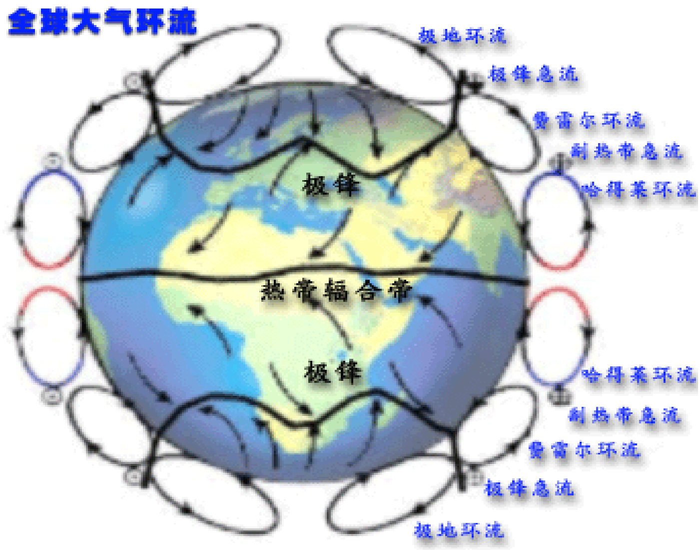

全球大气环流
极地环流
极锋急流
费雷尔环流
副热带急流
哈得莱环流
极锋
热带辐合带
极锋
哈得莱环流
副热带急流
费雷尔环流
极锋急流
极地环流

第十二章　流体力学基础

§12.1 流体的基本性质

流体指能流动的物质，是液体和气体的总称。

流体 { 气体、液体 }

1. 流体的性质

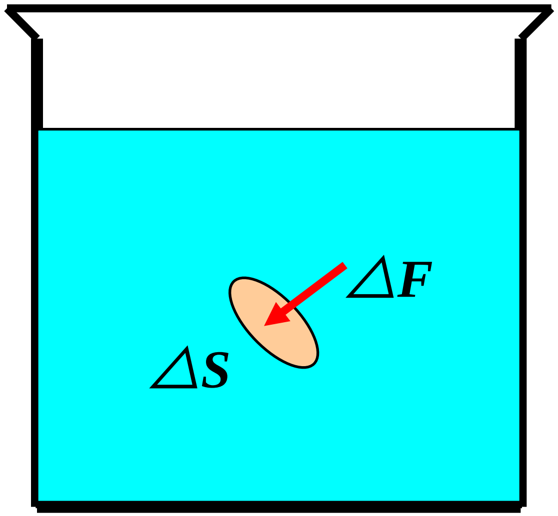
●流动性：流体内部各部分之间容易发生相对运动，没有固定的形状。(流动性是流体最基本的特性，是流体区别于固体的主要特征。)

●粘性：实际流体内各部分之间有相对运动时，各部分之间存在的内摩擦力作用的性质。(粘性力：流体流动时内部各部分之间的内摩擦力。)

●可压缩性：实际流体(特别是气体)都是可压缩的。

2. 流体内一点的压强

在流体内部某点处取一假想面元，用ΔF和ΔS分别表示通过该面元两侧流体相互压力的大小和假想面元的面积，则定义面元ΔS处的压强p为：



$$p=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta F}{\Delta S}=\frac{dF}{dS}$$

