



第二章 运算放大器

梁福田 ftliang@ustc.edu.cn

2025.4.25



前情提要

- 信号、频谱、带宽
- 放大电路的主要性能指标
 - 输入电阻、输出电阻、增益、频率响应、带宽、失真（线性、非线性）
- (理想) (运算) 放大器
- (电压) 虚短、(电流) 虚断、(输入端) 虚地
- BJT、JFET、MOSFET (CMOS)
- 直流通路、交流通路、小信号模型
- 频率响应
- ~~同相放大器、电压跟随器、反向放大器、加法器、减法器~~

引言

- 集成运放的基本应用电路主要有信号的运算、处理和产生电路等。
- 模拟信号运算电路包括加法、减法、微分、积分、对数、反对数运算电路以及乘法和除法运算电路等。
- ~~集成运算放大器两个输入端之间的电压通常接近于零， $v_+ = v_- = v_N \approx 0$ ，但不是短路，故称为虚短。~~
- ~~集成运放两输入端几乎不取用电流，即 $i_+ = 0$ ，但不是断开，故称虚断。~~



集成运算放大器

- 集成电路简称IC(IntegratedCircuit), 是20世纪60年代初期发展起来的一种半导体器件, 它是在半导体制造工艺的基础上, 将各种元器件和连线等集成在一片硅片上而制成的, 因此密度高、引线短、外部接线大为减少, 从而提高了电子设备的可靠性和灵活性, 同时降低了成本, 为电子技术的应用开辟了一个新的时代。
- 从原理上说, 集成运算放大电路的内部实质上是一个具有高放大倍数的多级直接耦合放大电路。
- 集成运放通常包含4个基本组成部分, 即输入级、中间级、输出级和偏置电路。



集成电路运算放大器

- 集成电路运算放大器是一种高电压增益、高输入电阻和低输出电阻的多级直接耦合放大电路，它的类型很多，电路也不一样，但结构具有共同之处。

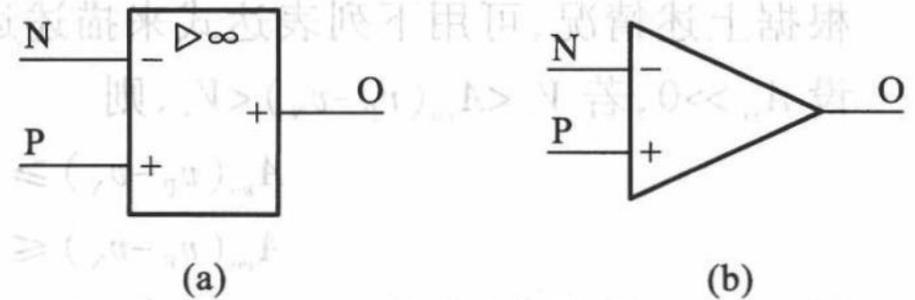
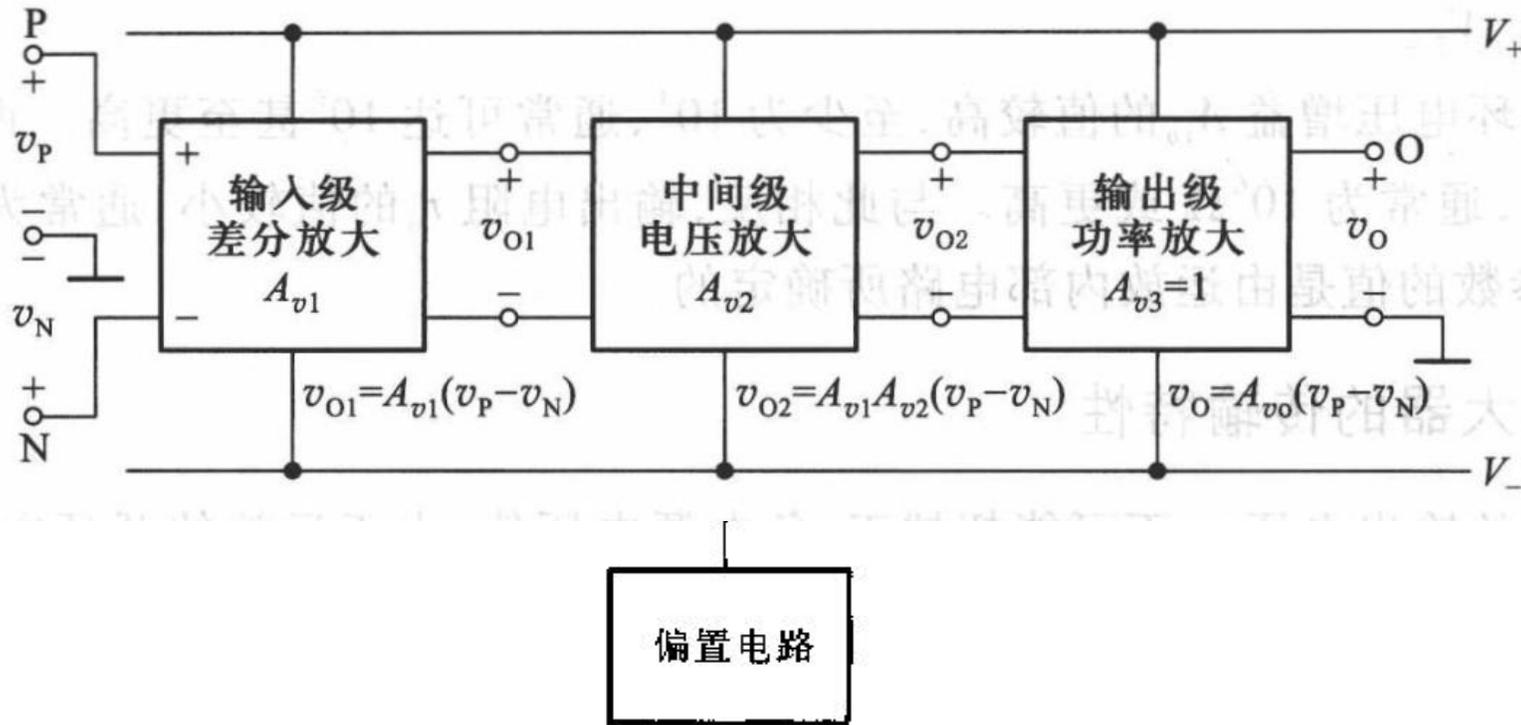
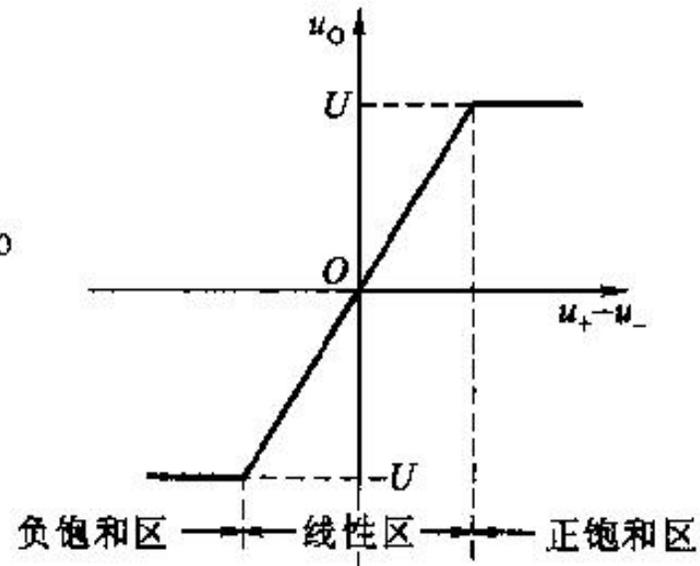
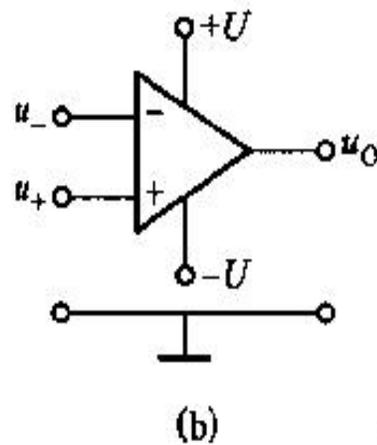
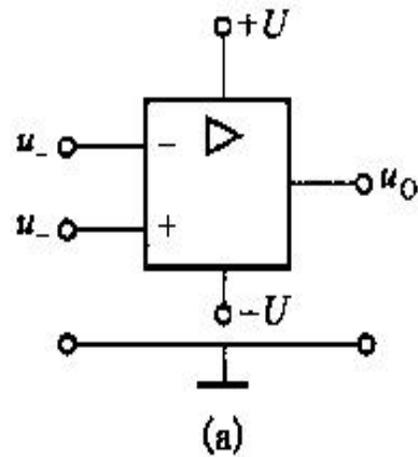


图 2.1.2 运算放大器的图形符号

(a) 国家标准规定的符号 (b) 国内外常用符号

运算放大器

- 运算放大器，简称运放，是现代电子技术中应用广泛的一种器件。运放的内部结构虽然复杂，但其端钮上的VCR却是简单的。
- 下图分别是电气图符号、模型符号、输出-输入特性曲线。





