

金融随机分析

基本概念

陈 昱

cyu@ustc.edu.cn

东区管理科研楼 1003
63602243

2019 年 10 月

课程介绍

- 授课方式: PPT
- 考评方式:

到课+作业 (20%) + 期末考试 (80%)

- 教材: 《金融随机分析 I+II》
Steven E. Shreve (陈启宏 陈迪华 译) 上海财经大学出版社
《Stochastic Calculus for Finance I+II》 Steven E. Shreve
Springer
- 参考书: 《金融观点下的随机分析的基础》 北京师范大学出版社

课程介绍

Part 1. 衍生品定价模型(无套利)

- 二叉树模型
- 连续时间模型

Part 2. 随机分析在金融领域的应用

第一章 引言

1. 金融衍生品定义
2. 金融衍生品的使用
3. 金融衍生品的类型
 - 3.1. 远期
 - 3.2. 期货
 - 3.3. 期权
4. 基于期权的策略
5. 主要问题: 定价

第一章 引言

1. 金融衍生品定义
2. 金融衍生品的使用
3. 金融衍生品的类型
 - 3.1. 远期
 - 3.2. 期货
 - 3.3. 期权
4. 基于期权的策略
5. 主要问题: 定价

1. 什么是金融衍生品？

- **金融衍生品**：金融衍生产品是指其价值依赖于**标的资产** (underlying assets) 价值变动的**合约或金融工具**。比如**远期，期权，期货**等。
- **标的资产**：又称原生资产、基础资产，指衍生品合约中约定的资产。实际信用活动中出具的能证明**债务债权关系**的合法**凭证**，比如商业票据，股票，基金等。
 - ♠ 一个资产，一揽子资产或另一个金融衍生品。
 - ♠ 标的资产的常见种类

股票(指数)	S&P 500 指数, 道琼斯工业平均指数
利率	10-年期国库券、伦敦银行同业拆借利率
外汇	美元、人民币、欧元
商品	原油、小麦、铜、黄金、天然气
其它	贷款、房地产

- **一定存在一个独立的方法来确定金融衍生品的价格!**

一个金融衍生品的例子: 合约

金融衍生品特点: **杠杆性, 高风险性, 虚拟性。**

- 假定你想今年年底买 100 克黄金 (目前价格是 350 元/克), 因此你考虑跟黄金销售商做一笔交易.
- 如果今年年底价格高于 360 元/克, 销售商给你 200 元.
- 如果今年年底价格低于 340 元/克, 你给销售商 200 元.

这个合约就是一个金融衍生品! 为什么需要金融衍生品?

- ▷ **对你来说:** 如果价格高的话, 减少你的损失.
- ▷ **对销售商来说:** 如果价格低的话, 减少销售商的损失.

一个金融衍生品的例子: 期权

- 大妈的女儿一星期后要从国外回来, 大妈想买 10 斤大虾。现在大虾 30 元一斤, 但她不确定一星期后大虾是降价还是涨价。于是大妈和小贩约定:
- 付给小贩 10 块钱.
- 一星期后如果大虾降价, 就不买了, 10 块钱也不要了.
- 如果大虾涨价, 自己仍然可以按照 30 块钱一斤购买.

此时大妈拥有了一星期后买还是不买的权利, 这就是期权。

▷ **对大妈:** Reduce the loss if the price is high

▷ **对小贩:** Reduce the loss if the price is low

期权的价值就是10元, 如何来确定期权的价格?

随机分析主要目的就是根据标的资产的价格计算衍生品价格的过程。

第一章 引言

1. 金融衍生品定义
2. 金融衍生品的使用
3. 金融衍生品的类型
 - 3.1. 远期
 - 3.2. 期货
 - 3.3. 期权
4. 基于期权的策略
5. 主要问题: 定价

2. 为什么要使用衍生品?

(1) **保值**: 利用衍生品来减少/**对冲市场风险**来确保收益.

- e.g. 某中国公司半年后会收到一笔 500 万美金的收益. 由于汇率波动, 其与某美国公司签订远期合约: 半年后以 6.8 CNY/\$ 买出这笔美元.

(2) **投机**: 对今后的市场变化**下赌注**, 来获得盈利.

- e.g. 上述例子中, 某人或某公司认为半年后美元兑人民币汇率会高于 7.2, 于是他就与此中国公司签订了远期.

(3) **套利**: 利用相互抵消的交易来锁定收益.

- e.g. 假设在纽约交易所与伦敦交易所均有同一只股票, 其在伦敦价格为 100 英镑, 在纽约为 150 美元, 而汇率为每英镑 1.530 美元. 套利者可以在纽约买入 100 份股票并同时在伦敦卖出:

$$100 \times (1.53 \times 100 - 150) = 300 \text{ 美元}.$$

- 某一套利机会不会持续太久!
- 正是**套利者的存在**使得实际中的大多数的金融市场报价中只会在**很小的套利机会**.

