第三章 光的干涉

第五节 多光束干涉和法布里-珀罗干涉仪

5. 多光束干涉和法布里−布罗干涉仪

5.1 多光束干涉的强度分布公式

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

5.1 多光束干涉的强度分布公式

光线经过薄膜的多光束反射光和透射光的振幅描述

振幅反射比：r_1、r_2'（上下外表面）； r_1'、r_2（上下内表面）

振幅透射比：t_1、t_2'（上下表面自外向内）； t_1'、t_2（上下表面自内向外）

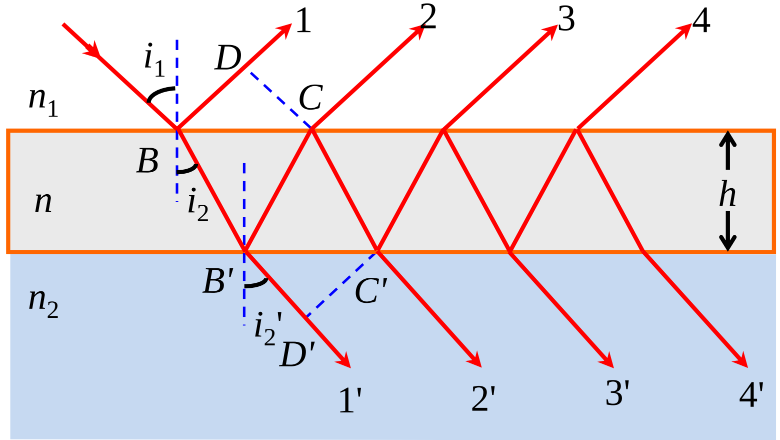
入射光振幅：A

h： 膜厚

n： 薄膜折射率

n_1：上层介质折射率

n_2：下层介质折射率



光波经薄膜层的反射和透射

反射光振幅：r_1A，$r_2t_1t_1'A$，$r_2^2r_1't_1t_1'A$，$r_2^3r_1'^2t_1t_1'A$， $\cdots$

透射光振幅：t_1t_2A，$r_2r_1't_1t_2A$，$r_2^2r_1'^2t_1t_2A$，$r_2^3r_1'^3t_1t_2A$， $\cdots$

若$n_1=n_2$，则：$r_1=r_2'=r$，$r_2=r_1'=r'$，$t_1=t_2'=t$，$t_2=t_1'=t'$，$i_1=i_2'=i$。

由斯托克斯倒逆关系（$r = -r'$，$r^2+tt'=1$），在不考虑复振幅相位的条件下，可得

$|r| = |r'|$

反射光振幅：rA，$r(1-r^2)A$，$r^3(1-r^2)A$，$r^5(1-r^2)A$， $\cdots$

透射光振幅：$(1-r^2)A$，$r^2(1-r^2)A$，$r^4(1-r^2)A$，$r^6(1-r^2)A$， $\cdots$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

多光束的反射光和透射光的振幅描述

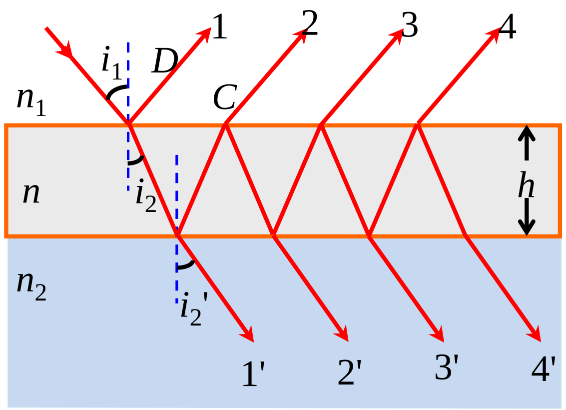
反射光振幅：$A_1=rA$，$A_2=r(1-r^2)A$，$A_3=r^3(1-r^2)A$，$A_4=r^5(1-r^2)A$，…

除第一束光之外，反射光振幅的通式 $A_j=r^{(2j-3)}(1-r^2)A,\ j=2,3,4\ldots$

透射光振幅：$A'_1=(1-r^2)A$，$A'_2=r^2(1-r^2)A$，$A'_3=r^4(1-r^2)A$，$A'_4=r^6(1-r^2)A$，…

通式 $A_j=r^{(2j-2)}(1-r^2)A,\ j=1,2,3,4\ldots$

若 r 较大（如接近0.5或以上），则相邻反射或透射光束振幅相差不大，第三束以后的光束对叠加的贡献不可忽略，变为不等强度的多光束干涉。



一般讨论$n_1=n_2=1<n$的情况

（1）相邻两列波的几何光程差

$$\Delta L = 2nh\cos i_2$$

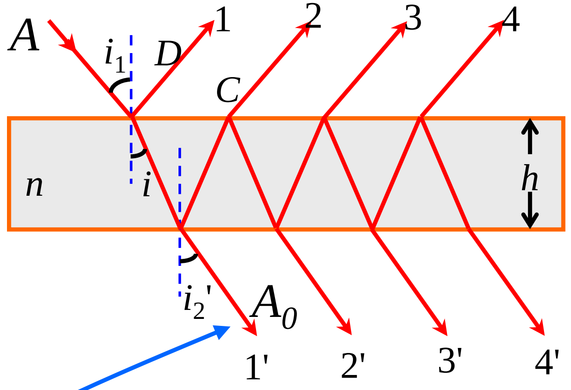
$$\Delta\varphi = k\Delta L$$

（2）相邻两列波的附加光程差

除反射光线1和2之外，其他相邻光线都没有因半波损引起的附加相位差。

5.1 多光束干涉的强度分布公式

多光束的复振幅描述



反射波

$A_j=r^{(2j-3)}(1-r^2)A$, j=2,3,4…

$$\tilde{U}_1=Are^{i(\varphi_0+\pi)}$$

$$\tilde{U}_j=Ar^{2j-3}(1-r^2)e^{i[\varphi_0+(j-1)\Delta\varphi]},\ j=2,3,\ldots$$