线性运放的模型

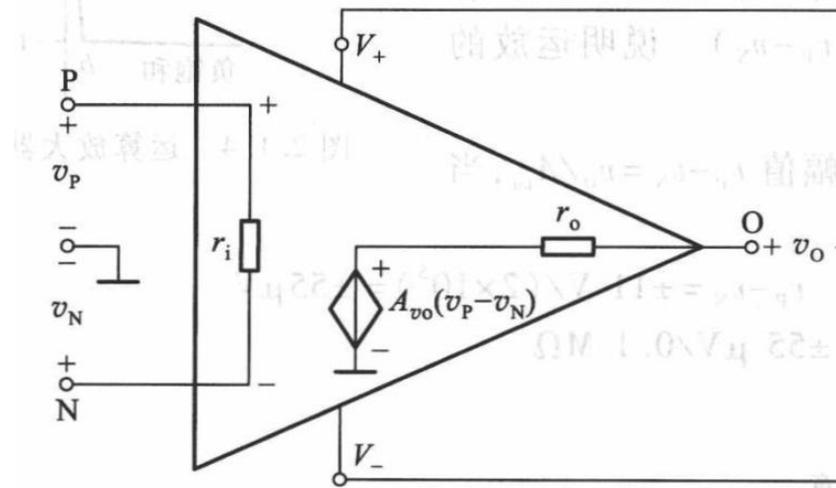
- R_i 为运放的输入电阻， R_o 为输出电阻。
- 受控源则表明运放的电压放大作用， A 为运放的电压放大倍数(电压增益)。
- u_+ 和 u_- 分别为施加同相输入端和反相输入端的输入电压。
- 当 u_+ 与 u_- 同时作用时，受控源的电压为：

$$A(u_+ - u_-) = Au_D$$

$$u_D = u_+ - u_- \quad \text{差动电压}$$

❖ 当 u_- 接公共端，受控源的电压为 Au_+

❖ 当 u_+ 接公共端，受控源的电压为 $-Au_-$



运放的三个参数的典型数据

参数	名称	典型数值	理想值
A	放大倍数	$10^5 - 10^7$	∞
R_i	输入电阻	$10^6 - 10^{13} \Omega$	∞
R_o	输出电阻	$10 - 100 \Omega$	0

- 符合理想值条件的运放称为理想运放。对理想运放，由于A为无限大，且输出电压 u_o 为有限值，
- 因此， $u_D = u_+ - u_- = 0$ ，即 $u_+ = u_-$
- 不论是反相端还是同相端接地，都有 $u_+ = u_- = 0$
- 由于输入电阻为无限大，因此，不论是同相端还是反相端，输入电流为零，以 i_+ 和 i_- 分别表示这两个输入端的电流，则 $i_+ = i_- = 0$

电压虚短，电流虚断，虚地

用节点分析法分析含运放电路

- 在理想运放的情况下:
- (1) 在运放的输出端应假设一个节点电压, 但不必为该节点列写节点方程
- (2) 在列写节点方程时, 注意运用 $u_+ = u_-$ 及 $i_+ = i_- = 0$, 以减少未知量的数目。

例 2-12 比例器

比例器为反相放大器，试求图中运放电路输出 u_o 与输入 u_s 的关系。

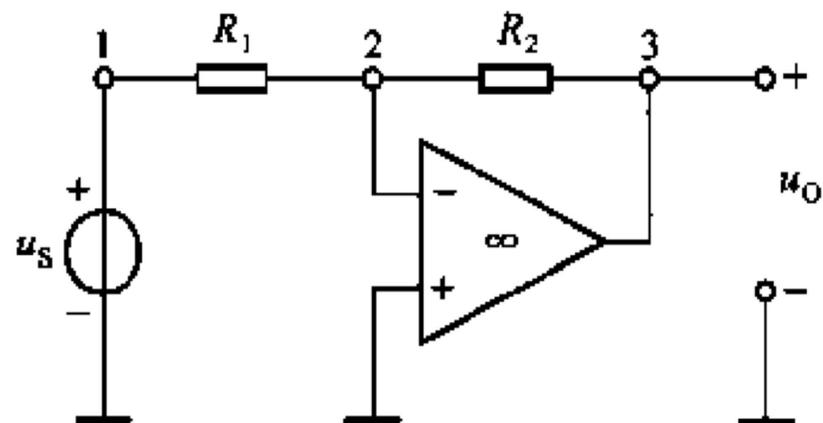
。

解 电路有三个独立节点1、2、3。因节点1与电压源相接，毋需列写节点方程，对节点3也不必列写节点方程，节点2的方程为：

$$(G_1 + G_2)u_2 - G_1u_1 - G_2u_3 = 0$$

$$u_2 = 0$$

$$u_o = u_3 = -\frac{R_2}{R_1}u_1 = -\frac{R_2}{R_1}u_s$$



由于 $u_+ = u_-$ ，可知反相端相当于接地。

例 2-13



运放电路输入端无一接地，试求输出电压 u_o 与输入电压 u_s 之间的关系。

。

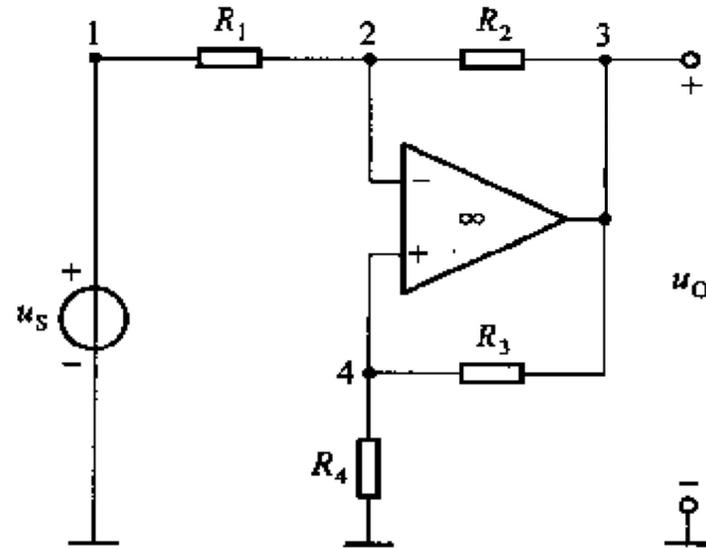
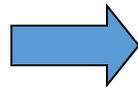
解 电路共有4个独立节点，节点2和4的节点方程分别为

$$(G_1 + G_2)u_2 - G_1u_1 - G_2u_3 = 0$$

$$(G_3 + G_4)u_4 - G_3u_3 = 0$$

$$u_2 = u_4$$

$$u_1 = u_s$$



$$(G_1 + G_2)u_2 - G_2u_3 = G_1u_s$$

$$(G_3 + G_4)u_4 - G_3u_3 = 0$$

$$u_o = u_3 = \frac{G_1G_4 + G_1G_3}{G_1G_3 - G_2G_4} u_s$$



第二章 运算放大器

梁福田 ftliang@ustc.edu.cn

2025.4.27



前情提要

- 信号、频谱、带宽
- 放大电路的主要性能指标
 - 输入电阻、输出电阻、增益、频率响应、带宽、失真（线性、非线性）
- (理想) (运算) 放大器
- (电压) 虚短、(电流) 虚断、(输入端) 虚地
- BJT、JFET、MOSFET (CMOS)
- 直流通路、交流通路、小信号模型
- 频率响应
- ~~同相放大器、电压跟随器、反向放大器、加法器、减法器~~

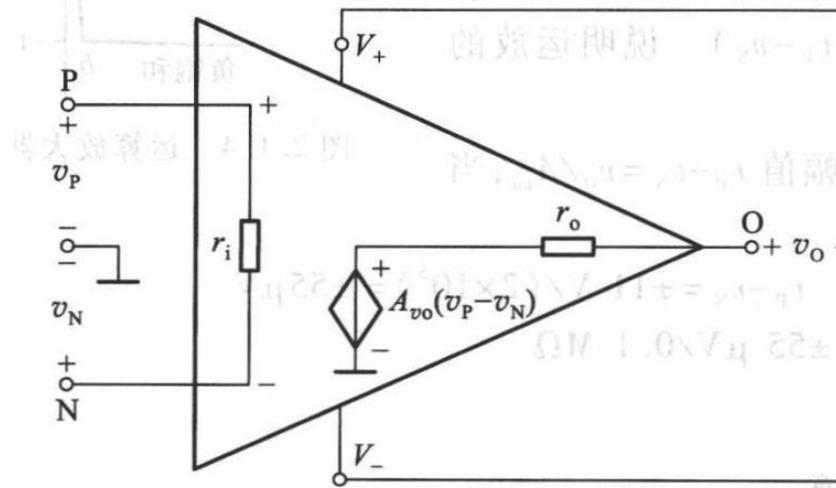
线性运放的模型

- R_i 为运放的输入电阻， R_o 为输出电阻。
- 受控源则表明运放的电压放大作用， A 为运放的电压放大倍数 (电压增益)。
- u_+ 和 u_- 分别为施加同相输入端和反相输入端的输入电压。
- 当 u_+ 与 u_- 同时作用时，受控源的电压为：

$$A(u_+ - u_-) = Au_D$$

$$u_D = u_+ - u_- \quad \text{差动电压}$$

电压虚短，电流虚断，虚地



❖ 当 u_- 接公共端，受控源的电压为 Au_+

❖ 当 u_+ 接公共端，受控源的电压为 $-Au_-$

差模信号、共模信号、共模抑制比

- 输出电压不仅取决于两个输入信号的差模信号 v_{id} ，而且还与两个输入信号的共模 v_{ic} 有关，它们分别表示为

$$v_{id} = v_{i1} - v_{i2} \quad v_{ic} = \frac{1}{2}(v_{i1} + v_{i2})$$

- 差模信号是两个输入信号之差，而共模信号则是二者的算术平均值。当用共模和差模信号表示两个输入电压时，有

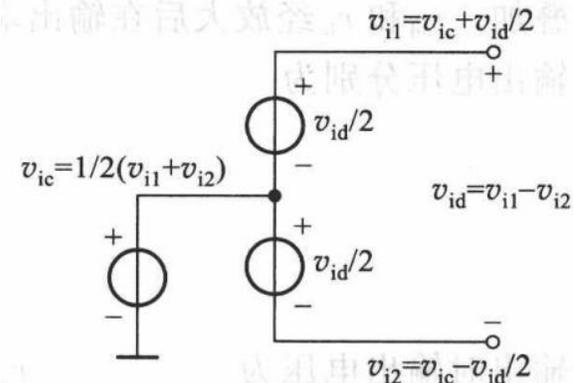
$$v_{i1} = v_{ic} + \frac{v_{id}}{2} \quad v_{i2} = v_{ic} - \frac{v_{id}}{2}$$