Perspectives on Derivatives

- **终端用户**：使用衍生品去管理风险、投机、对冲、降低成本或避免监管。
- **做市商 (Market Maker)**：是通过提供买卖报价为金融产品制造市场的证券商。不间断地主持买、卖两方面的市场，并在最佳价格时按线额规定执行指令；发布有效的买、卖两种报价；在交易完成后的90秒内报告有关交易情况，以便向公众公布。
- **市场监管**：观察衍生品市场并try to make sense of everything

类似**消费者**，**汽车零售商**和**交通部**之间的关系。

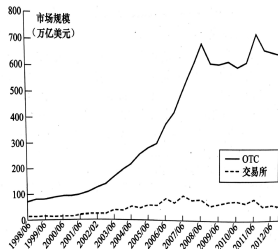
第一章 引言

1. 金融衍生品定义
2. 金融衍生品的使用
3. 金融衍生品的类型
 - 3.1. 远期
 - 3.2. 期货
 - 3.3. 期权
4. 基于期权的策略
5. 主要问题: 定价

3. 衍生品的类型

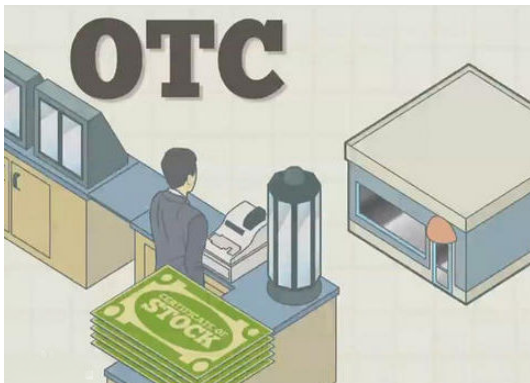
(1) 交易类型： 场外交易(OTC) 和交易所交易(ETD, 场内交易)

OTC	ETD
市场规模大	规模小
私下交易	公开交易
不透明(价格)	透明
流动性差	流动性好
信用风险大	信用风险小
费用跟手续费低	费用跟手续费高
更自由	标准化



OTC

Over-The-Counter的意思是场外交易市场，又称柜台交易市场。
OTC市场OTC (Over The Counter) 市场是世界上最古老的证券交易场所。源自于当初银行兼营股票买卖业务：因为采取在银行柜台上向客户出售股票的做法，被称柜台交易市场。又因为这种交易不在交易所里进行，也叫做场外市场或店头市场。



常见衍生品类型

(2) 产品形态分类:

- 远期 (OTC)
- 期货 (ETD)
- 期权 (OTC, ETD)
- 互换

3.1 远期 (Forwards)

远期: 是一个非标准化的合约, 合约双方约定在未来某一时刻按**约定的价格**买卖约定数量的资产.

- 场外交易, 有违约风险.
- 标的资产: 远期合约基于的资产.
- 到期日: 资产交易的时间.
- 远期价格: 在到期日交割的资产价格.

远期合约的结算

- S_t : 在时刻 $t \geq 0$ 标的资产价格
- T : 到期日
- K : 远期价格、交割价格 (striking price)
- 多头: 买入合约
- 空头: 卖出合约

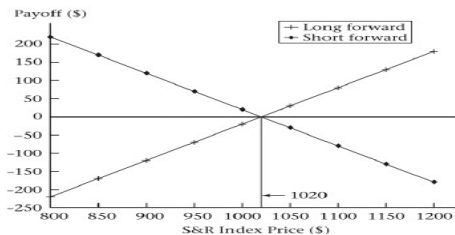
$$\text{多头方的收益} = S_T - K$$

$$\text{空头方的收益} = K - S_T$$

例子：远期

考虑一个 $T = 6$ 个月 S&R 指数远期合约，远期价格为 $K = 1020$ 。

S_T	多头收益	空头收益
900	-120	120
1020	0	0
1100	80	-80



3.2 期货 (Futures)

- **期货**: 指由**期货交易所**统一制订的、规定在将来某一特定的时间和地点交割一定数量和质量实物商品或金融商品的**标准化合约**.
 - e.g. 十一国庆, 这是个普天同庆的“大降价”日子. 大妈想抢购10个日本电饭煲, 结果店家只剩5个, 大妈就和促销员约定, 一个星期后以200元一个的价格购买5个, 这就是远期合约。如果大妈和促销员的约定发生在商场, 并且由商场的管理人员做担保, 远期合约就变成了期货合约。此时商场就相当于期货交易市场。在商场内进行的交易叫场内交易。
- **远期和期货**均是允许在未来某时刻以特定价格购入某资产。

远期和期货的区别

远期 (Forwards):

- 场外交易衍生品 (违约概率高)
- 价格不改变
- 实物交割经常发生
- 主要是对冲者使用

期货 (Futures):

- 标准场内交易
- 价格每日都在变化
- 通常不发生实物交割, 即在到期日之前会被平仓
- 主要是投机者使用

3.3 期权 (Options)

期权: 一种能在未来某特定时间以特定价格买入或卖出一定数量的某种特定商品的权利, 给予买方 (或持有者) 购买或出售标的资产 (underlying asset) 的**权利**而**不是义务**。**有执行的权利也有不执行的权利**

- **标的资产**: 期权所基于的资产
- **到期日** (expiration date): 可以行权的最后日期 (否则, 期权失效)
- **行权** (exercise): 执行期权所指定的交易
- **执行价格** (strike price): 行权时买卖资产的价格

注:

- **多头** (long): 买入期权、期货、股票等的头寸 — **做多**
- **空头** (short): 卖出期权、期货、股票等的头寸 — **做空**

期权种类

(1) 交割时间

- **欧式期权**: 指买入期权的一方必须在期权**到期日当天**才能行使的期权.
- **美式期权**: 指可以在成交后有效期内**任何一天**被执行的期权, 多为场内交易所采用.
- **百慕大期权 (Bermuda option)**: 一种可以在到期日前所规定的一系列时间行权的期权. 等..