透射波

$A_j=r^{(2j-2)}(1-r^2)A$, j=1,2,3,4…

若定义 $A_0=A(1-r^2)$

则 $\tilde{U}_j'=A_0r^{2j-2}e^{i[\varphi_0'+(j-1)\Delta\varphi]}$

其中 $\Delta\varphi=k\Delta L=k2nh\cos i_2=\dfrac{4\pi nh\cos i_2}{\lambda}$

对$\Delta\varphi$的主要影响因素：倾角 i 和波长λ。

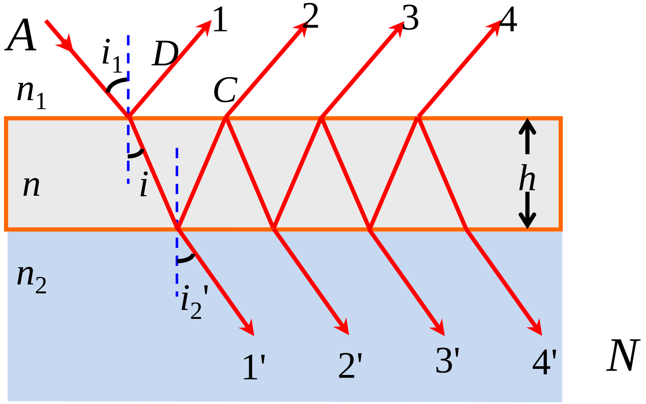
反射波和透射波的互补关系

在n_1=n_2的情况下，薄膜反射和透射光的横截面都与入射光相同，因此由光功率（能流）守恒，得到光强（能流密度）守恒，即：$I_R+I_T=I_0$

其中I_0=A^2。我们只需在透射或反射光中，选取容易计算的一项，则另一项与之互补。从形式来看，显然透射光更容易计算。

5.1 多光束干涉的强度分布公式

透射光多光束合振动的计算



$n_1=n_2<n$

若定义 $R=r^2=r'^2$ (光强反射率)

则透射光的复振幅为 $\tilde{U}'_j = A_0 r^{2j-2} e^{i[\varphi'_0+(j-1)\Delta\varphi]}$

可写为 $\tilde{U}'_j = A_0 R^{j-1} \mathrm{e}^{i[\varphi'_0+(j-1)\Delta\varphi]},\ j=1,2....$

透射光波的合振动为

$$\tilde{U}_T = \sum_{j=1}^{N} A_0 R^{j-1} \mathrm{e}^{i[\varphi'_0+(j-1)\Delta\varphi]} = A_0 \mathrm{e}^{i\varphi'_0} \sum_{j=0}^{N-1} R^j \mathrm{e}^{i(j\Delta\varphi)}$$

$$= A_0 \mathrm{e}^{i\varphi'_0} \frac{1-R^N \mathrm{e}^{iN\Delta\varphi}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}$$

当$N\to\infty$时，可以得到透射波的复振幅为

$$\tilde{U}_T = \frac{A_0 \mathrm{e}^{i\varphi'_0}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}} = \frac{A(1-r^2)\mathrm{e}^{i\varphi'_0}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}} = \frac{A(1-R)\mathrm{e}^{i\varphi'_0}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}$$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

透射光波的光强

透射光的光强为 $$I_T=\tilde{U}_T\tilde{U}_T^*=\frac{A(1-R)\mathrm{e}^{i\varphi_0'}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}\cdot\frac{A(1-R)\mathrm{e}^{-i\varphi_0'}}{1-R\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi}}$$

$$=\frac{A^2(1-R)^2}{(1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi})(1-R\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi})}$$

$$(1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi})(1-R\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi})=1-R(\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}+\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi})+R^2=1-2R\cos(\Delta\varphi)+R^2$$

$$=(1-R)^2+2R-2R\cos\Delta\varphi=(1-R)^2+2R\left(1-1+2\sin^2\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

$$=(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$I_T=\frac{A^2(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\Delta\varphi}{2}}=\frac{I_0}{1+\frac{4R\sin^2\frac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2}}$$

入射光强 $I_0=A^2$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

反射光波的光强

(1) 由 $I_R + I_T = I_0$ 得到反射光波的光强为

$$I_R = I_0 - I_T = I_0 - \frac{I_0}{1+\dfrac{4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2}} = \frac{I_0}{1+\dfrac{(1-R)^2}{4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}}}$$

(2) 通过直接求得反射波的合振动来求反射光波的光强

$$\tilde{U}_R = AR^{1/2}\mathrm{e}^{i(\varphi_0+\pi)} + \sum_{j=2}^{N} AR^{j-\frac{3}{2}}(1-R)\mathrm{e}^{i[\varphi_0+(j-1)\Delta\varphi]}$$

$$= -AR^{1/2}\mathrm{e}^{i\varphi_0} + AR^{-1/2}(1-R)\mathrm{e}^{i\varphi_0}\sum_{j=2}^{N} R^{j-1}\mathrm{e}^{i[(j-1)\Delta\varphi]}$$

$$= -AR^{1/2}\mathrm{e}^{i\varphi_0} + AR^{-1/2}(1-R)\mathrm{e}^{i\varphi_0}\sum_{j=1}^{N-1} R^{j}\mathrm{e}^{i(j\Delta\varphi)}$$

$$= -AR^{1/2}e^{i\phi_0} + AR^{-1/2}(1-R)\mathrm{e}^{i\varphi_0}\frac{R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}[1-R^{N-1}\mathrm{e}^{(N-1)\Delta\varphi}]}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}$$

$$\overset{N\to\infty}{=} AR^{1/2}\mathrm{e}^{i\varphi_0}[-1+\frac{(1-R)\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}] = AR^{1/2}\mathrm{e}^{i\varphi_0}(\frac{-1+\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}})$$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

反射光波的光强

由反射光波的振幅 $\tilde{U}_R = AR^{1/2}\mathrm{e}^{i\varphi_0}(\dfrac{-1+\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}})$