压力：$dF = pdS$

对静止流体：

①在静止流体中任何一点的压强与过该点面元ΔS的取向无关。

②同水平高度的各点的压强相等

③在密度为 ρ 的静止流体内，高度差为 h 的两点压强差为 $\rho g h$

§ 12.2　流体运动学的基本概念

理想流体——绝对不可压缩、完全没有粘滞性的流体。

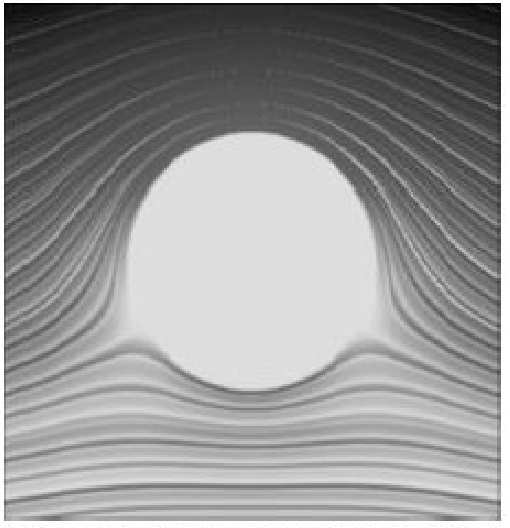
1.描写流体运动的两种方法

①拉格朗日法（随体法）：将流体分成许多无穷小的微元，求出它们各自的运动轨迹实际上是用质点组动力学方法来讨论流体的运动。

②欧勒法（当地法）:把注意力集中到各空间点，观察流体微元经过每个空间点的流速 $\vec{v}$，寻求它的空间分布和随时间的演化规律。

流速场：　$\vec{v}=\vec{v}(x,y,z,t)$

实际上流体微元是很难区分的，追踪每个流体微元的轨迹也没有多大的意义。描述流体运动的欧勒法比拉格朗日法更为有效，在流体力学中得到更广泛的应用。

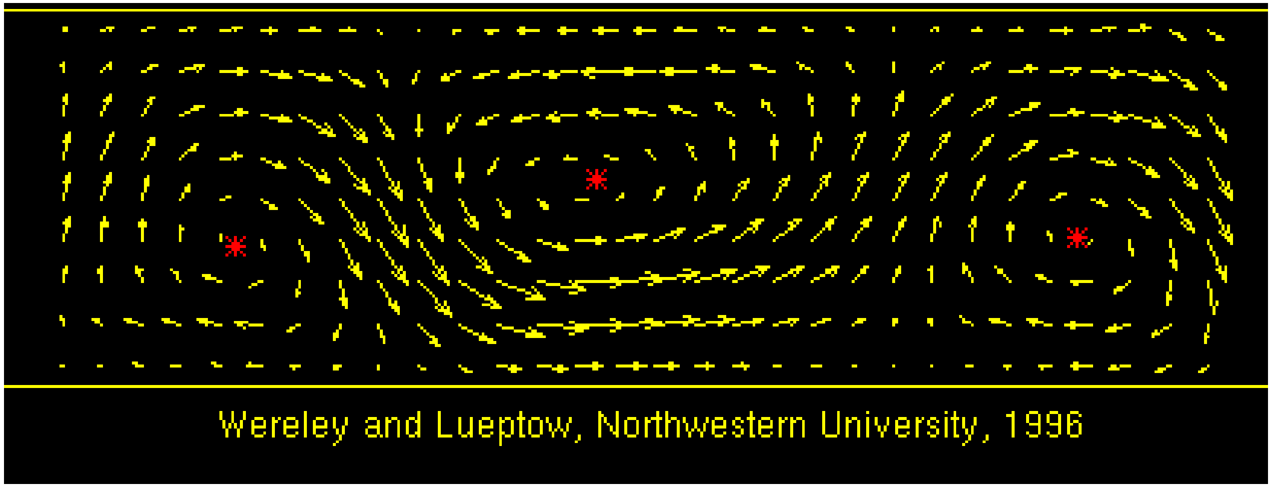


Steady Fluid Flow Past Cylinder

2.定常流动

流速场的空间分布一般是随时间变化的，即

$$\vec{v}=\vec{v}(x,y,z,t)$$

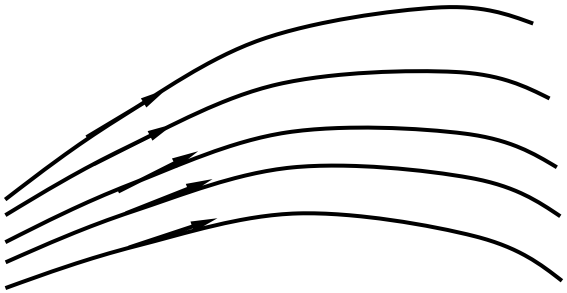


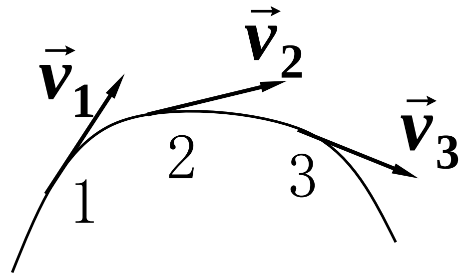
若流速场的空间分布不随时间改变，即 $\vec{v}=\vec{v}(x,y,z)$ ，