- 在差模信号和共模信号同时存在的情况下，可利用叠加原理来求出总的输出电压，即

$$v_0 = A_{VD}v_{id} + A_{VC}v_{ic}$$

差模电压增益 $A_{VD} = v_{od} / v_{id}$
共模电压增益 $A_{VC} = v_{oc} / v_{ic}$

共模抑制比： $K_{CMR} = |A_{VD} / A_{VC}|$





§ 2-1 基本运算电路

- 基本数学运算中有：加、减、积分和微分等四种运算，可由集成运放外加反馈网络所构成的运算电路来实现。
- 在分析这些电路时，需要注意输入方式，判别反馈类型，并利用虚短、虚断的概念，得出近似的结果。
- 比例运算电路是最基本的运算电路，有同相输入和反相输入两种，（分别属于电压串联负反馈和电压并联负反馈电路），其比例系数即为反馈放大电路的增益。

同相放大器

❖ 若运放器开环增益为 A_{VO} , 则:

$$v_O = A_{VO}(v_P - v_N)$$

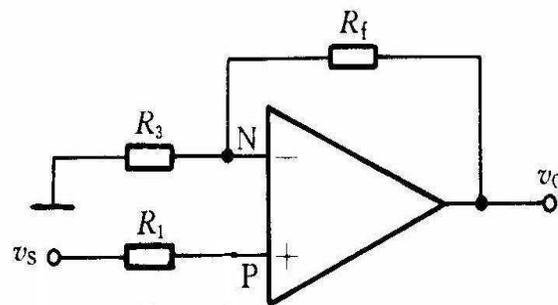
❖ A_{VO} 通常比较大, $A_{VO} > 5000$, 可以近似认为

$$v_P - v_N = \frac{v_O}{A_{VO}} \approx 0$$

❖ 同相放大器闭环增益 A_{VF} 为

$$\frac{v_O - v_N}{R_f} = \frac{v_N}{R_3} \quad v_N \approx v_P = v_S$$

$$A_{VF} = \frac{v_O}{v_S} = 1 + \frac{R_f}{R_3}$$





电压跟随器

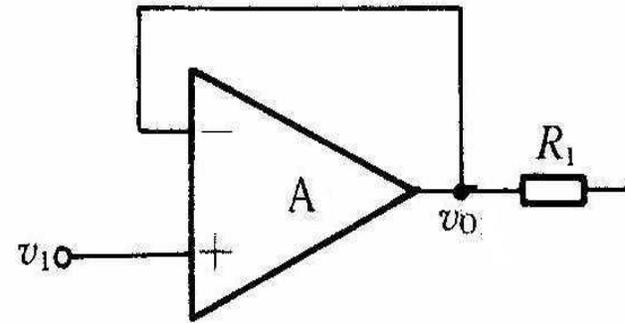
❖ 若运放开环增益为 A_{VO} ，且 A_{VO} 很大，则

$$v_N \approx v_P$$

$$v_N = v_O \quad v_P = v_I$$

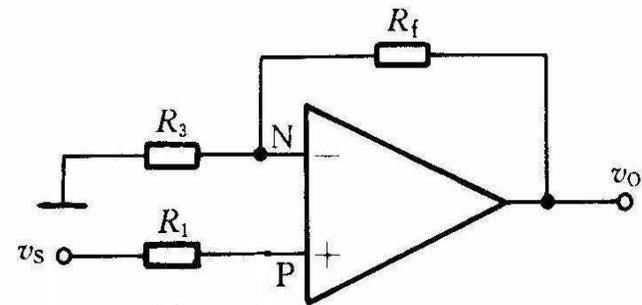
$$v_O = v_I$$

$$A_{VF} = \frac{v_O}{v_I} = 1$$



❖ 与同相放大器相比

$$A_{VF} = \frac{v_O}{v_S} = 1 + \frac{R_f}{R_3}$$



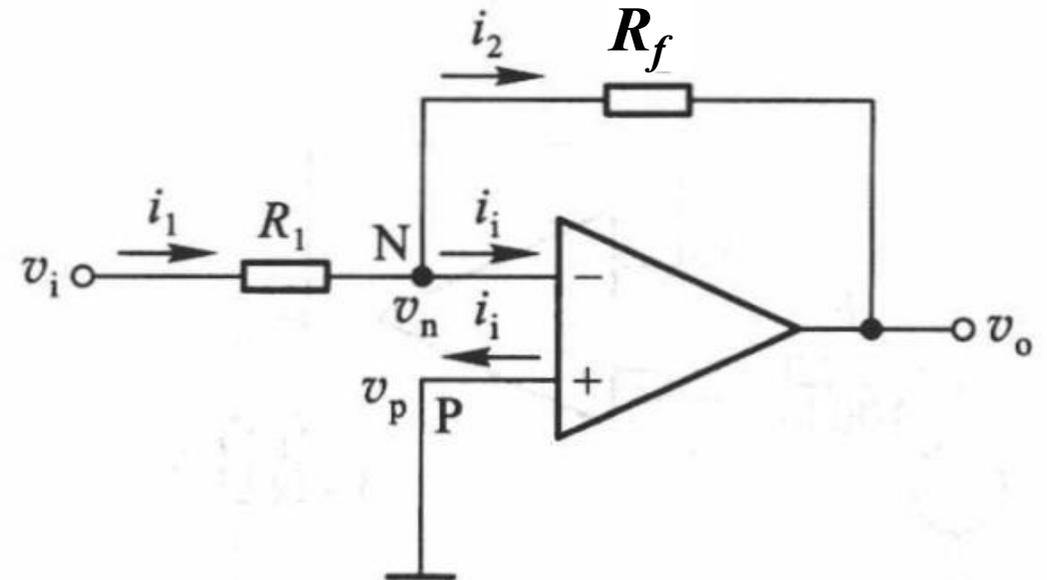
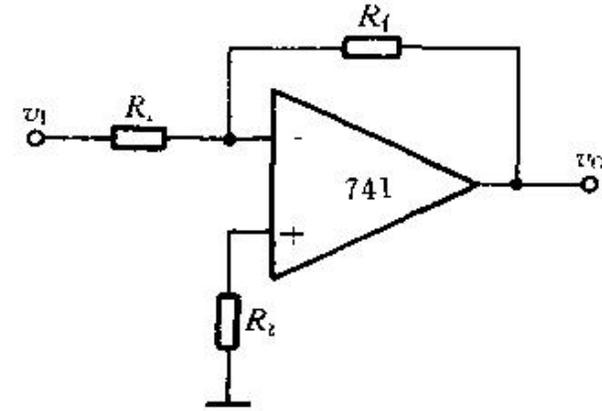
反相放大器

❖ 若运算放大器开环增益为 A_{VO} ，且 A_{VO} 很大，则

$$v_N \approx v_P = 0$$

$$\frac{v_O - v_N}{R_f} = \frac{v_N - v_I}{R_1}$$

$$A_{VF} = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_f}{R_1}$$

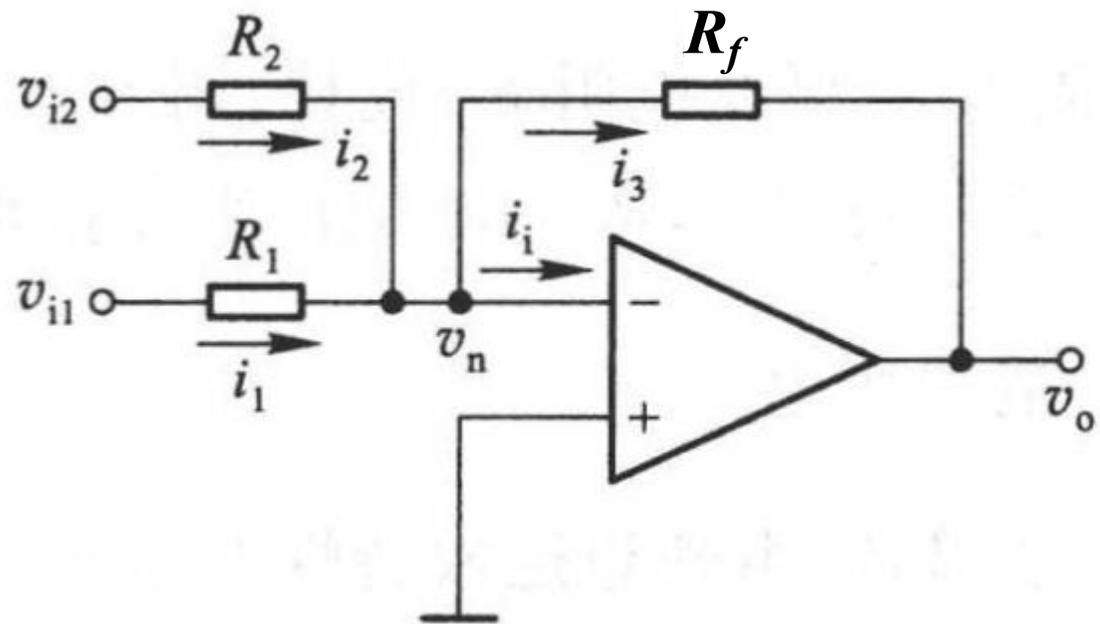


加法电路

- ❖ 在P端接地时， $v_P=0$ ，N点为虚地。
- ❖ 属于多端输入的**电压并联负反馈电路**。
利用 $v_P=0$ ， $i_P=0$ 和 $v_P=0$ 的概念，对反相输入节点可写出下面的方程式：