得到反射光的光强

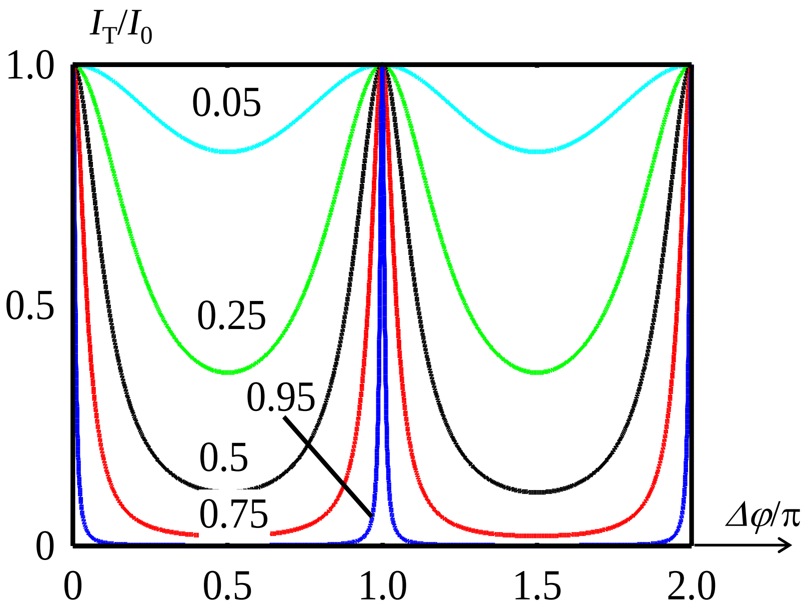
$$I_R = \tilde{U}_R \tilde{U}_R^* = A^2R(\frac{-1+\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}}{1-R\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}})(\frac{-1+\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi}}{1-R\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi}})$$

$$= A^2R\frac{1-\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}-\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi}+1}{1-R(\mathrm{e}^{i\Delta\varphi}-\mathrm{e}^{-i\Delta\varphi})+R^2} = \frac{2A^2R(1-\cos\Delta\varphi)}{1-2R\cos\Delta\varphi+R^2}$$

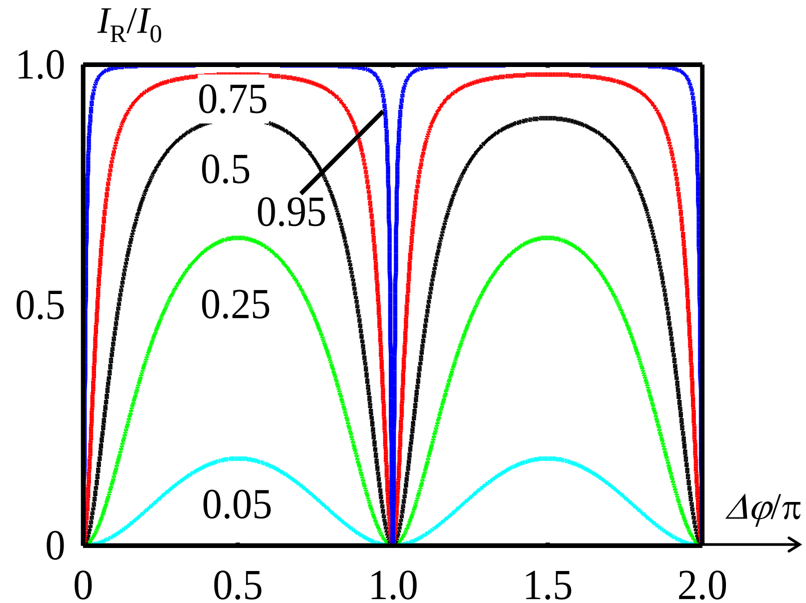
$$= I\frac{4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2+4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}} = \frac{I}{1+\dfrac{(1-R)^2}{4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}}}$$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