(2) 权利(**Vanilla** Option与Exotic Option)

- **看涨期权** (Call option): 购买者拥有买入资产的权利.
- **看跌期权** (Put option): 购买者拥有卖出资产的权利.
- **奇异期权** (Exotic option): 包括复杂的金融结构的期权.

比较远期(期货)和期权

相似:

- 均是金融衍生品
- 均有执行价格与到期日

区别:

	远期	期权
支付类型	只有一种	多种多样
执行	义务	权利
价格	零	正的

看涨期权与看跌期权 (Call options & put options)

- 到期日 T
- T 时刻标的资产交割 S_T
- 执行价格 K

记 $\max(x, 0) = (x)_+$ 和 “FV” 为期权价格.

- 看涨期权:

$$\begin{aligned}\text{多头收益} &= (S_T - K)_+ \\ \text{多头净收益} &= (S_T - K)_+ - \text{FV}\end{aligned}$$

- 看跌期权:

$$\begin{aligned}\text{多头收益} &= (K - S_T)_+ \\ \text{多头净收益} &= (K - S_T)_+ - \text{FV}\end{aligned}$$

实值、平值、虚值期权 (In/at/out of the money options)

看涨期权:

- 实值看涨期权 (价内看涨; In-the-money call): $S(0) > K$
 - 平值看涨期权 (At-the-money call): $S(0) = K$
 - 虚值看涨期权 (价外看涨; Out-of-the-money call): $S(0) < K$
-

看跌期权:

- 实值看跌期权: $S(0) < K$
- 平值看跌期权: $S(0) = K$
- 虚值看跌期权: $S(0) > K$

例 1. 看涨期权

考虑一个 $T = 6$ 月期基于 S&R 指数**看涨期权**, 执行价格 $K = \$1000$. 6 个月的无风险利率是 2%. 此看涨期权价格是 \$93.81.

分别求 6 个月后指数是 **\$1100 or \$900** 情况下买入此期权的收益跟净收益.

- 如果 6 个月后指数是 \$1100

Payoff: $(1100 - 1000)_+ = 100$

Profit: $(1100 - 1000)_+ - 93.81 \times 1.02 = 100 - 95.68 = 4.32$

- 如果 6 个月后指数是 \$900

Payoff: $(900 - 1000)_+ = 0$

Profit: $(900 - 1000)_+ - 93.81 \times 1.02 = 0 - 95.68 = -95.68$

例 1. 看涨期权

考虑一个 $T = 6$ 月期基于 S&R 指数**看涨期权**, 执行价格 $K = \$1000$. 6 个月的无风险利率是 2%. 此看涨期权价格是 \$93.81.

分别求 6 个月后指数是 **\$1100 or \$900** 情况下买入此期权的收益跟净收益.

- 如果 6 个月后指数是 \$1100

Payoff: $(1100 - 1000)_+ = 100$

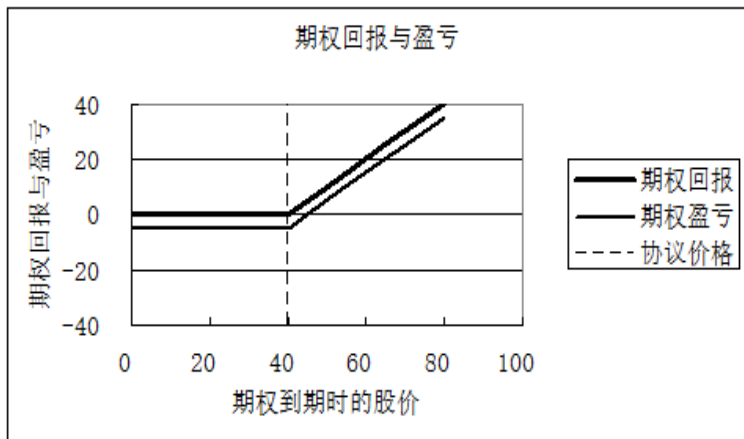
Profit: $(1100 - 1000)_+ - 93.81 \times 1.02 = 100 - 95.68 = 4.32$

- 如果 6 个月后指数是 \$900

Payoff: $(900 - 1000)_+ = 0$

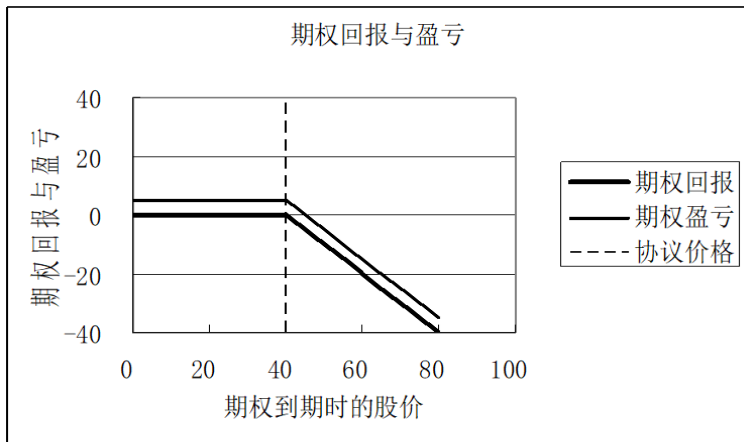
Profit: $(900 - 1000)_+ - 93.81 \times 1.02 = 0 - 95.68 = -95.68$