$$\frac{v_{S1} - v_I}{R_1} + \frac{v_{S2} - v_I}{R_2} = \frac{v_I - v_O}{R_f}$$

$$-v_O = \frac{R_f}{R_1} v_{S1} + \frac{R_f}{R_2} v_{S2}$$



若 $R_1=R_2=R_f$

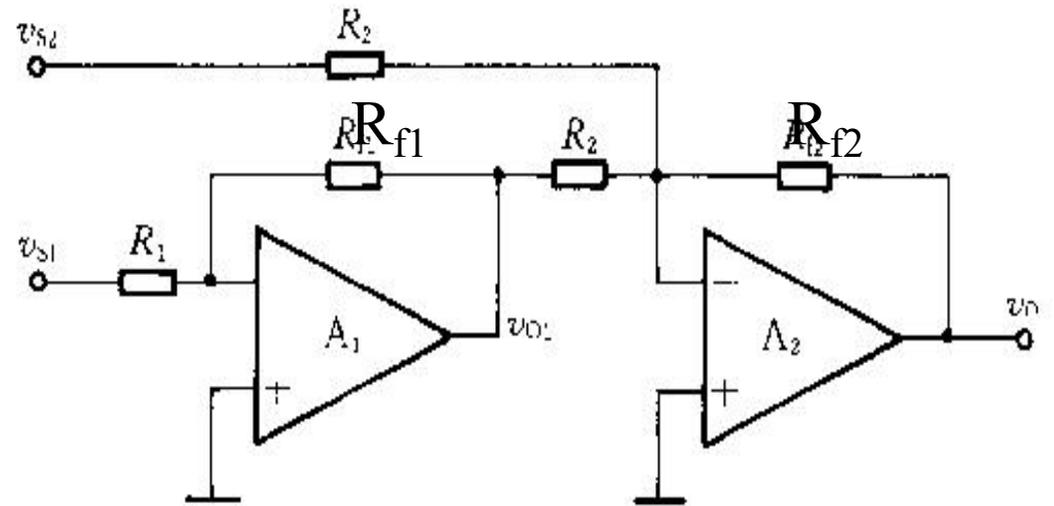
$$-v_O = v_{S1} + v_{S2}$$

减法电路 (一)

- ❖ 利用反相信号求和，实现减法运算。
- ❖ 第一级为反相比例放大电路，若 $R_{f1} = R_1$ ，则 $v_{O1} = -v_{S1}$ 。
- ❖ 第二级为反相加法电路，则可导出

$$v_o = -\frac{R_{f2}}{R_2} (v_{O1} + v_{S2}) = \frac{R_{f2}}{R_2} (v_{S1} - v_{S2})$$

$$R_2 = R_{f2} \quad v_o = v_{S1} - v_{S2}$$



- ❖ 由于出现虚地，放大电路没有共模信号，故允许 v_{S1} 、 v_{S2} 的共模电压范围较大，且输入阻抗较低。

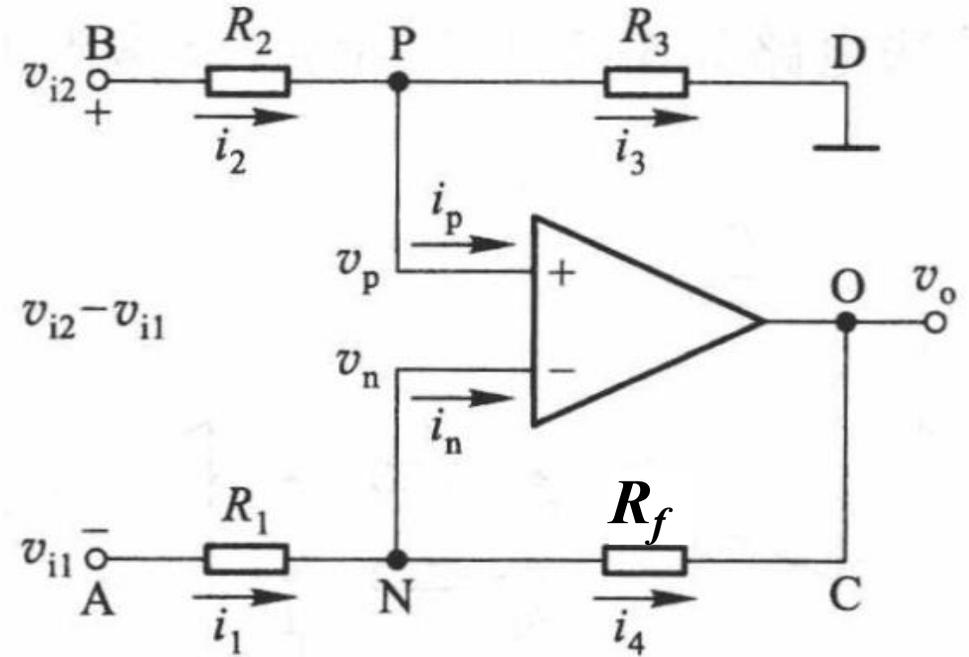
减法电路 (二)

- ❖ 利用差分式电路以实现减法运算。
- ❖ 电路的反相输入和同相输入相结合。
在理想运放的情况下，有 $v_P = v_N$ ，伴随 $v_f = 0$ ，也有 $i_f = 0$

取
$$\frac{v_{i1} - v_N}{R_1} = \frac{v_N - v_O}{R_f} \quad \frac{v_{i2} - v_P}{R_2} = \frac{v_P - 0}{R_3}$$

$$v_O = \left(\frac{R_1 + R_f}{R_1} \right) \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) v_{i2} - \frac{R_f}{R_1} v_{i1}$$

$$\frac{R_f}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} \quad v_O = \frac{R_f}{R_1} (v_{i2} - v_{i1})$$



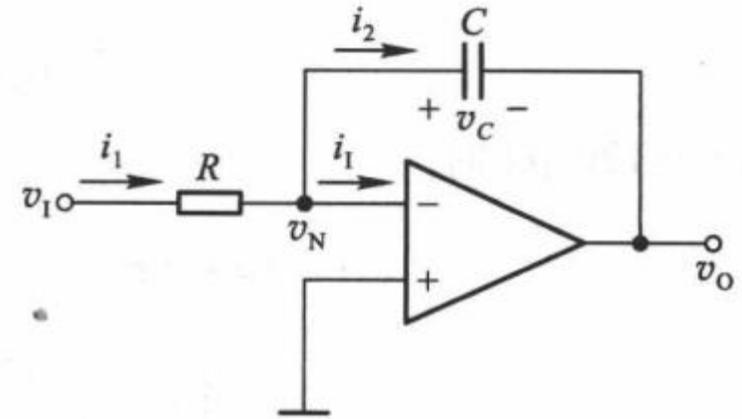
由于存在共模电压，需选用共模抑制比较高的集成运放来保证运算精度。

积分电路

- ❖ 利用虚地的概念： $v_f=0$ ， $i_f=0$ ，有 $i_1=i_2=i$ ，电容 C 以电流 $i=v_f/R$ 进行充电。
- ❖ 设电容器 C 初始电压为零，则

$$v_N - v_O = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int i_1 dt = \frac{1}{C} \int \frac{v_I}{R} dt$$

$$v_O = -\frac{1}{RC} \int v_I dt$$



- ❖ 当输入信号 v_I 为阶跃电压时，在它的作用下，电容将以近似恒流方式进行充电，输出电压 v_O 与时间 t 成近似线性关系。

$$v_O \approx -\frac{V_I}{RC} t = -\frac{V_I}{\tau} t$$

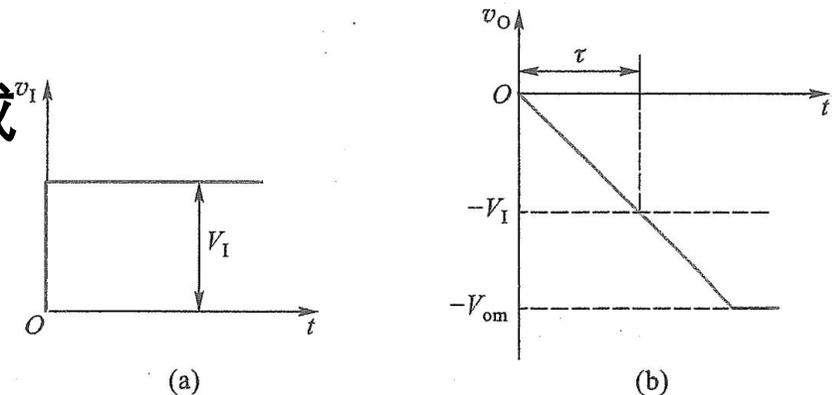


图 2.4.8 积分电路的阶跃响应

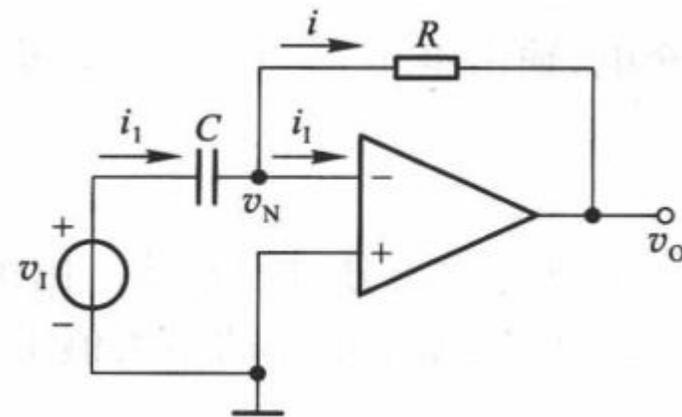
(a) 输入电压波形 (b) 输出电压波形

微分电路

- ❖ 将积分电路中的电阻和电容元件对换位置，并选取比较小的时间常数 RC ，即为微分电路。
- ❖ 由于存在虚地， $v_f=0$ ， $i_f=0$ ，因此有 $i_1=i_2=i$ 。
- ❖ 设当 $t=0$ 时，电容器 C 的初始电压 $v_C=0$ ，当信号电压 v_i 接入后，

$$i = C \frac{dv_1}{dt}$$
$$v_N - v_O = iR = RC \frac{dv_1}{dt} \quad -v_O = RC \frac{dv_1}{dt}$$

- ❖ 即输出电压正比于电压对时间的微商。



微分电路

❖ 当输入电压 v_s 阶跃信号时，考虑到信号源总存在内阻，在 $t=0$ 时，输出电压 v_o 为一个有限值。随着电容器 C 的充电，输出电压 v_o 将逐渐地衰减，最后趋近于零。