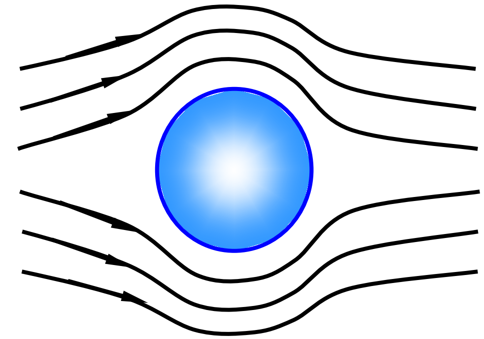
则称流体的运动为定常流动。

3. 流线与流管

流线： 流速场中的一系列假想的曲线。在每一瞬时，曲线上每一点的切线方向与该处流体质元的速度方向一致。



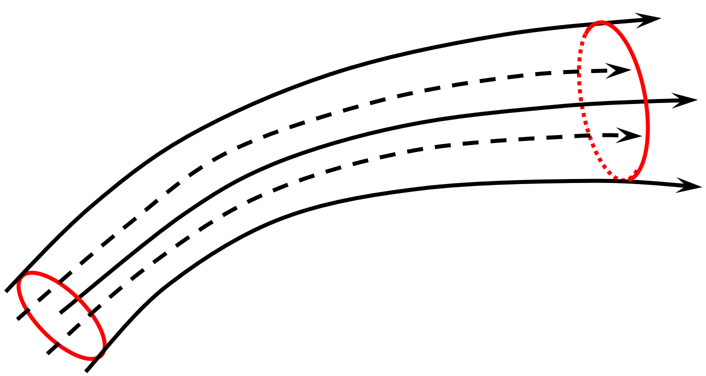




➢由于每一点都有唯一确定的流速，因此流线不会相交。

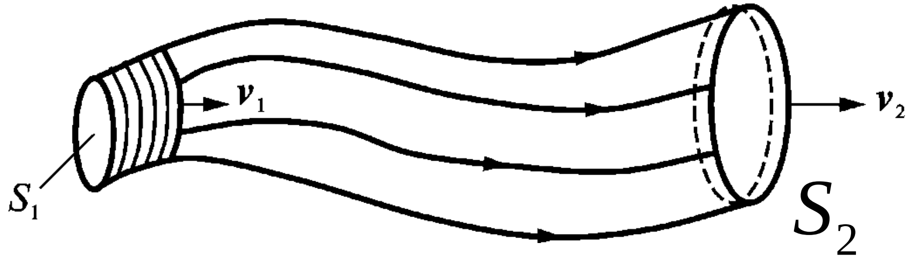
➢一般流线分布随时间改变, 在定常流动中流线分布不随时间改变。

流管： 流体内作一闭合曲线，通过其上各点的流线所围成的细管。



流管内外的流体都不会穿越管壁。

4. 连续性方程



当流体作稳定流动时，我们取一段流管，截面S_1和S_2处的流速分别为v_1和v_2。经过时间Δt，通过截面S_1进入流管的流体质量

$$\Delta m_1 = \rho_1 S_1 v_1 \Delta t$$

同时通过截面S_2流出该流管的流体质量为

$$\Delta m_2 = \rho_2 S_2 v_2 \Delta t$$

根据质量守恒：

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \Longrightarrow \rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

如果是理想流体，不可压缩$\rho_1=\rho_2$，则

$\boxed{Sv = 常量}$ ——理想流体稳定流动时的连续性方程

§ 12.3　伯努利方程及其应用

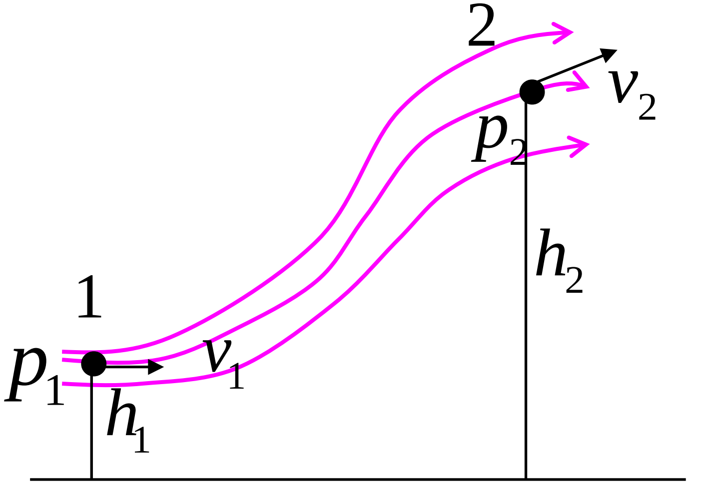
伯努利方程是1738年首先由**Daniel Bernoulli** (1700–1782)提出的。