看涨期权图示



看涨期权多头回报与盈亏

看涨期权图示



看涨期权空头回报与盈亏

例 2. 看跌期权

考虑一个 $T = 6$ 月期基于 S&R 指数看跌期权, 执行价格 $K = \$1000$. 6 个月的无风险利率是 2%. 此看跌期权价格是 \$74.20. 分别求 6 个月后指数是 \$1100 或 \$900 情况下买入此期权的收益跟净收益.

- 如果 6 个月后指数是 \$1100

Payoff: $(1000 - 1100)_+ = 0$

Profit: $(1000 - 1100)_+ - 74.20 \times 1.02 = 0 - 75.68 = -75.68$

- 如果 6 个月后指数是 \$900

Payoff: $(1000 - 900)_+ = 100$

Profit: $(1000 - 900)_+ - 74.20 \times 1.02 = 100 - 75.68 = 24.32$

例 2. 看跌期权

考虑一个 $T = 6$ 月期基于 S&R 指数看跌期权, 执行价格 $K = \$1000$. 6 个月的无风险利率是 2%. 此看跌期权价格是 \$74.20. 分别求 6 个月后指数是 \$1100 或 \$900 情况下买入此期权的收益跟净收益.

- 如果 6 个月后指数是 \$1100

Payoff: $(1000 - 1100)_+ = 0$

Profit: $(1000 - 1100)_+ - 74.20 \times 1.02 = 0 - 75.68 = -75.68$

- 如果 6 个月后指数是 \$900

Payoff: $(1000 - 900)_+ = 100$

Profit: $(1000 - 900)_+ - 74.20 \times 1.02 = 100 - 75.68 = 24.32$

总结

远期:

$$\text{多头远期收益} = S_T - K$$

$$\text{空头远期收益} = K - S_T$$

看涨期权: (FV 是期权价格)

$$\text{多头看涨收益} = (S_T - K)_+$$

$$\text{多头看涨净收益} = (S_T - K)_+ - \text{FV}$$

$$\text{空头看涨收益} = -(S_T - K)_+$$

$$\text{空头看涨净收益} = \text{FV} - (S_T - K)_+$$

看跌期权:

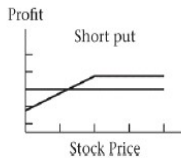
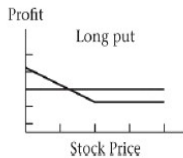
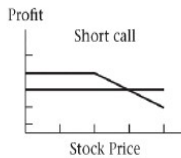
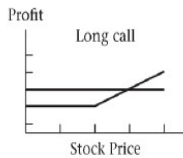
$$\text{多头看跌收益} = (K - S_T)_+$$

$$\text{多头看跌净收益} = (K - S_T)_+ - \text{FV}$$

$$\text{空头看跌收益} = -(K - S_T)_+$$

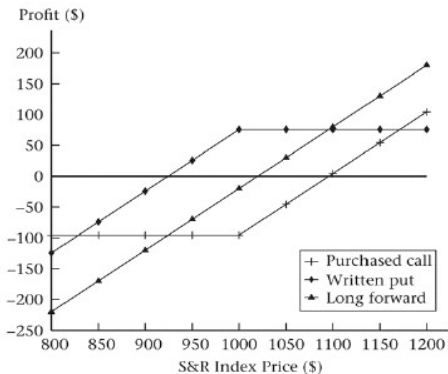
$$\text{多头看跌净收益} = \text{FV} - (K - S_T)_+$$

总结 (续)



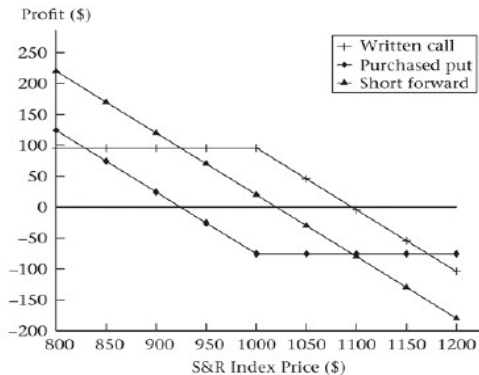
总结 (续)

头寸	最大损失	最大收益
多头远期	$-K$	无限
多头看涨	$-FV$	无限
空头看跌	$-K + FV$	FV



总结(续)

头寸	最大损失	最大收益
空头远期	无限	K
空头看涨	无限	FV
多头看跌	$-FV$	$K - FV$



第一章 引言

1. 金融衍生品定义
2. 金融衍生品的使用
3. 金融衍生品的类型
 - 3.1. 远期
 - 3.2. 期货
 - 3.3. 期权
4. 基于期权的策略
5. 主要问题: 定价