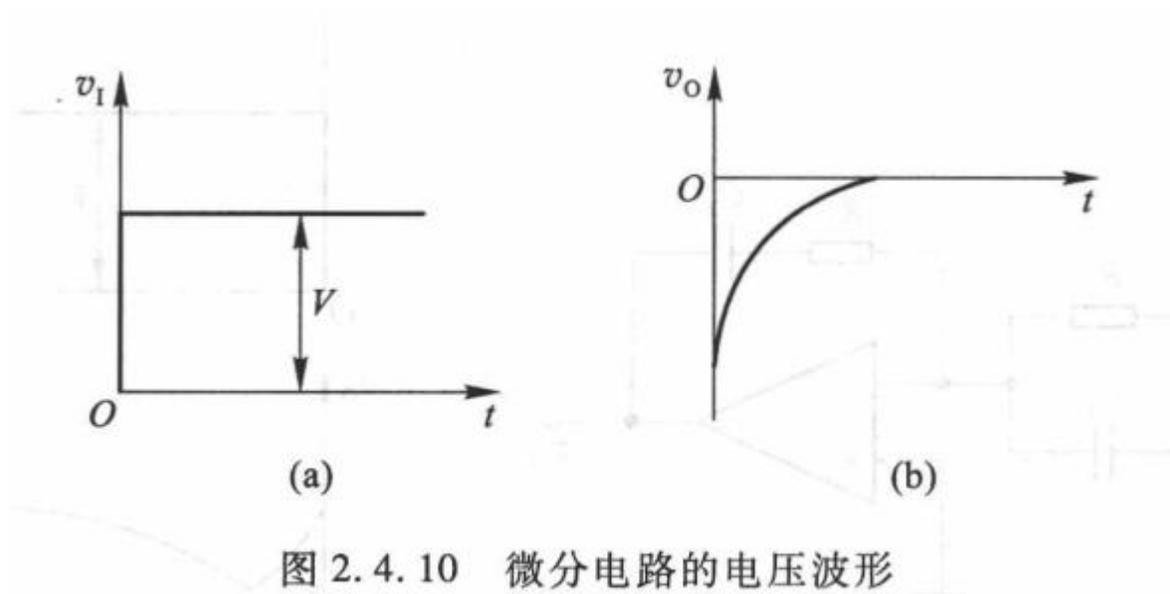


图 2.4.10 微分电路的电压波形

(a) 输入电压 v_1 (b) 输出电压 v_o



§ 2-3 对数和反对数运算电路

- 对数、反对数运算电路与加、减、比例等运算电路的组合，能实现乘、除和不同阶次的幂(非线性)等函数的运算，因此对数、反对数运算电路得到广泛的应用。
- 对数运算电路和反对数运算电路利用半导体PN结的指数型V-I特性实现。

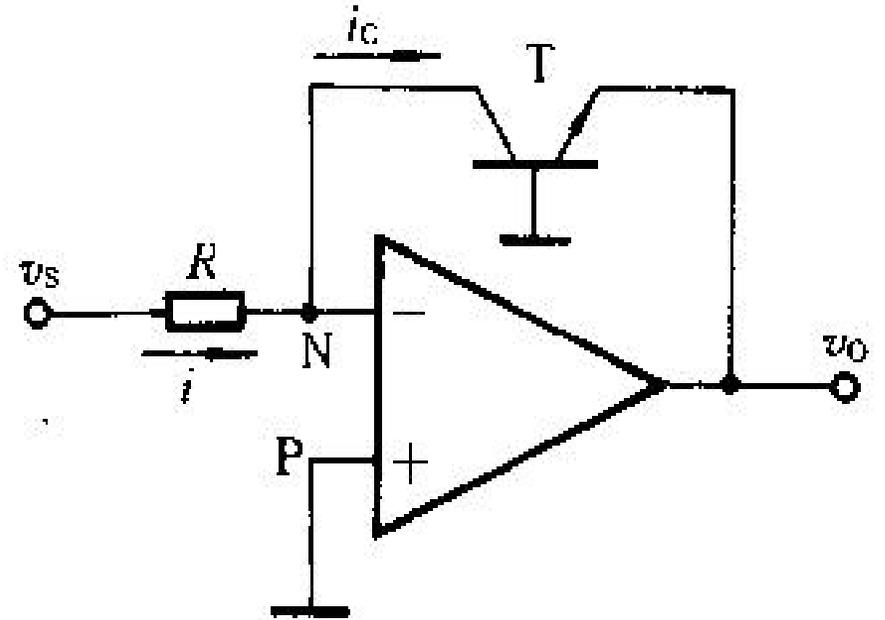
对数运算电路

❖ 如使BJT的 $V_{CB} > 0$ (但接近于零), $V_{BE} > 0$, 则在一个相当宽广的范围内, 集电极电流 i_C 与基-射极电压 V_{BE} 之间具有较为精确的对数关系。它与PN结的理想 $V-I$ 特性方程相同:

$$i_C \approx i_E = I_{ES} \left(e^{v_{BE}/V_T} - 1 \right) \approx I_{ES} e^{v_{BE}/V_T}$$

$$v_{BE} = V_T \ln \frac{i_C}{I_{ES}} \quad i = i_C = \frac{v_S}{R}$$

$$v_O = -v_{BE} = -V_T \ln \frac{i_C}{I_{ES}} = -V_T \ln \frac{v_S}{R} + V_T \ln I_{ES}$$



❖ 输出和输入电压成对数关系, 输出幅值不能超过 $0.7V$ 。

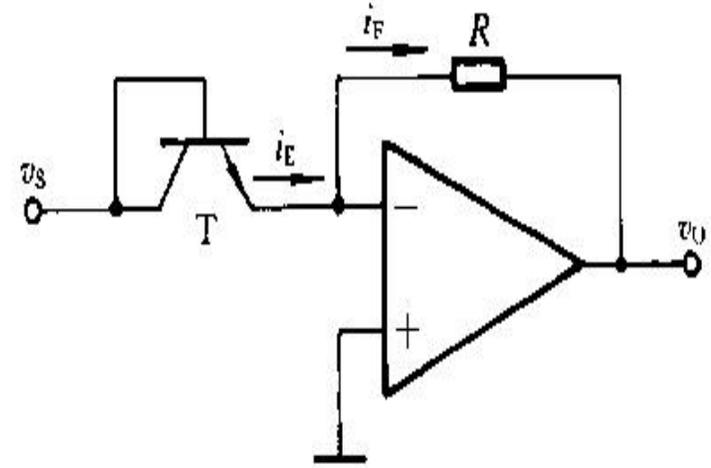


反对数运算电路

- ❖ 如将对数放大电路中的 R 与 BJT 的位置互换，便得到反对数的电路。
- ❖ 考虑到 $v_{BE} \approx v_S$ ，同样利用 BJT 的 $i_C - v_{BE}$ 关系，可得

$$i_F \approx i_E = I_{ES} e^{v_S/V_T}$$

$$v_O = -i_F R = -I_{ES} e^{v_S/V_T} R$$

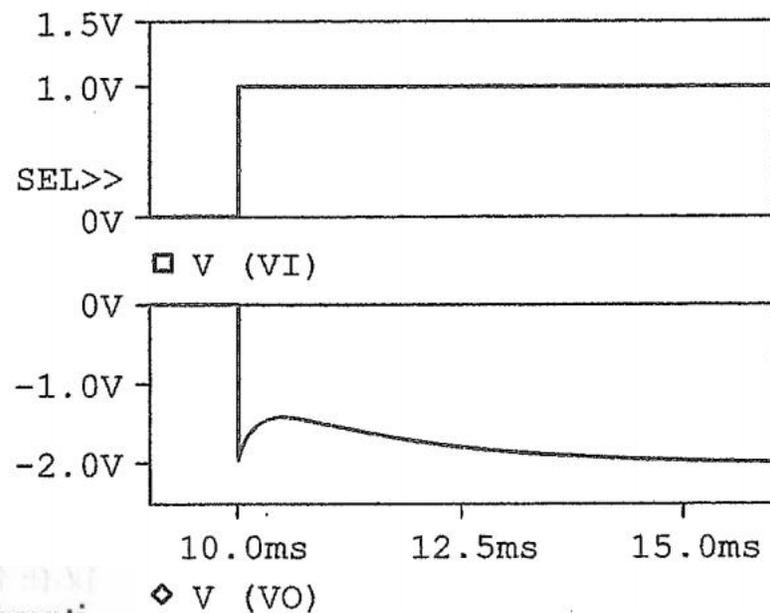
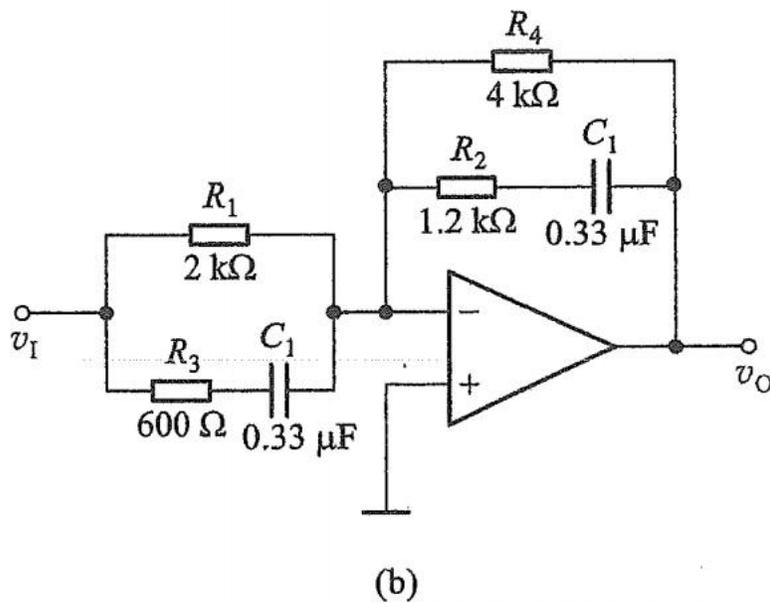
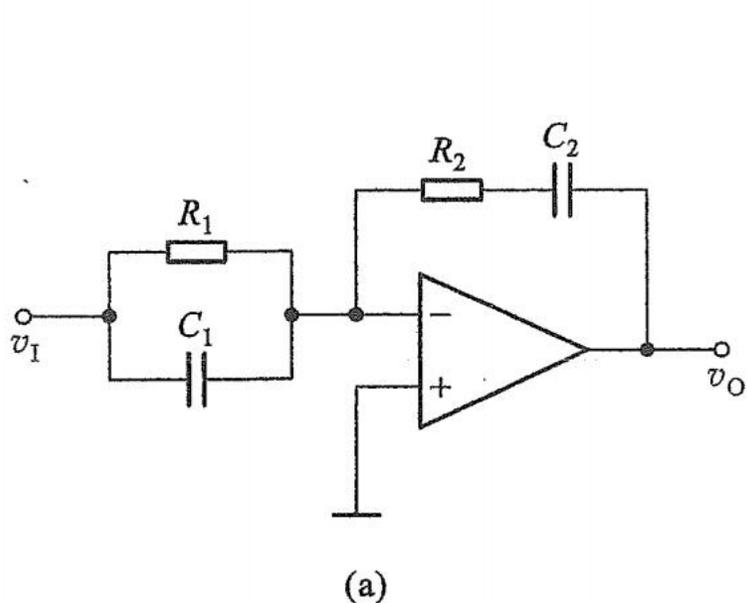