干涉光强随相位差和反射率的变化



透射光干涉图样的归一化强度

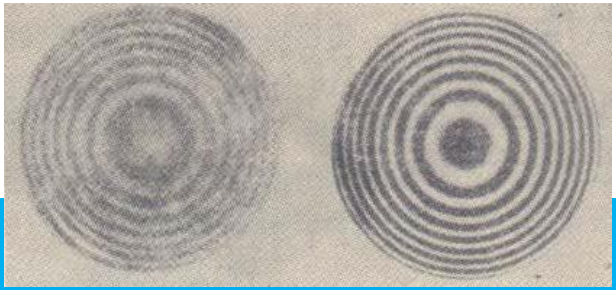


反射光干涉图样的归一化强度

说明

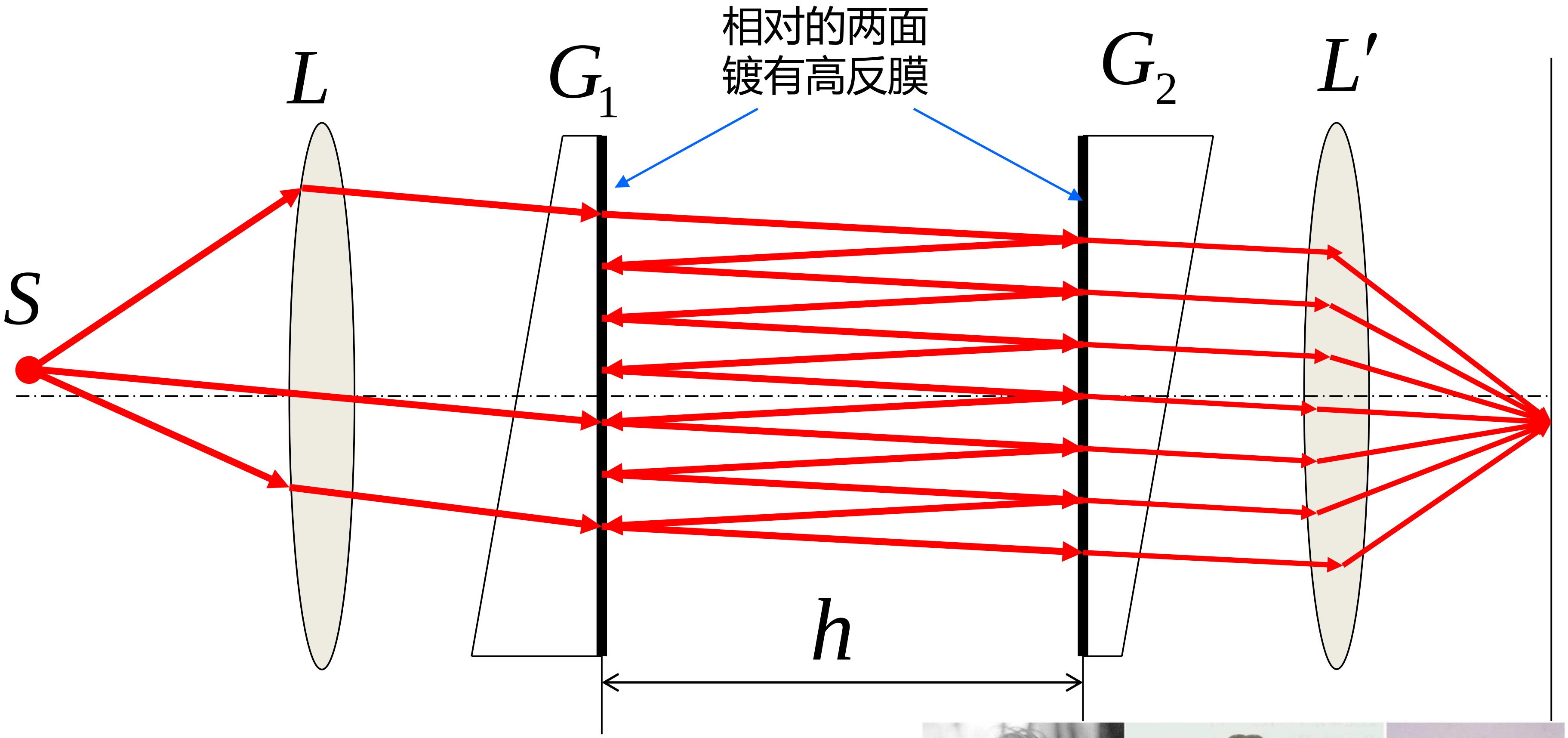
（1）I_T和I_R虽然和光强反射率$R=r^2$、以及相位差都有关系，但是极大值和极小值的位置仅由相位差$\Delta\varphi$决定。

（2）反射光和透射光在光强和干涉花样上互补。



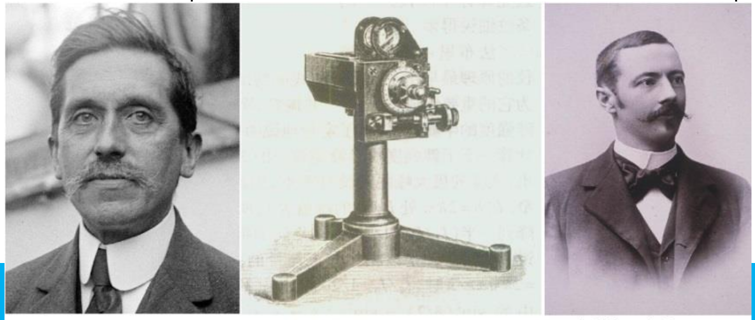
5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里—珀罗干涉装置(Fabry-Pérot interferometer)



如果h固定，称为Fabry-Perot标准具。

如果h可调，称为Fabry-Perot干涉仪。

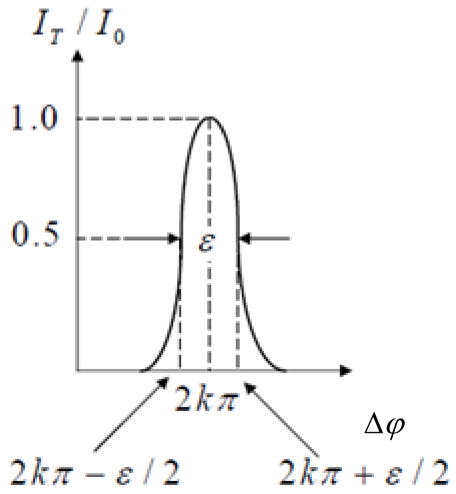


Charles Fabry　　Alfred Pèrot

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

干涉条纹的半值宽度

半值宽度：光强降为峰值一半时峰的宽度，亦称半值半宽。半值宽度对于反射光和透射光都存在。



$$I_T = \frac{I_0}{1+\dfrac{4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2}} \qquad I_R = \frac{I_0}{1+\dfrac{(1-R)^2}{4R\sin^2\dfrac{\Delta\varphi}{2}}}$$

当$\Delta\varphi$从$2k\pi$变化为$2k\pi\pm\varepsilon/2$时，光强变为极大值的一半。其中ε为条纹的半值相位宽度。

$$I_T=\frac{1}{2}I_0 \Rightarrow \frac{4R\sin^2\left(\dfrac{2k\pi+\varepsilon/2}{2}\right)}{(1-R)^2}=1 \Rightarrow \frac{4R\sin^2\dfrac{\varepsilon}{4}}{(1-R)^2} \approx \frac{4R\left(\dfrac{\varepsilon}{4}\right)^2}{(1-R)^2} = \frac{R\varepsilon^2}{4(1-R)^2}=1$$

$\varepsilon = \dfrac{2(1-R)}{\sqrt{R}}\,\mathrm{rad}$ 可以用来表示条纹的几何宽度，即角宽度。

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点（1）—条纹角分布

由 $\varepsilon = \dfrac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$ 可以看出: R 越大，ε 越小，条纹就越细锐。这一结论对于透射和反射条纹同样适用。

