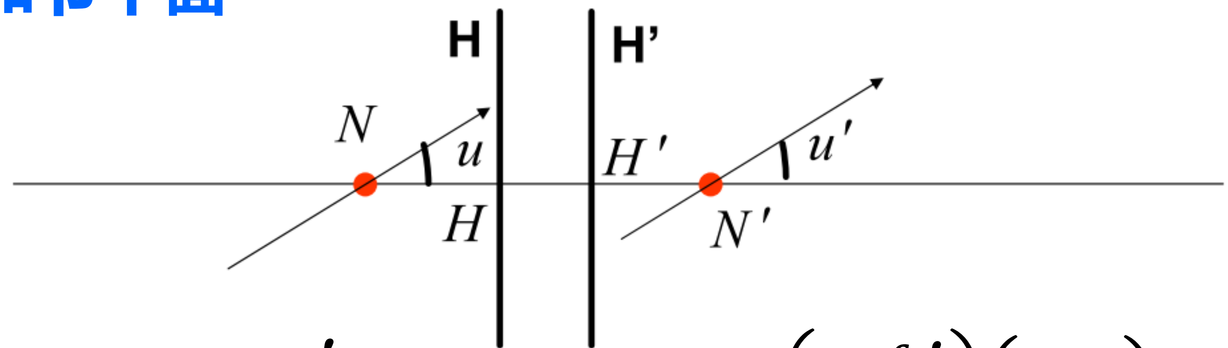


$$x_H = \frac{df_1}{\Delta} = \frac{df_1}{d - f_1 - f_2} \qquad f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta} = -\frac{f_1 f_2}{d - f_1 - f_2}$$

$$x_H' = \frac{df_2}{d - f_1 - f_2} \qquad \Phi = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2$$

7.5 透镜组的基点和基平面

节点和节平面



角放大率 $W=\frac{tgu'}{tgu}=-\frac{s}{s'}$ $VW=\left(-\frac{fs'}{f's}\right)\left(-\frac{s}{s'}\right)=\frac{f}{f'}$