例如,图 2.4.13a 所示是一种比较复杂的运算电路,它的频域传递函数为

$$A(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = - \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{\frac{R_1}{sC_1} \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} \right)} = - \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1 + \frac{1}{sR_1C_2} \right) \quad (2.4.27)$$

式中右侧括号内第一、二两项表示比例运算;第三项表示微分运算,第四项表示积分运算^①。
即,该电路实现了比例-积分-微分(PID)运算。



在自动控制系统中,比例-积分-微分运算经常用来组成 PID (Proportional-Integral-Differenti-al) 调节器。在常规调节中,比例运算常用作放大,积分运算常用来提高调节精度,而微分运算则用来加速过渡过程。

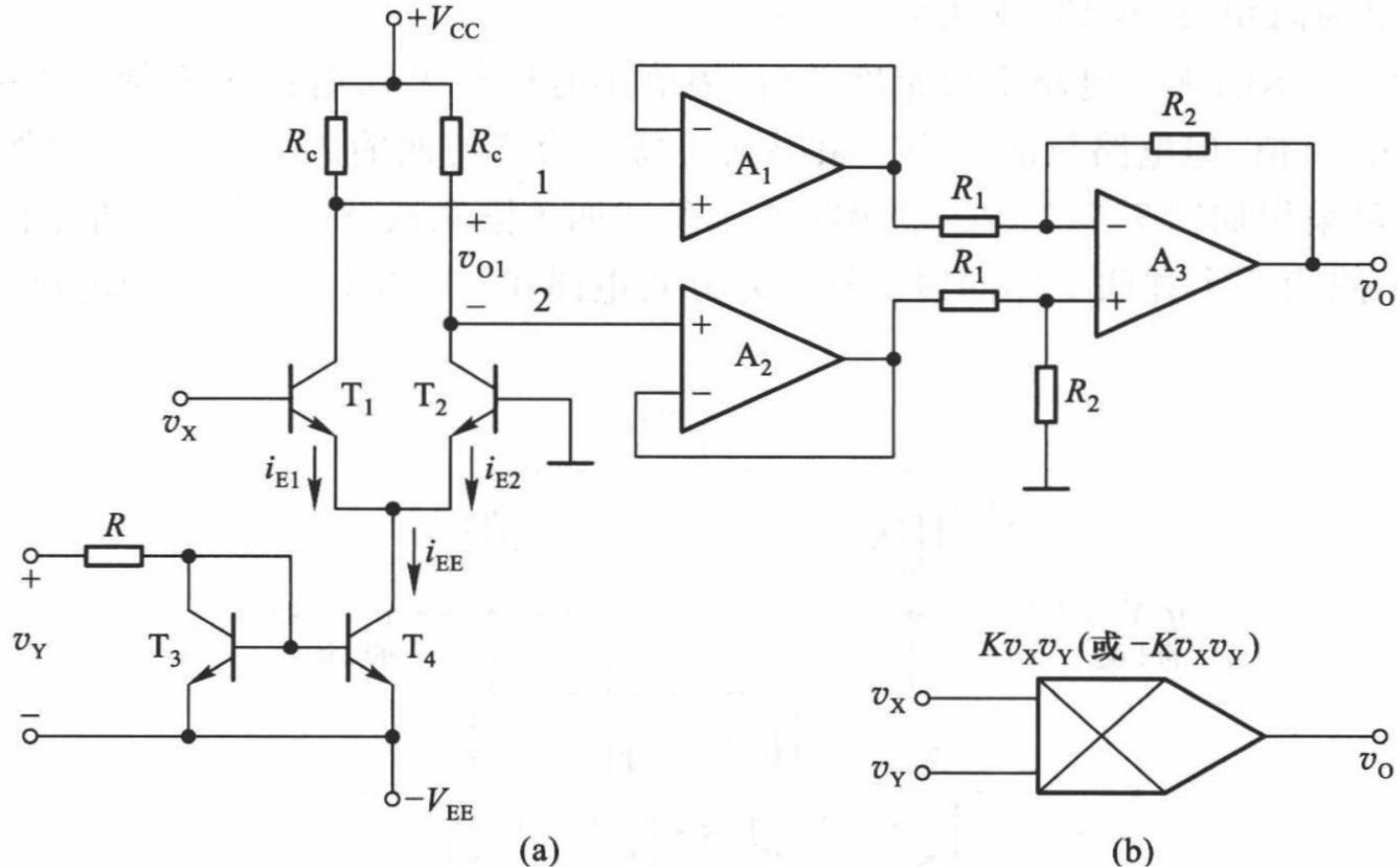


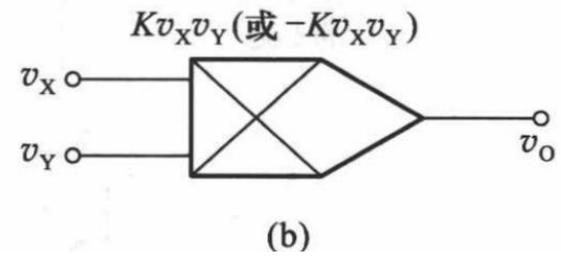
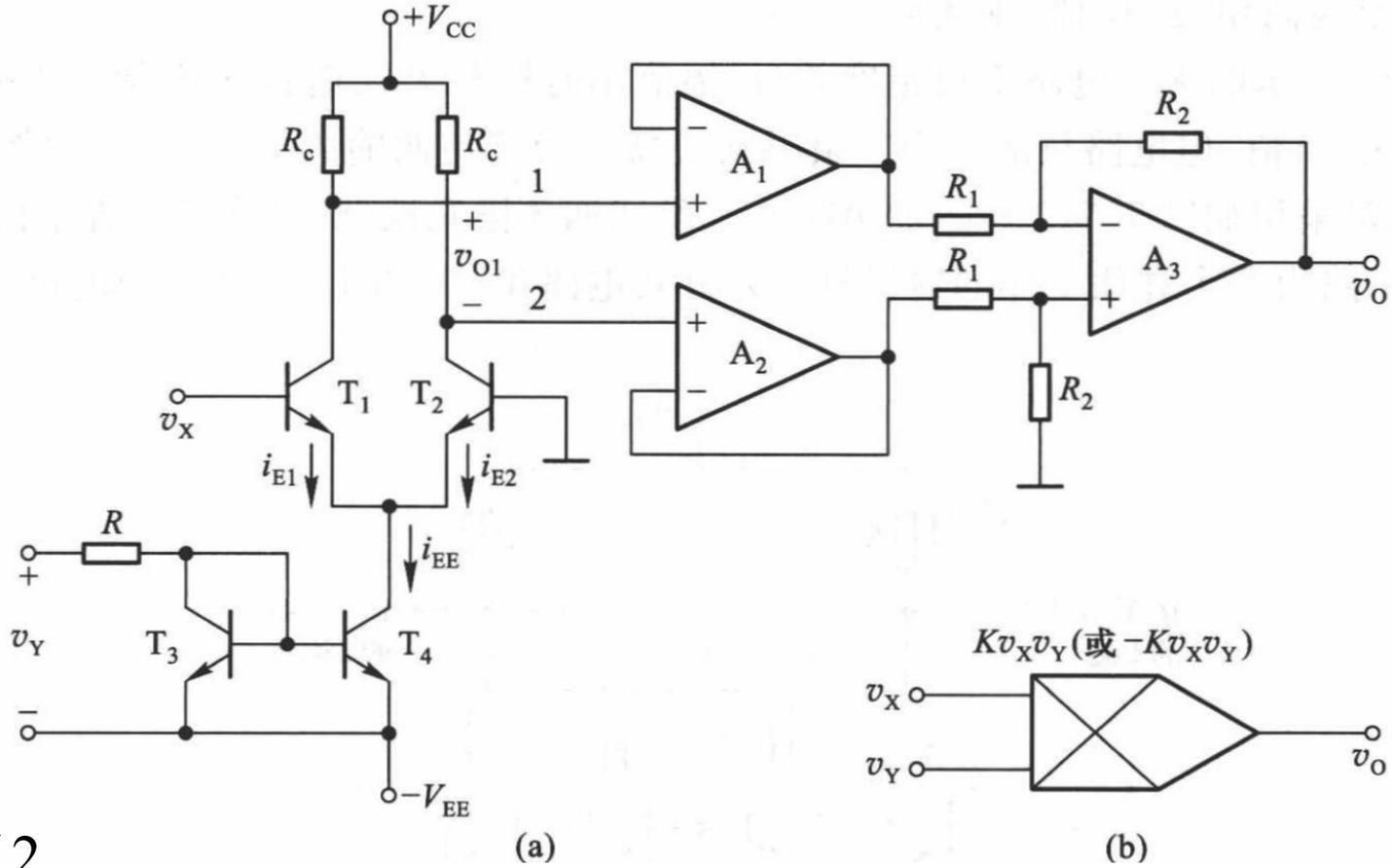
§ 2-4 模拟乘法器