➢伯努利方程不是一个新的基本原理，而是机械能守恒定律应用于流体力学的一个推论。

1. 理想流体的伯努利方程

在理想流体稳定流动时，沿某一流线，任意两点的压强、流速和所在高度三者之间的关系：

$$\boxed{p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$



●伯努利方程的推导：

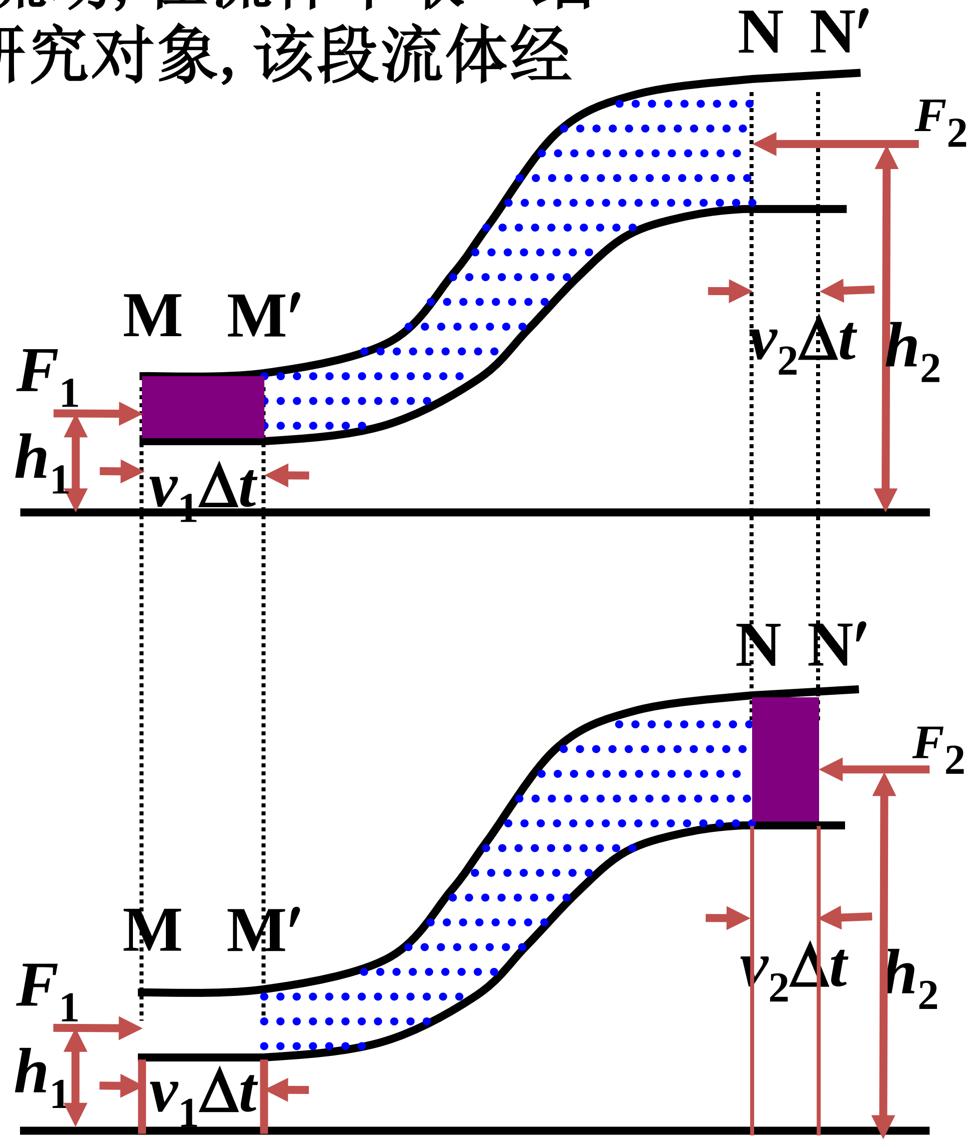
设理想流体在重力场中作稳定流动, 在流体中取一细流管, 在其上选MN 段流体为研究对象, 该段流体经 Δt 时间流动到M′N′位置,

$$F_1 = p_1 S_1, \quad F_2 = p_2 S_2$$

$$\begin{cases} \Delta V_1 = S_1 v_1 \Delta t \\ \Delta V_2 = S_2 v_2 \Delta t \end{cases}$$