以单色扩展光入射，则波长λ固定，但倾角 i 发生变化。对第 j 级亮条纹有

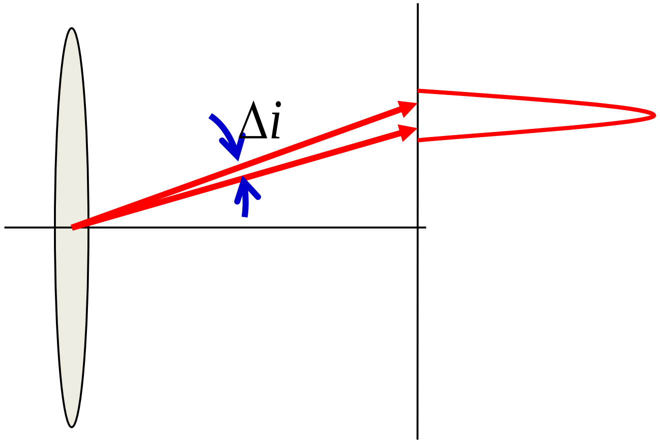
$$\Delta\varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L = \frac{4\pi nh\cos i_2}{\lambda} = 2j\pi$$

条纹的角宽度为 $\mathrm{d}(\Delta\varphi_j) = -\dfrac{4\pi nh\sin i_2}{\lambda}\mathrm{d}i_2$

令 $\mathrm{d}(\Delta\varphi_j) = \varepsilon \quad \mathrm{d}i_2 = \Delta i_2$

得到条纹的半值角宽度$\Delta i_{2,j}$（简写为Δi_2）为

$$\Delta i_2 = \frac{\lambda\varepsilon}{4\pi nh\sin i_2} = \frac{\lambda}{2\pi nh\sin i_2}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$



固定 n, h 和 λ，考察某一极强附近的半角宽度。

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点（1）—条纹角分布

与迈克尔逊干涉仪角宽度的对比

对于迈克尔逊干涉仪来说，其干涉的两列光波的光程差和相位差为：

$$\Delta L = 2h\cos i \qquad \Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} h\cos i$$

干涉的两列光波的最大振幅基本相等，即$A_1 \approx A_2$，因此

$$I \approx 2I_1 + 2I_1\cos\varphi = I_0\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

光强等于1/2对应的半值相位宽度为 $\cos^2\frac{\varepsilon}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\pi}{2}$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh\cos i_2 \quad \Rightarrow \varepsilon \approx \frac{4\pi nh\sin i_2}{\lambda}\Delta i_2$$

将 $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ 带入，得到

$$\Delta i_2 \approx \frac{\lambda}{4\pi n_2 h\sin i_2}\frac{\pi}{2} = \frac{\lambda}{2\pi n_2 h\sin i_2}\frac{\pi}{4}$$

对比F-P条纹的半角宽度 $\Delta i_2 = \frac{\lambda}{2\pi nh\sin i_2}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$

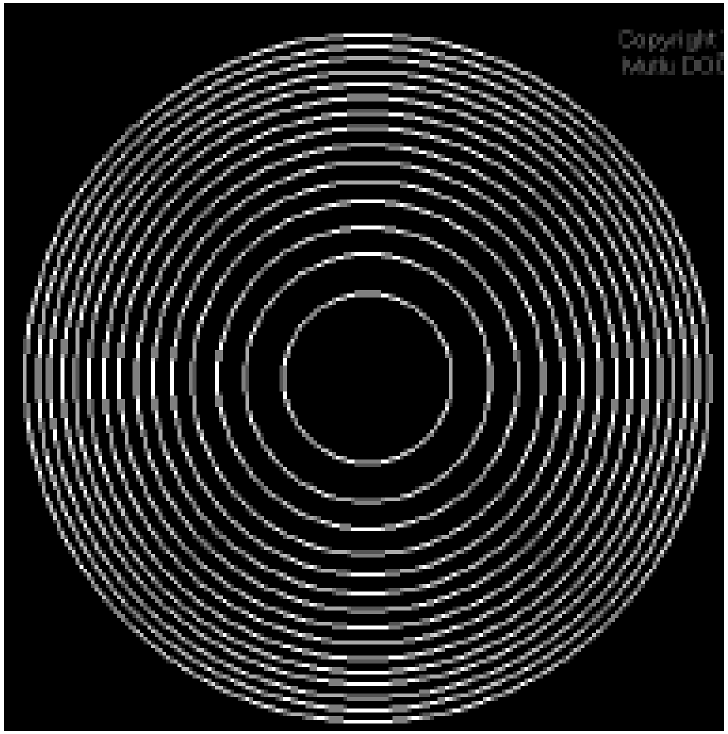
因为$R \approx 1$，故有 $\frac{1-R}{\sqrt{R}} << \frac{\pi}{4}$ 即多光束干涉条纹要更加细锐。

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点（1）—条纹角分布

与迈克尔逊干涉仪角宽度的对比

迈克尔逊干涉仪的干涉条纹



法布里-珀罗干涉条纹

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点（2）— 频率（波长）分布

当白光平行入射时，只有特定波长才可以满足位相差公式的极大值，即

$$\Delta\varphi_j = 4\pi nh\cos i_2 / \lambda = 2j\pi$$

j 级亮条纹中，极大值处的波长为 $\lambda_j = \dfrac{1}{j} 2nh\cos i_2$

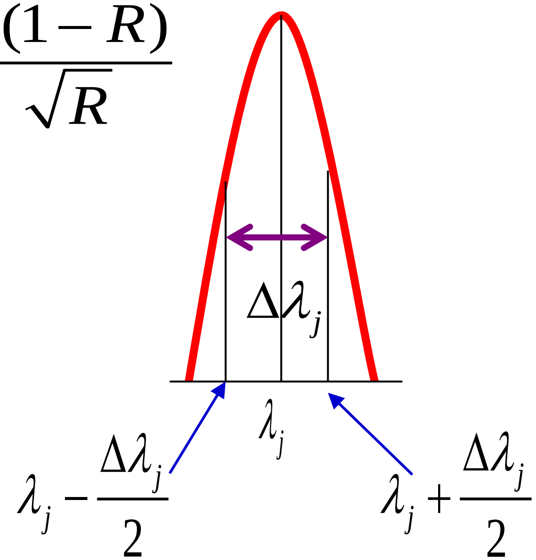
在其附近，波长改变，强度下降，到达半值宽度时，相应波长的改变量为

$$\mathrm{d}(\Delta\varphi_j) = -(4\pi nh\cos i_2 / \lambda^2{}_j)\mathrm{d}\lambda_j = \varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