- 在对数和反对数运算的基础上，可以把乘法和除法的运算化简为对数的加法和减法运算，再进行反对数运算就可以实现乘、除运算的目的。

§ 7-5 变跨导式模拟乘法器 (第七章)

• 1. 工作原理(二象限乘法器)





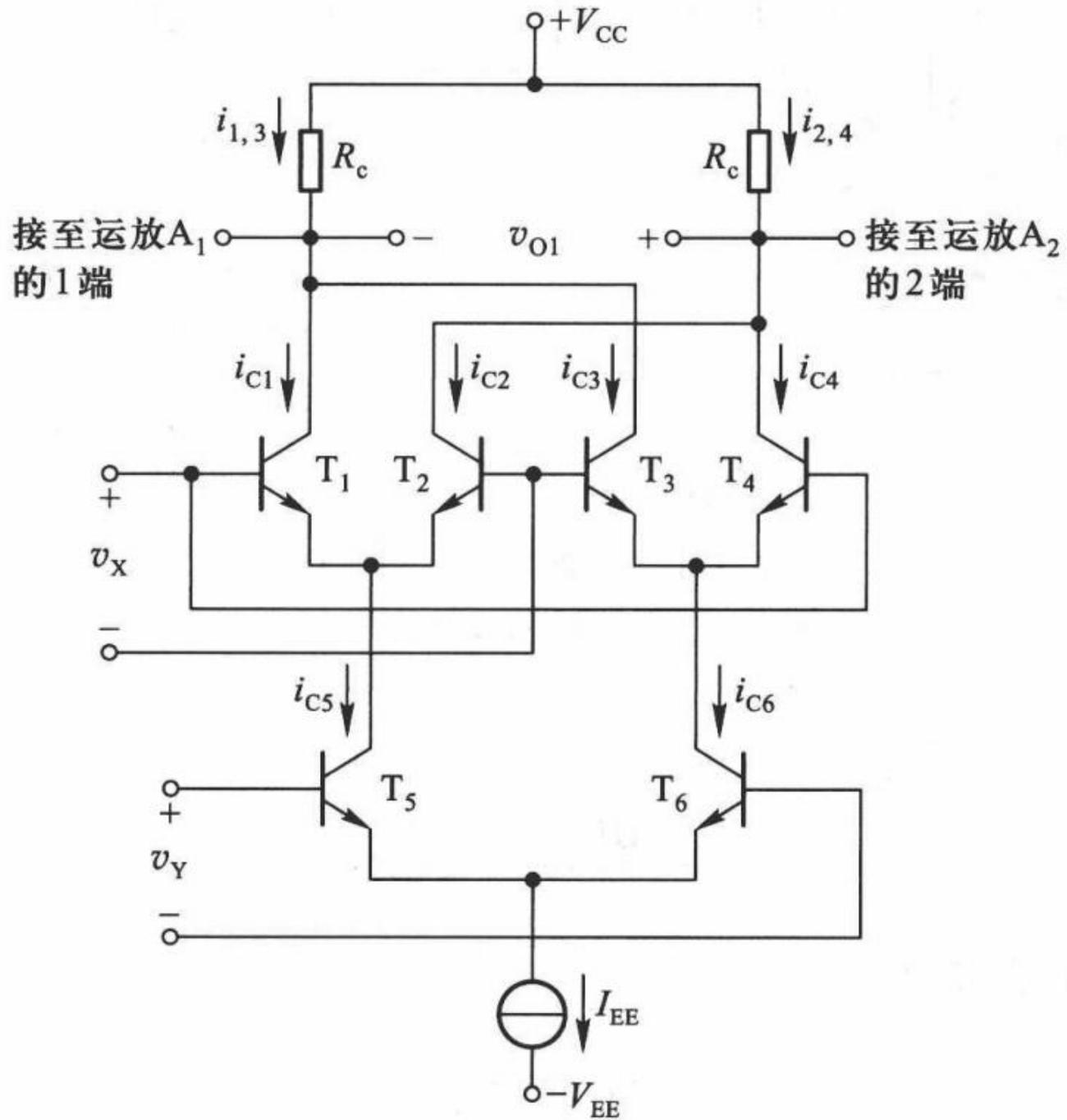
$$v_{O1} = -\frac{\beta R_C}{r_{be}} v_X = -g_m R_C v_X$$

$$g_m = \frac{\beta}{r_{be}} = \frac{\beta_0}{(1 + \beta_0) \frac{V_T}{I_{EQ}}} \approx \frac{I_{EQ}}{V_T} = \frac{I_{E1}}{V_T} = \frac{I_{EE}/2}{V_T}$$

当 $v_y \gg V_{be}$ 时, 有 $I_{EE} = \frac{v_y}{R}$

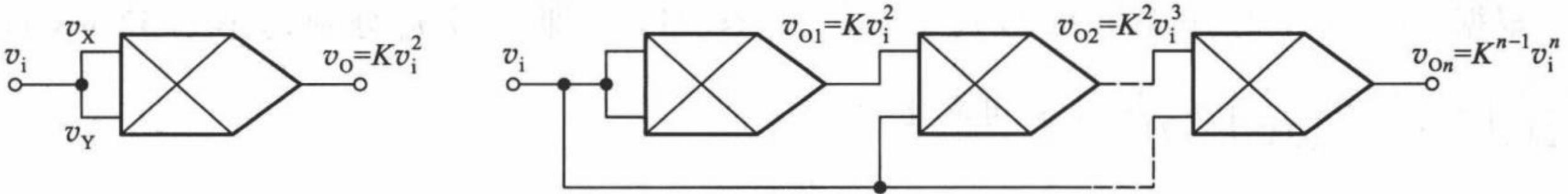
$$\therefore v_{O1} = -g_m R_C v_X = -\frac{I_{EE} R_C}{2V_T} v_x = -\frac{R_C}{2R V_T} v_x v_y = -k v_x v_y$$

变跨导



四象限乘法器

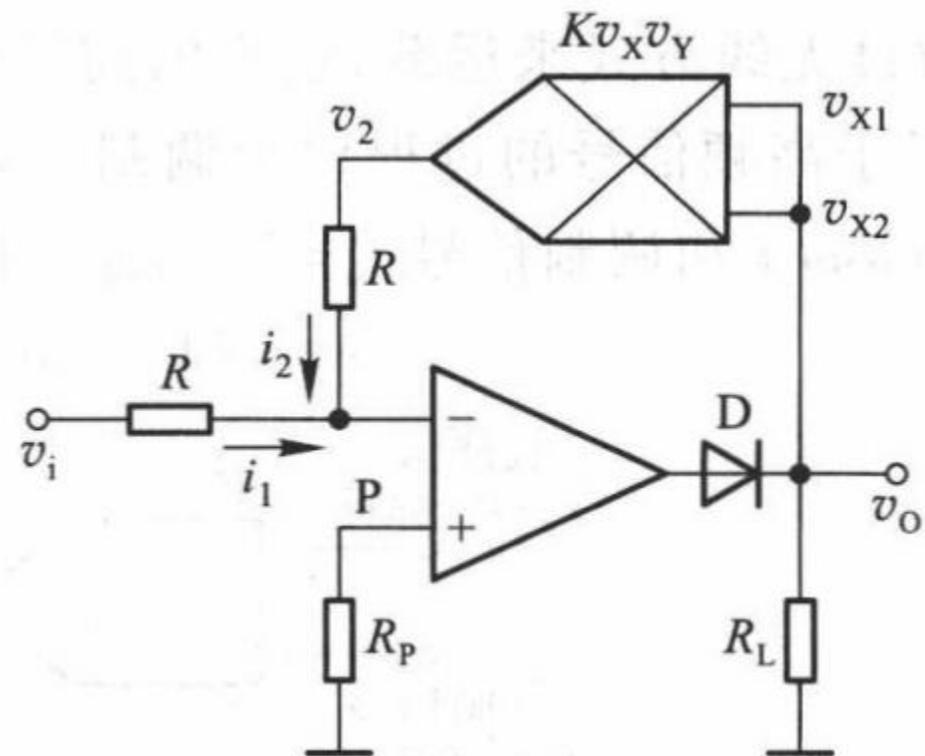
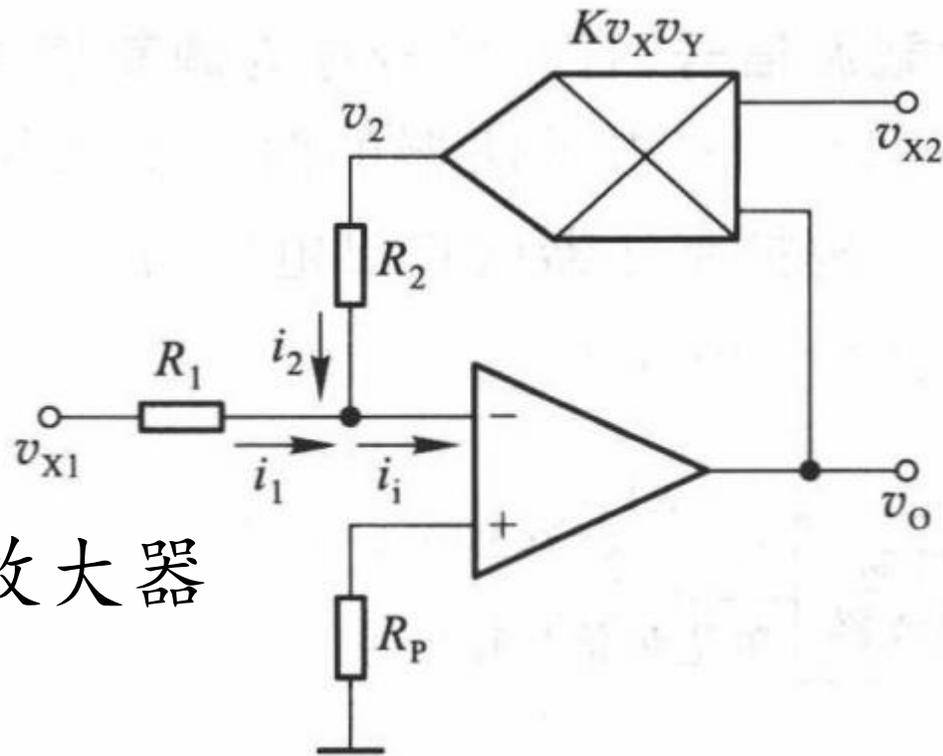
2. 模拟乘法器应用