4. 基于期权的策略

4.1 保险策略

- 下限 (Floor)
- 卖出抛补买权 (Covered call writing)
- 上限 (Cap)
- 卖出抛补卖权 (Covered put writing)

4.2 投机策略

- 差价 (spread)
- 领子期权 (collar)
- 跨式 (马鞍式, straddle)
- 宽跨式 (strangle)
- 蝶式 (butterfly)

4.1 四类保险策略

- **下限 (Floor)**: 持有股票, 并买入对应的看跌期权

$$\text{收益} = S_T + (K - S_T)_+ = \max\{S_T, K\}$$

- **卖出抛补买权 (Covered call writing)**: 持有股票, 并卖出对应的看涨期权

$$\text{收益} = S_T - (S_T - K)_+ = \min\{S_T, K\}$$

- **上限 (Cap)**: 做空股票, 并买入对应的看涨期权

$$\text{收益} = -S_T + (S_T - K)_+ = -\min\{S_T, K\}$$

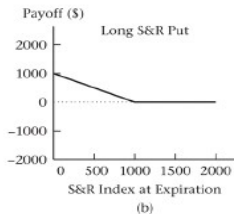
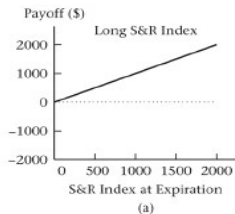
- **卖出抛补卖权 (Covered put writing)**: 卖出股票, 并做空对应的看跌期权

$$\text{收益} = -S_T - (K - S_T)_+ = -\max\{S_T, K\}$$

下限 (Floor)

下限 (Floor): 持有股票, 并买入对应的看跌期权

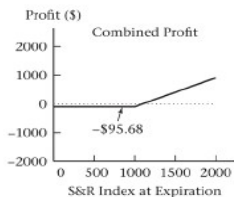
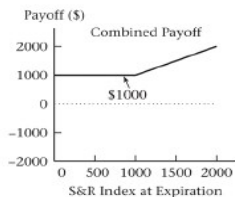
$$\text{收益} = S_T + (K - S_T)_+ = \max\{S_T, K\}$$



下限 (股票 + 看跌)
的收益是

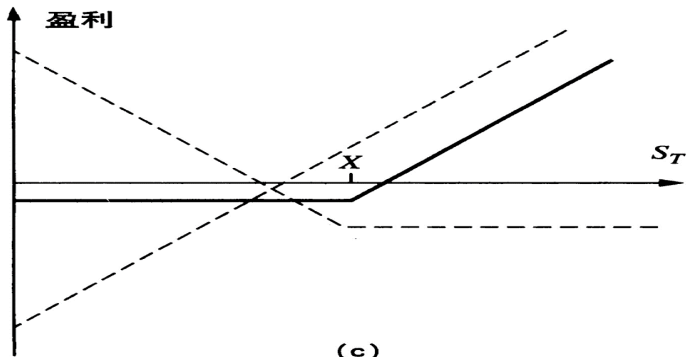
$$S_T + (K - S_T)_+ \\ = K + (S_T - K)_+,$$

等价于**债券 + 看涨**
看涨期权的多头



标的资产多头与看跌期权多头组合

$$\text{Profit} = S_T - S_0 - FV + (S_T - K)_+$$



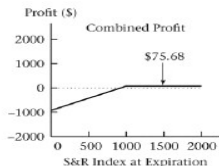
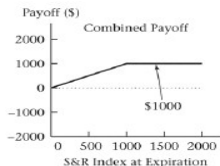
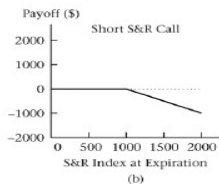
股票多头和看跌期权多头的组合

看涨期权的多头

卖出抛补买权 (Covered call writing)

卖出抛补买权 (Covered call writing): 持有股票, 并卖出对应的看涨期权(股票的多头轧平(cover)或者保护投资者免受股票急剧上升带来的损失)

$$\text{收益} = S_T - (S_T - K)_+ = \min\{S_T, K\}$$



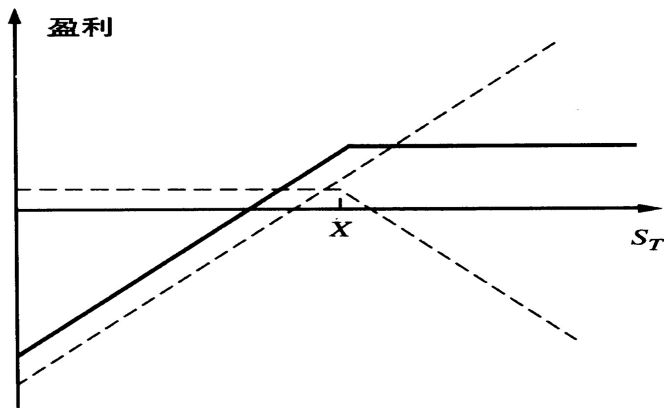
卖出抛补买权 (股票 - 看涨) 的收益是

$$S_T - (S_T - K)_+ = K - (K - S_T)_+,$$

等价于 **债券 - 看跌**
看跌期权的空头

标的资产多头与看涨期权空头组合

$$\text{Profit} = S_T - S_0 + FV - (S_T - K)_+ \quad \text{有担保的看涨期权的空头}$$

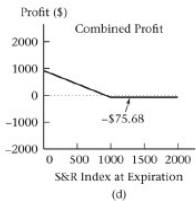
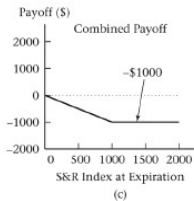
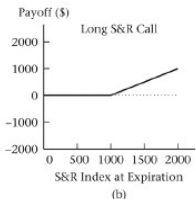
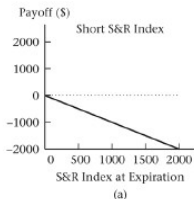