令从而得到波长的半值宽度为:

$$|\Delta\lambda_j| = \frac{\lambda_j^2}{2\pi nh\cos i_2}\frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{\lambda_j}{j\pi}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

(绝对值一般略写)

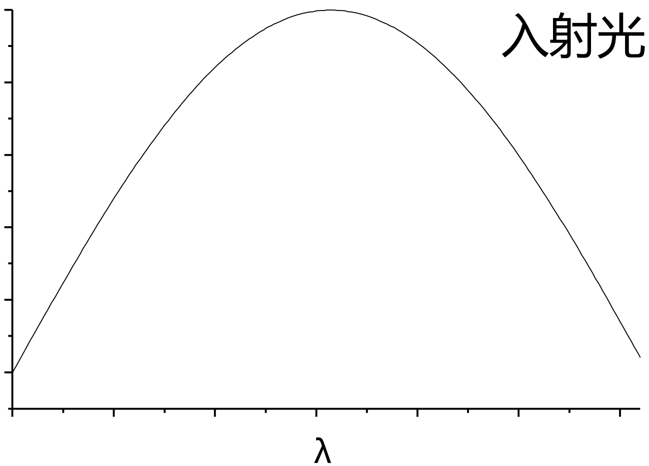


由于 $\dfrac{1-R}{\sqrt{R}} << 1$ 使得 $\Delta\lambda_j << \lambda$

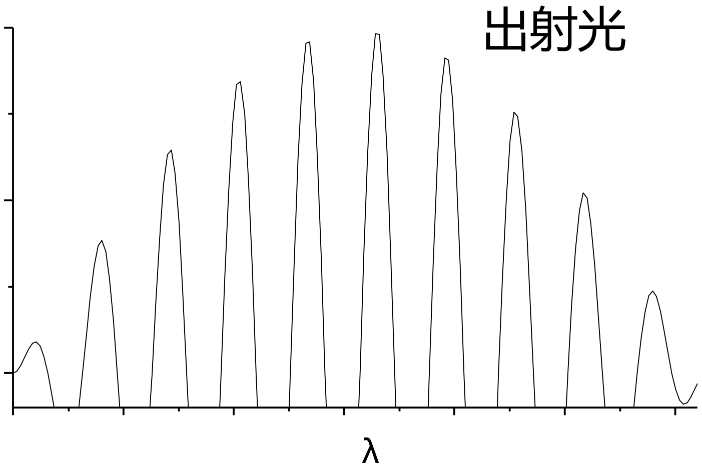
每一级出射的亮条纹都是单色性较好的光波。

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点（2）— 频率（波长）分布



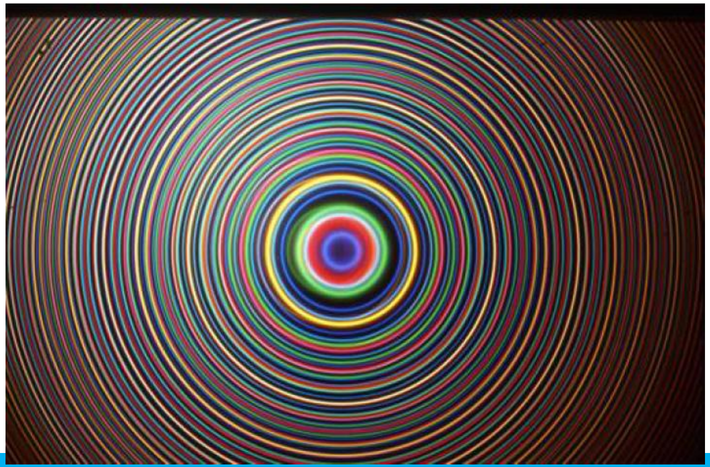
白光入射



单色光出射

用途

- 光学谐振腔：选模，保证激光器的单色性
- 光谱分析：超精细光谱结构的研究



5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

半值宽度的总结

干涉条纹的半值宽度可以用三种形式来表示，分别与干涉强度的三种显示描述函数的形式相对应，总结如下：

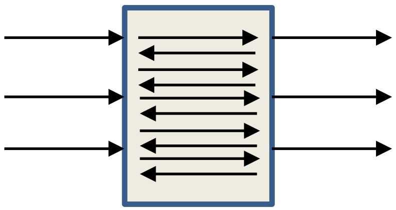
半值宽度形式	表达式	对应光强表达式的形式
半值相位宽度	$\varepsilon=\dfrac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$	$I(\Delta\varphi)$
半值角宽度	$\dfrac{\lambda}{2\pi nh\sin i_2}\dfrac{1-R}{\sqrt{R}}$	$I(\Delta\theta)$
半值波长宽度	$\dfrac{\lambda_j}{j\pi}\dfrac{1-R}{\sqrt{R}}$	$I(\Delta\lambda)$

三种表示形式均表示：

- 单界面反射率越高，R 越接近于1，则半值宽度越小；
- 腔长 h 越长，条纹越细锐，或者说谱线宽度越窄。

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

（1）用于实现激光谐振腔



F-P谐振腔

一束平行光正入射一个FP腔，连续宽光谱被改变为准分立谱

在正入射条件下，干涉极大的特定波长满足 $\lambda_j = \dfrac{2nh}{j}, j = 1,2\ldots$

若以频率ν（Hz）为横坐标，则谱峰位置为 $\nu_j = \dfrac{c}{\lambda_j} = \dfrac{cj}{2nh}, j = 1,2\ldots$

透射波长的谱线宽度满足

$$\Delta\lambda_j = \frac{\lambda_j^2}{2\pi nh}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$ 单位常用nm表示

$$\Delta\nu_j = \frac{c}{2\pi nh}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$ 单位常用MHz表示

说明:

激光器原理中，一般将透射光谱成分 ν_k 称为纵模，$\Delta\nu$ 称为纵模间隔， $\Delta\nu_j$ 称为单模线宽（频宽）。

思考:

为什么在描述激光器的光谱时，人们习惯用光频而不是波长作为横坐标?