亥姆霍兹不变量 $yntgu=y'n'tgu'$（利用了折射球面傍轴公式 $\frac{f}{f'}=\frac{n}{n'}$）

节点(nodal point)：轴上角放大率等于1的共轭点。属于物方的叫做物方节点，记作N，属于像方的叫做像方节点，记作N′ 。

节点的物理意义是 ，即通过节点的共轭光线方向不变。当物、像方折射率相等时，V=1的地方，W=1，节点和主点重合。仅当折射率不等时，主点、节点才不重合。

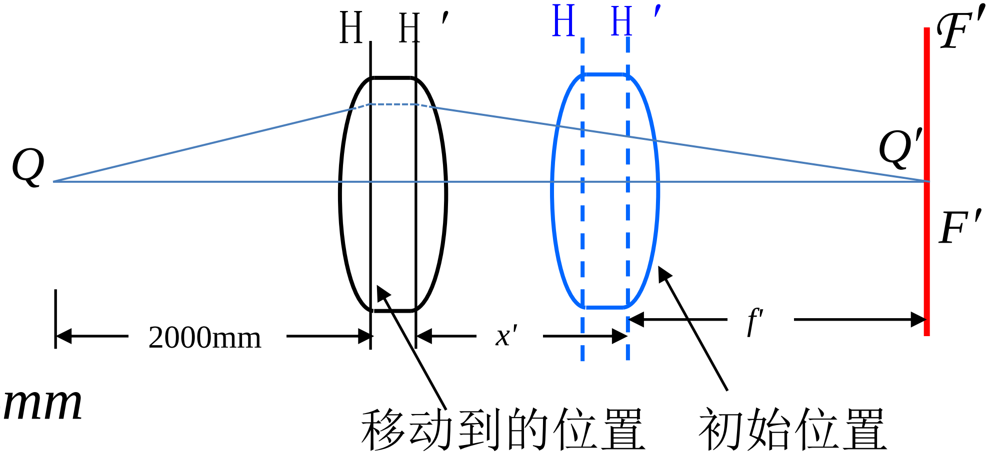
7.6 例题

1. 拍摄者已经使用一个焦距为100mm的照相机镜头对远处的景物调好了焦面，现在需要对镜头前2m处的人拍照，问在焦面不改变的条件下，镜头应当移动多少？

解答：

远处的景物可认为是无穷远处的物，因此成像于焦平面。对于镜头来说，不能简单的按照薄透镜处理，但是按照共轴球面光具组的原理，高斯公式同样适用，只是其标定的原点由光心变为了主点。假设对镜头前2m的人拍照时，镜头需向物方移动 x' 才能在原焦面上成像。由高斯公式可以得到

$$\frac{1}{f'+x'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$



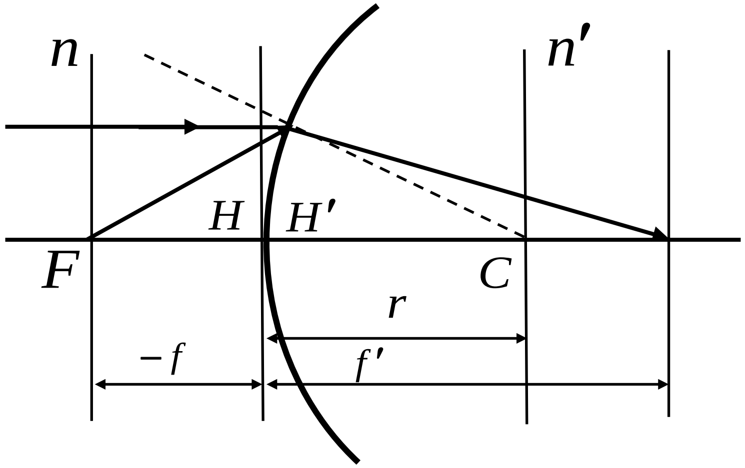
整理得到

$$x'=\frac{-f'^2}{f'-s}=\frac{-100^2}{100-2000}=5.26mm$$

7.6 例题

2. 求单个折射球面的主点和主平面？

近轴区域内，单个折射球面可认为完善成像，可以看做理想光具组，因此具有基点和基面。



对主平面而言，横向放大率为+1，因此有

$$V=-\frac{nx'_H}{n'x_H}=1$$ 即 $$nx'_H=-n'x_H$$ 将其带入单个球面折射公式得到

$$\frac{n'}{x'_H}+\frac{n}{x_H}=\frac{n'-n}{r}\Rightarrow n'x_H+nx'_H=\frac{n'-n}{r}x_Hx'_H=0$$ 由于 $$\frac{n'-n}{r}\neq 0$$