由连续性方程，可得

$$\begin{cases} \Delta V_1 = \Delta V_2 \equiv \Delta V \\ \Delta m_1 = \Delta m_2 \equiv \Delta m \end{cases}$$



①求流体由MN 位置流到M′ N′位置过程中机械能的变化

$$\begin{cases} E_1 = E_{k1} + E_{p1} = \dfrac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1 \\ E_2 = E_{k2} + E_{p2} = \dfrac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 \end{cases}$$

所以机械能的变化为：

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \left(\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2\right) - \left(\frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1\right)$$

②求流体由MN 位置流到M′ N′位置过程中外力所作的功

$W_1 = F_1 l_1 = p_1 S_1 v_1 \Delta t = p_1 \Delta V$, $W_2 = -F_2 l_2 = -p_2 S_2 v_2 \Delta t = -p_2 \Delta V$

所以外力作的总功为：

$$W_{外} = W_1 + W_2 = (p_1 - p_2)\Delta V$$

对于理想流体，粘滞性可忽略，所以非保守内力做功为零，即

$$W_{非保内} = 0$$

③根据功能原理：

$$W_{外}+W_{非保内}=\Delta E$$

$$(p_1-p_2)\Delta V=\left(\frac{1}{2}\Delta m v_2^2+\Delta m g h_2\right)-\left(\frac{1}{2}\Delta m v_1^2+\Delta m g h_1\right)$$

等式两边同除ΔV，利用 $\rho=\frac{\Delta m}{\Delta V}$ 可得，

$$p_1-p_2=\left(\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g h_2\right)-\left(\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g h_1\right)$$

移项

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g h_1=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g h_2$$

或者

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho g h=常量$$

伯努利方程

2. 伯努利方程的应用

①皮托(Pitot)管

皮托管用于测量流速，是最简单、最有用的仪器之一。

取通过***A***，***B***两点的流线，由伯努利方程

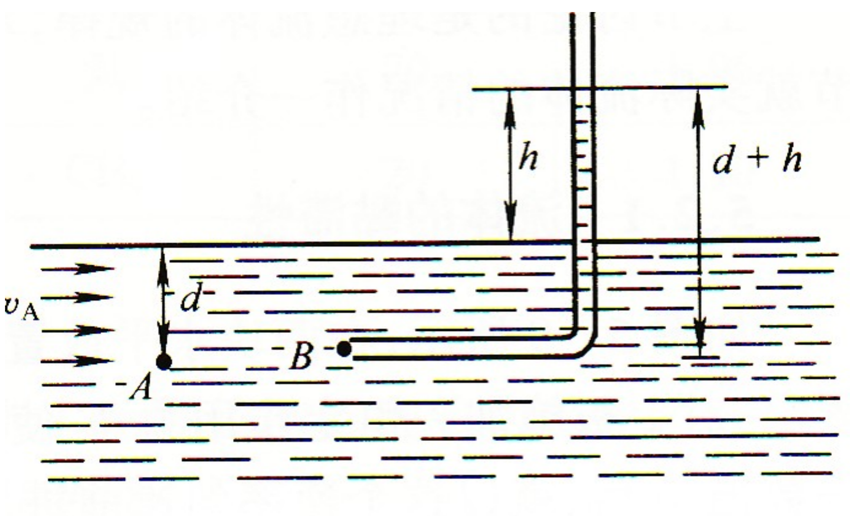
$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B$$