答：相邻谱峰对应间隔为 $\Delta\nu = \nu_{j+1} - \nu_j = \dfrac{c}{2nh}$ 与级数j无关，谱峰间距相等。

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

（1）用于实现激光谐振腔

例5-1

一个腔长为10cm的FP谐振腔，腔面反射率为0.95，入射光谱中心波长λ_0为600nm，谱宽$\Delta\lambda_0$为1nm。试估算该FP腔输出的透射光谱中含有多少个纵模频率及其单模线宽。

解答： 首先计算纵模间隔$\Delta\nu=\dfrac{c}{2nh}\approx\dfrac{3\times10^{10}}{2\times10}\approx1.5\times10^{3}\,\text{MHz}$

为求得输出的纵模个数，需要先将波长λ_0，谱线宽度$\Delta\lambda_0$换算到频率坐标上的ν_0和$\Delta\nu_0$。 $\nu_0=\dfrac{c}{\lambda_0}=\dfrac{3\times10^{10}}{600\times10^{-7}}\approx5\times10^{8}\,\text{MHz}$ $\Delta\nu_0\approx\dfrac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0}\nu_0\approx\dfrac{5\times10^{8}}{600}\,\text{MHz}\approx8.3\times10^{5}\,\text{MHz}$

输出纵模个数为 $N=\dfrac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu}\approx\dfrac{8.3\times10^{5}}{1.5\times10^{3}}\approx5\times10^{2}$

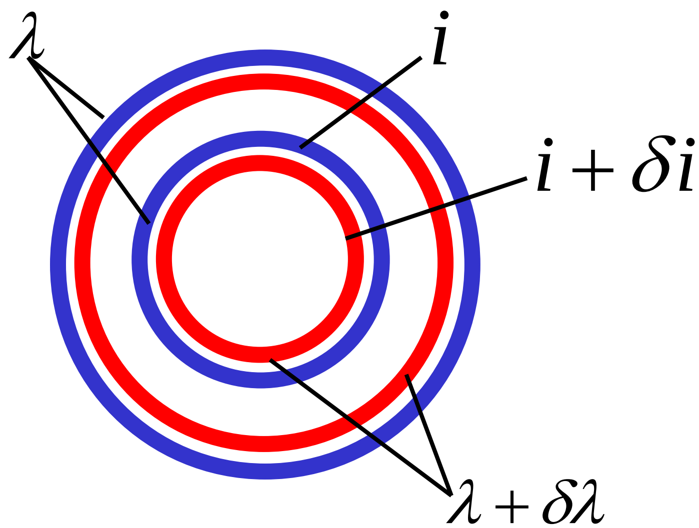
单模线宽为 $\Delta\nu=\dfrac{c}{2\pi nh}\dfrac{1-R}{\sqrt{R}}\approx\dfrac{3\times10^{10}}{2\pi\times10}\times\dfrac{1-0.95}{1}\,\text{Hz}\approx24\,\text{MHz}$

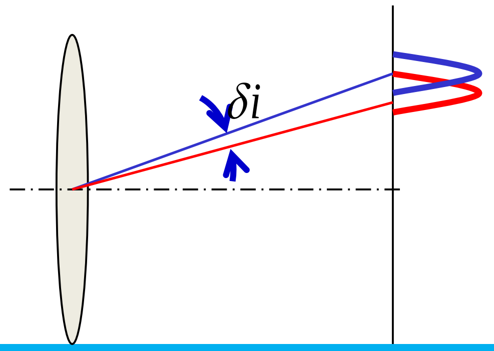
$$\Delta\lambda=\frac{\Delta\nu}{\nu}\times\lambda_0\approx\frac{24}{5\times10^{8}}\times600\,\text{nm}\approx3\times10^{-5}\,\text{nm}$$

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

（2）用于分辨超精细光谱

FP干涉仪的分辨本领





考虑双谱线入射光 $\lambda_1=\lambda$ 和 $\lambda_2=\lambda+\delta\lambda$ 形成的干涉条纹。在第 j 级亮条纹分别满足

$$\begin{cases} 2nh\cos i_j = j\lambda \\ 2nh\cos(i_j+\delta i) = j(\lambda+\delta\lambda) \end{cases}$$

由此可得

$$-2nh\sin i_j\delta i_j \approx j\delta\lambda$$

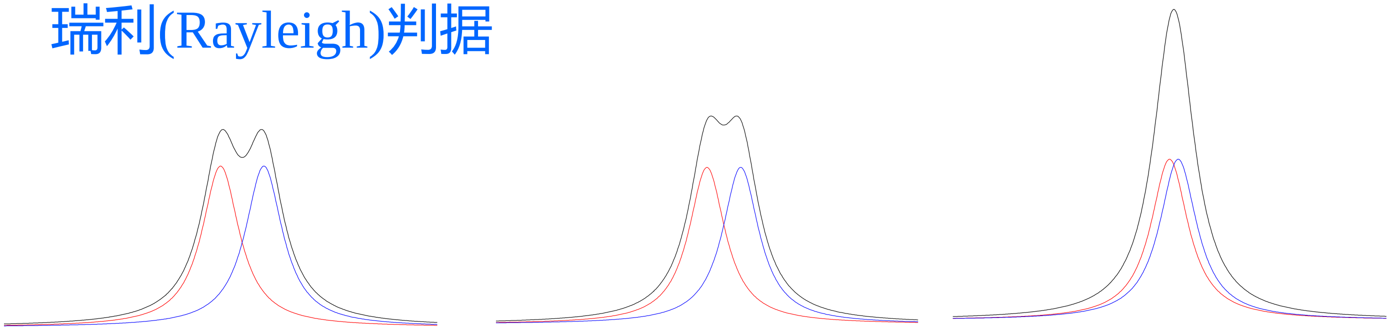
$$\Rightarrow \delta i_j = \frac{j}{2nh\sin i_j}\delta\lambda$$