因此，只有在 $x_H=x'_H=0$ 时，才能成立。

即物方主点和像方主点与球面顶点重合。

关于光具组基点的进一步讨论

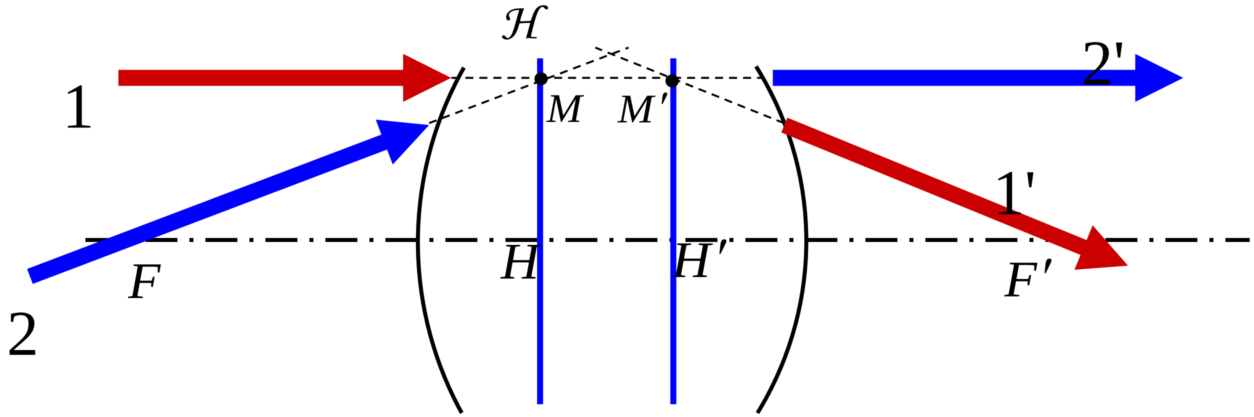
1. 系统基点的作用

当把共轴系统作为一个整体看待，而不去逐一研究每一个面的成像时，可以用系统的基点来表征系统的物像关系，不论共轴球面系统的具体结构如何，都可以使用高斯公式和牛顿公式计算共轭点的位置和成像放大率。

2. 主平面的等效作用

以系统从物方主焦点F处发出的光线产生的偏折为例，多次折射的最终效果等效于物方主平面对同一光线所产生的一次偏折。或者说，用主平面的一次偏折代替了系统的多个实际反射和折射过程。

关于光具组基点的进一步讨论



3. 光具组与薄透镜主平面的区别

光具组与薄透镜的最核心区别，就在于薄透镜的物方和像方主点重合，因此只需考虑在一个界面上的折射。而光具组的一般情况下物方和像方的主点不重合，因此考察入射光线和出射光线时，应分别基于物方和像方的主点和主平面进行。

值得注意的是，F和F'不是共轭点。

作业

老版本：P82-2，P84-12

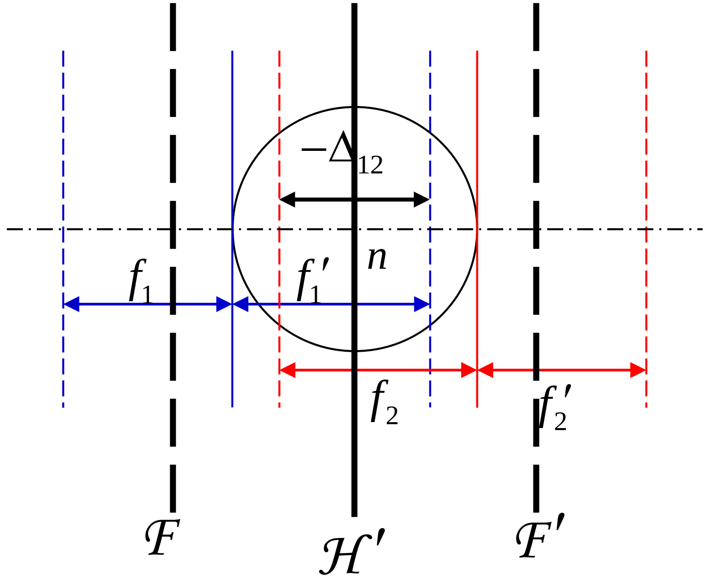
重排版：P59-2，P60-12

本节重点

1. 理想光具组基点和基平面的概念。
2. 基点和基平面的作图和计算方法。

7.6 例题

例2：一均匀玻璃球，确定其基点



$$f_1=\frac{r}{n-1}\quad f_1'=\frac{nr}{n-1}\qquad f_2=\frac{nr}{n-1}\quad f_2'=\frac{r}{n-1}$$

$$\Delta_{12}=d-f_2-f_1'=2r-\frac{2nr}{n-1}=\frac{-2r}{n-1}$$

$$X_H'=\frac{\Delta_{12}+f_1'+f_2}{\Delta_{12}}f_2'=\frac{\dfrac{-2r}{n-1}+\dfrac{2nr}{n-1}}{\dfrac{-2r}{n-1}}\frac{r}{n-1}=-r=X_H$$

$$f_{12}'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta_{12}}=-\frac{\dfrac{nr^2}{(n-1)^2}}{-\dfrac{2r}{n-1}}=\frac{nr}{2(n-1)}=f_{12}$$