以及已知条件

$$p_A = p_0 + \rho g d,$$

$$p_B = p_0 + \rho g (d + h)$$

$$v_B = 0, \quad h_A = h_B$$

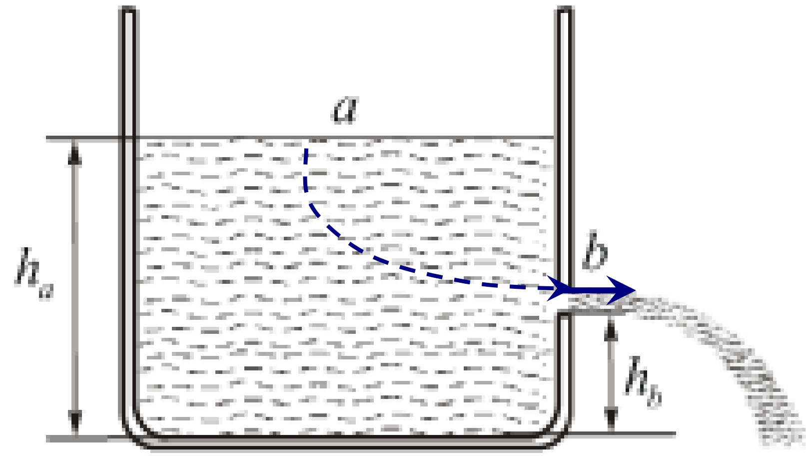


可得液体的流速为

$$v = v_A = \sqrt{2gh}$$

②射流速率

大桶侧壁有一小孔，桶内盛满了水，求水从小孔流出的速度和流量。



取一根从水面到小孔的流线，由伯努利方程

$$p_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \rho g h_a = p_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 + \rho g h_b$$

由连续性方程 $S_a v_a = S_b v_b$

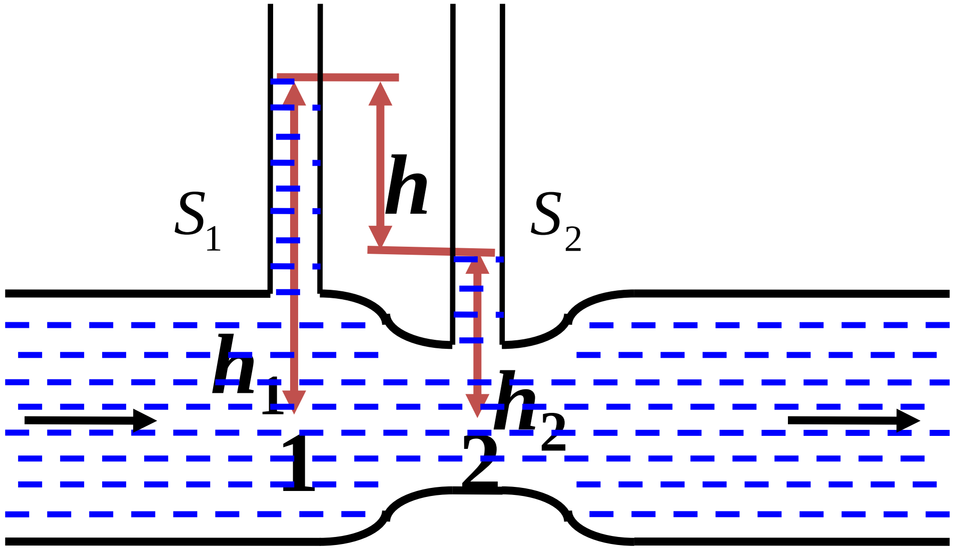
近似条件 $S_a >> S_b,\ v_b >> v_a,\ v_a \approx 0$

联立以上各式可解得小空处的流速和流量

$$v_b = \sqrt{2g(h_a - h_b)} \qquad Q = v_b S_b = \sqrt{2g(h_a - h_b)}\, S_b$$

这时出口处水流速度与自由落体速度相等。

④文丘里流量计



文丘里流量计是一种最简单的流量计， 测量时如图放置。在水平管道中取一条流线，在1、2 两点处取截面S_1、S_2，应用伯努利方程:

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

连续性方程 $\boldsymbol{v_1 S_1 = v_2 S_2}$

由题意知，管道中心线上1处与2处的压强差为 $p_1-p_2=\rho g h$

联立以上三个方程，可得

$$v_1 = \sqrt{\frac{2ghS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2ghS_1^2}{S_1^2 - S_2^2}}$$

所以体积流量为

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2gh}{S_1^2 - S_2^2}}$$


DEAD
END