看跌期权的空头

上限 (Cap)

上限 (Cap): 做空股票, 并买入对应的看涨期权

$$\text{收益} = -S_T + (S_T - K)_+ = -\min\{S_T, K\}$$



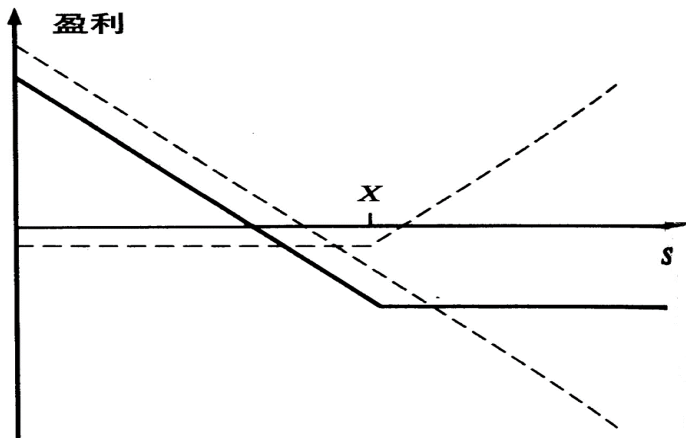
上限 (— 股票 + 看涨)
的收益是

$$\begin{aligned} & -S_T + (S_T - K)_+ \\ & = -K + (K - S_T)_+ \end{aligned}$$

等价于 — 债券 + 看跌
看跌期权的多头

标的资产空头与看涨期权多头组合

$$\text{Profit} = S_0 - S_T - FV + (S_T - K)_+$$



看跌期权的多头

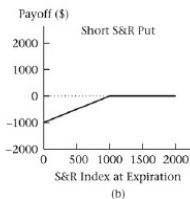
卖出抛补卖权 (Covered put writing)

卖出抛补卖权 (Covered put writing): 卖出股票, 并做空对应的看跌期权

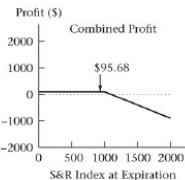
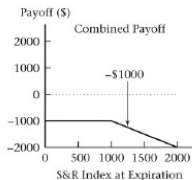
$$\text{收益} = -S_T - (K - S_T)_+ = -\max\{S_T, K\}$$



(a)



(b)



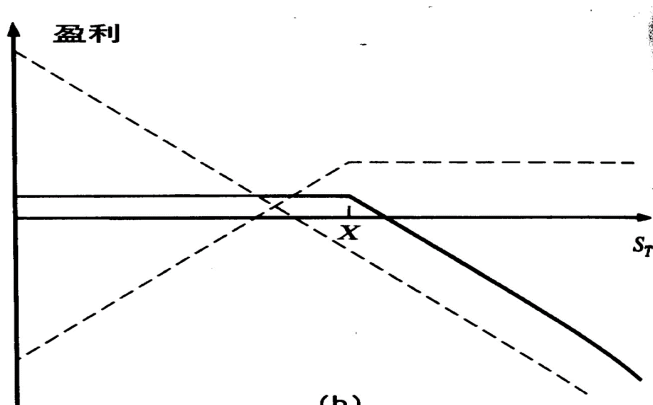
卖出抛补卖权(一股
票一看跌) 的收益是

$$\begin{aligned} & -S_T - (K - S_T)_+ \\ &= -K - (S_T - K)_+ \end{aligned}$$

等价于 **一债券一看跌**
看涨期权的空头

标的资产空头与看跌期权空头组合

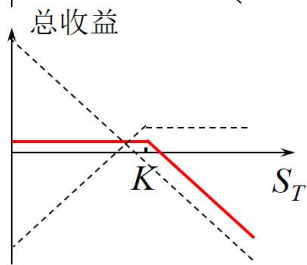
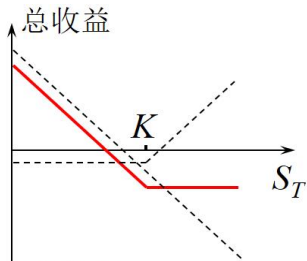
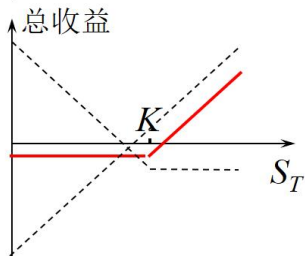
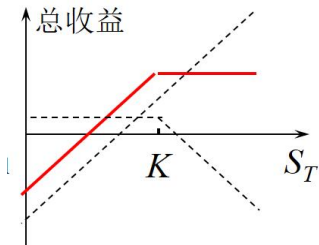
$$\text{Profit} = S_0 - S_T + FV - (K - S_T)_+$$