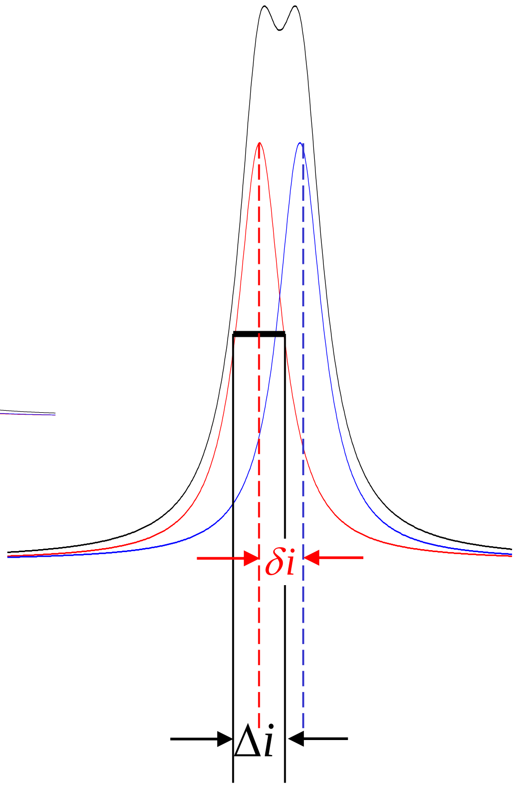
δi_j (一般也简写做 δi)被称为波长差为 $\delta\lambda$ 的 j 级亮条纹之间的角间隔。

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

（2）用于分辨超精细光谱

瑞利(Rayleigh)判据





干涉条纹相邻亮线之间的角间隔为δi_j，亮线自身的半角宽度为Δi_j。则瑞利判据可描述如下：

- $\delta i_j > \Delta i_j$，双谱线可以分辨；
- $\delta i_j < \Delta i_j$，双谱线不能分辨；
- $\delta i_j = \Delta i_j$，是可分辨的最小波长间隔。

$$\left.\begin{aligned}\Delta i_j &= \frac{\lambda}{2\pi nh\sin i_j}\frac{1-R}{\sqrt{R}}\\ \delta i_j &= \frac{j}{2nh\sin i_j}\delta\lambda\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{\pi}\frac{1-R}{\sqrt{R}} = j\delta\lambda$$

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{j\pi}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$ 可分辨的最小波长间隔

$$R_c = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\sqrt{R}}{1-R}j\pi$$ 色（波长）分辨本领

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

(2) 用于分辨超精细光谱

例5-2

一个腔长为2cm的FP仪，镀膜反射率约为0.98，试求出波长λ约为500nm附近的最小波长间隔和分辨本领。

解答:

首先应当估计干涉级数 j。不妨取倾角 i 为小角度，即在视场中心附近，此时 $\cos i \approx 1$。

$$j \approx \frac{2nh}{\lambda} \approx \frac{2\times 2cm}{500nm} \approx 8\times 10^4$$

由此可见，FP干涉仪出现的均为高级别干涉条纹，即长程差干涉。原因在于腔长在cm数量级。FP干涉仪可分辨的最小波长间隔为

$$\delta\lambda_m \approx \frac{\lambda}{\pi j}\frac{1-R}{\sqrt{R}} \approx \frac{500\text{nm}}{\pi\times 8\times 10^4}\cdot\frac{1-0.98}{1} \approx 4\times 10^{-5}nm$$

FP的分辨本领为 $R_c \approx \dfrac{\lambda}{\delta\lambda_m} \approx 10^7$

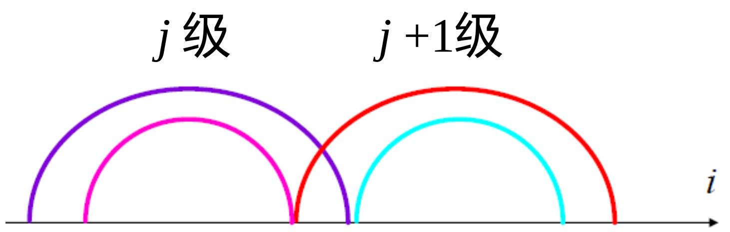
5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

FP干涉仪的自由光谱范围

自由光谱范围(free spectral range)：能测量的量程或光谱范围 λ_m~λ_M。

不同级不同波长条纹互不重叠的光谱范围称为自由光谱范围（FSR）。自由光谱范围是限制法布里—珀罗干涉仪应用范围的主要因素。

令波长上限 λ_M 的第 j 级亮环与波长下限 λ_m 的第 j+1级亮环刚好接近，即



$$j\lambda_M = (j+1)\lambda_m \Rightarrow \lambda_M - \lambda_m \approx \frac{\bar{\lambda}}{j}$$

其中 $\bar{\lambda} = \dfrac{\lambda_M + \lambda_m}{2}$

又由 $j \approx \dfrac{2nh}{\bar{\lambda}}$ 得到FP干涉仪的自由光谱范围是 $\Delta\lambda_f = \lambda_M - \lambda_m \approx \dfrac{\bar{\lambda}^2}{2nh}$

可以看出，h限制了FP干涉仪的自由光谱范围（但同时提高了分辨率）。在可见光波段，h~2cm的FP仪，自由光谱范围约为10^{-2}nm。

自由光谱范围 free spectral range (FSR)

$$FSR = \lambda_k - \lambda_{k+1}$$

$$= 2nh\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$

$$= \frac{2nh}{k(k+1)} \approx \frac{\lambda_k^2}{2nh} = \frac{\lambda_0^2}{2nh}$$

精细度 finesse

$$f = \frac{FSR}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

品质因子 Quality factor

$$Q = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

本节重点

1. FP干涉的强度分布公式（理解）
2. FP干涉和双光束薄膜干涉的对比（理解）
3. FP干涉仪的结构和实现机理（理解）
4. FP干涉仪的选模机制和线宽（计算）
5. FP干涉仪的色分辨本领和自由光谱范围（计算）

作业

P343-1,3,4

重排版：P251-1，3，4