(b)
股票空头和看跌期权空头的组合

看涨期权的空头

总结 (简单期权和股票的组合)



4.2 投机策略

4.1 保险策略

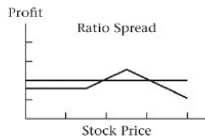
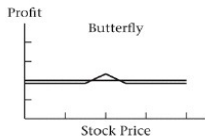
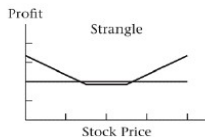
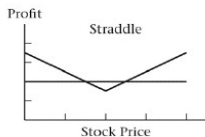
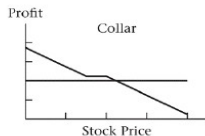
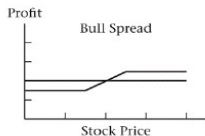
- 下限 (Floor)
- 卖出抛补买权 (Covered call writing)
- 上限 (Cap)
- 卖出抛补卖权 (Covered put writing)

4.2 投机策略

- 差价 (spread)
- 领子 (collar)
- 跨式 (马鞍式, straddle)
- 宽跨式 (strangle)
- 蝶式 (butterfly)

利用期权投资策略

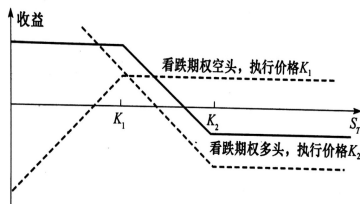
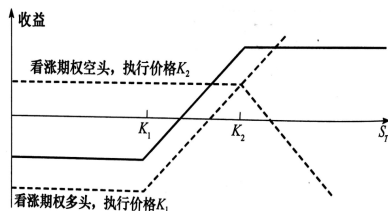
我们可以仅使用**期权设计投资组合**以达到投机目的, 可达到利用更少的成本达到标的资产多样的变化.



差价 (spread)

差价: 只包含看跌或者看涨的头寸.

- **牛市差价** (Bull spread): 做多一个看涨和做空一个执行价格更大的看涨(赌上涨). $C(K_1) - C(K_2)$ (买低卖高)
- **熊市差价** (Bear spread): 做多一个看跌和做空一个执行价格更低的看跌(赌下降). $P(K_2) - P(K_1)$

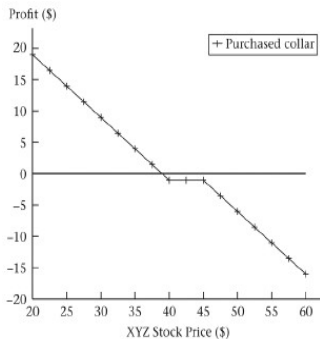


注. 价差也可以由看跌期权做成!

领子 (Collars)

定义.

- **领子**: 做多一个看跌并做空一个执行价格更高的看涨.
- **领子宽度**: 执行价格之间的差
- e.g. 做空一执行价格为 45 看涨并做多一个执行价格 40 的看跌.



Recall

看涨期权:

- 实值看涨期权 (价内看涨; In-the-money call): $S(0) > K$
 - 平值看涨期权 (At-the-money call): $S(0) = K$
 - 虚值看涨期权 (价外看涨; Out-of-the-money call): $S(0) < K$
-

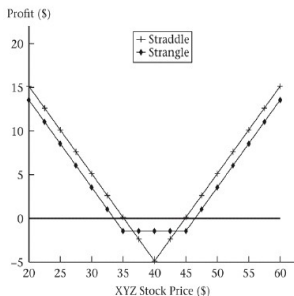
看跌期权:

- 实值看跌期权: $S(0) < K$
- 平值看跌期权: $S(0) = K$
- 虚值看跌期权: $S(0) > K$

马鞍式 (straddle), 宽跨式 (strangle)

定义.

- **马鞍式**: 做多一个平值看涨和一个执行价格相同的平值看跌
- **宽跨式**: 做多一个价外看涨与一个价外看跌

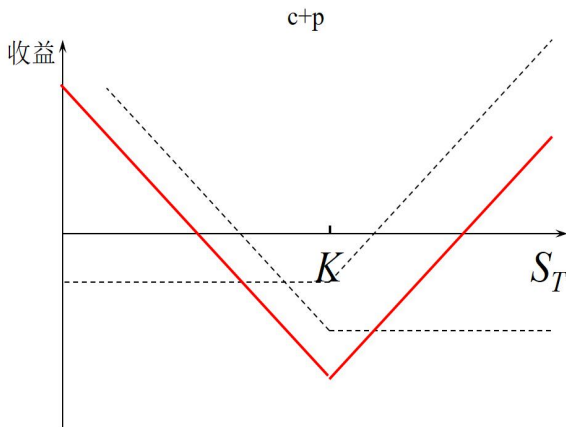


作用:

- **做多马鞍式**: 赌大的波动
- **做多宽跨式**: 用较少的成本赌大的波动性

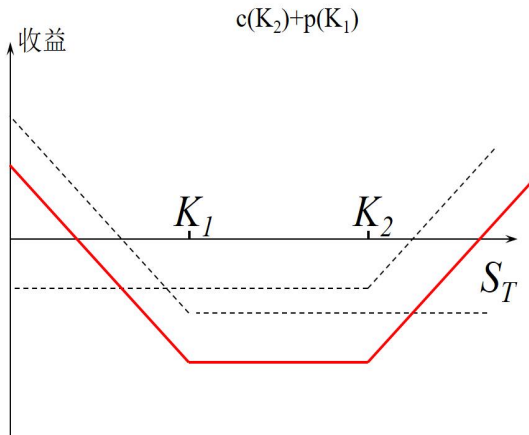
马鞍式 (straddle)

同时持有相同到期日和敲定价格的看涨和看跌期权。



宽跨式 (strangle)

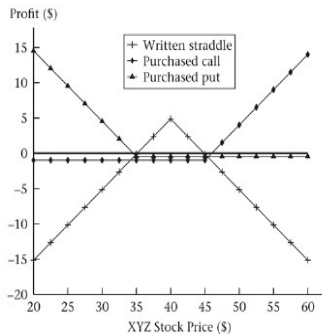
同时持有敲定价格不同的看涨和看跌期权，赌有大波动。



蝶式 (butterfly)

定义.

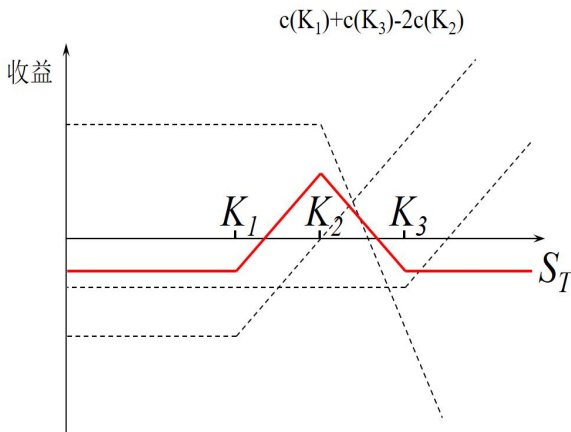
- **蝶式**: 做空一个马鞍式并做多一个宽跨式.



- **作用**. 做多蝶式: 赌波动不会太大

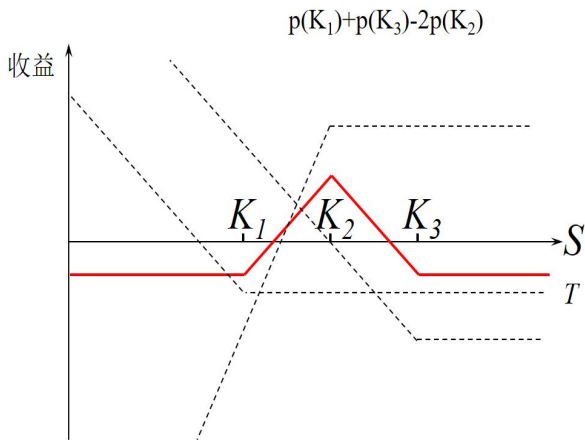
蝶式价差期权

由三个或四个期权组成，有相同的到期日和标的资产。期权组成可能同时包含看涨和看跌，也可能只含看涨或看跌。利用看涨期权的蝶式价差期权



蝶式价差期权

由三个或四个期权组成，有相同的到期日和标的资产。期权组成可能同时包含看涨和看跌，也可能只含看涨或看跌。利用看跌期权的蝶式价差期权



第一章 引言

1. 金融衍生品定义
2. 金融衍生品的使用
3. 金融衍生品的类型
 - 3.1. 远期
 - 3.2. 期货
 - 3.3. 期权
4. 基于期权的策略
5. 主要问题: 定价

主要问题—衍生品定价

- 可交易的证券：市场价格。
 - 股票、商品
 - 场内交易衍生品(ETD)
- 不可交易的证券—需要定价！
 - 场外衍生品(OTC)
 - 如何定价？
 - 定价的方法总是正确的吗？

我们将主要探讨不可交易的衍生品的定价问题！

如何公平地定价非交易的衍生品？

- 去除不公平价格！
- 不公平价格来自于套利策略。
 - 套利策略指的是从资产 0 出发，最终以正概率得到了大于 0 的财富。
- 我们将通过复制不可交易的证券的收益来找到无套利策略。
 - 复制(Replicate)
 - 无套利条件(arbitrage-free)

— 无套利定价！

— 这种复制是金融产品工程的核心！

复制和无套利

- **复制**: 是指将一个金融工具以组合头寸来加以表示。
- **无套利**: 若在一个市场中, 人们可以身无分文入市, 通过资产的买卖 (允许卖空和借贷) 使得能够最终不欠债, 且有**正概率**的机会获得**盈利**, 则称该市场存在**套利**机会。假如市场不存在套利机会, 则称市场无套利。

进一步的问题

- 存在性

- 这样一个公平的 (无套利) 价格总存在吗?
- 如果不, 那么金融模型需要满足什么条件才能保证无套利价格存在?

- 唯一性

- 有没有条件使得恰好有一个无套利价格存在?