- 乘方电路

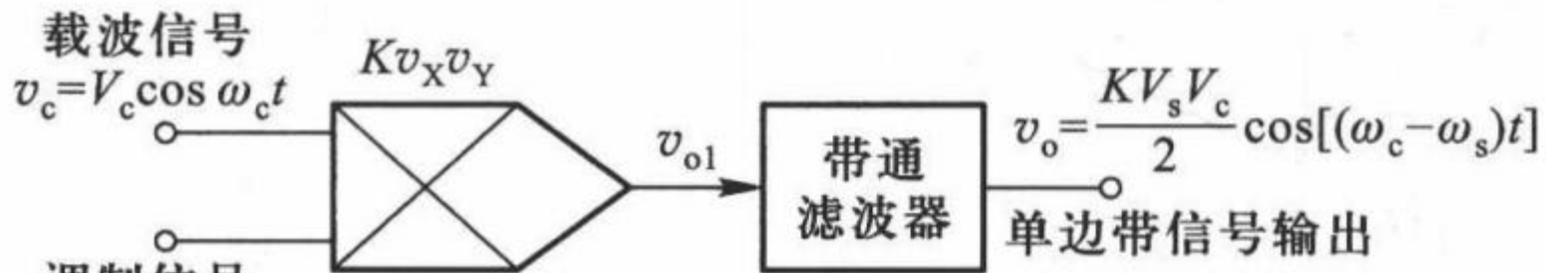
- 除法电路

- 增益可控放大器

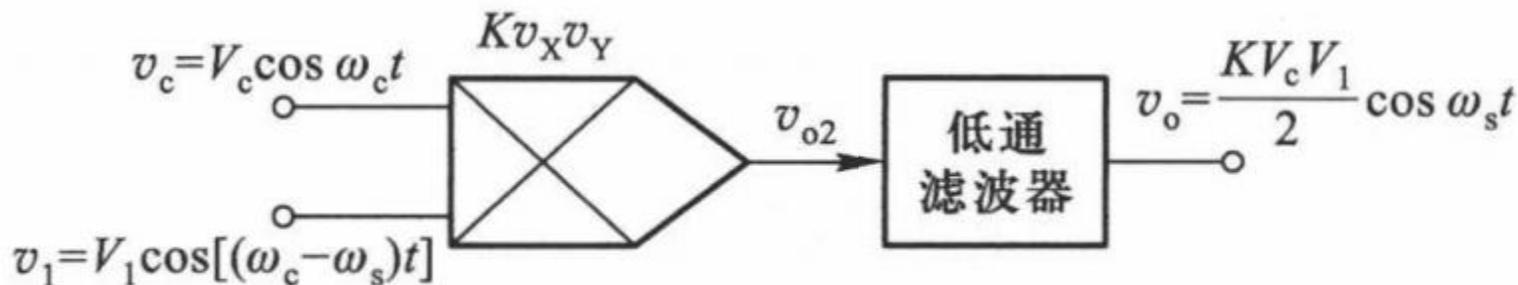




调制/解调



$$v_{o1} = \frac{KV_c V_s}{2} \{ \cos[(\omega_c + \omega_s)t] + \cos[(\omega_c - \omega_s)t] \}$$



$$v_{o2} = \frac{KV_c V_1}{2} \{ \cos \omega_s t + \cos[(2\omega_c - \omega_s)t] \}$$



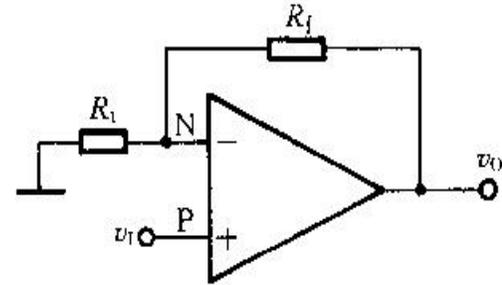
§ 2-2 运算放大器运算电路的误差分析

- 在前面讨论的基本运算电路中，认为运放是理想的，实际上的集成运放并非如此。
- 由于 K_{CMR} 为有限值，除 A_{V0} 、 r_i 趋向无限大、 r_o 接近于零等所产生的运算误差在工程上可以忽略外， V_{I0} 、 I_{I0} 、 I_{IB} 、 $\Delta V_{\text{I0}}/\Delta T$ 和 $\Delta I_{\text{I0}}/\Delta T$ 等并不为零，这样必将在运算电路的输出端产生误差，并与有用信号混合在一起，直接影响运算电路的运算精度。

- $$K_{\text{CMR}} = |A_{\text{VD}}/A_{\text{VC}}| \quad (2.1.11)$$

共模抑制比 K_{CMR} 为有限值的情况

- 以同相运算放大电路为例。



$$v_P = v_I \quad v_N = v_O \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

$$v_{IC} = \frac{v_P + v_N}{2} = \frac{v_I}{2} + \frac{v_O}{2} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_f} \right) \quad v_{ID} = v_P - v_N = v_I - v_O \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

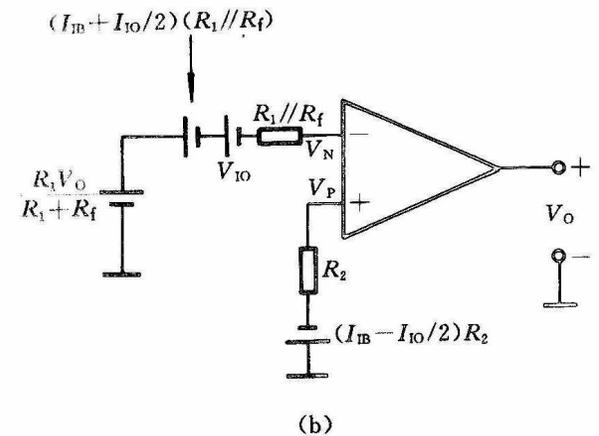
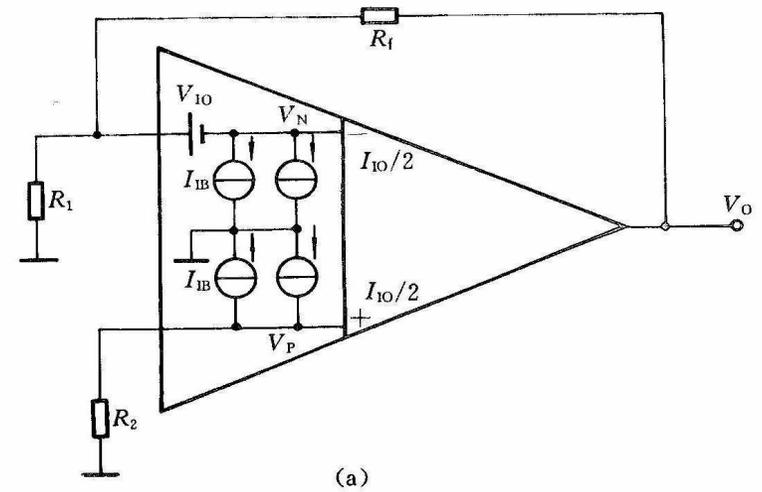
$$v_O = A_{VD}v_{ID} + A_{VC}v_{IC}$$

$$A_{VF} = \frac{v_O}{v_I} = \frac{A_{VD} + \frac{1}{2}A_{VC}}{1 + A_{VD} \frac{R_1}{R_1 + R_f} - \frac{A_{VC}}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_f}} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \frac{1 + \frac{1}{2K_{CMR}}}{1 + \frac{(R_1 + R_f)/R_1}{A_{VD}} - \frac{1}{2K_{CMR}}}$$

❖ A_{VD} 和 K_{CMR} 越大, A_{VF} 越接近理想情况下的值。

输入失调电压、输入失调电流不为零

- 输入失调电压 V_{I0} 、输入失调电流 I_{I0} 不为零时，运算电路的输出端将产生误差电压。
- 设实际运放的等效电路如图的大三角符号。
- 假设运放的开环电压增益 A_{V0} 和输入电阻 r_i 均趋近于无限大，外电阻 $R_2=R_1 \parallel R_f$ 。利用戴维南定理可得两输入端的等效电压和等效电阻，如图b所示。



输入失调电压、输入失调电流不为零

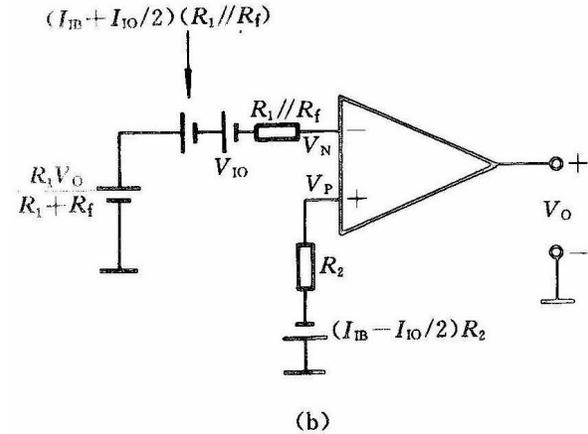
• 同相输入

$$V_P = -\left(I_{IB} - \frac{I_{IO}}{2}\right)R_2$$

偏置电流

• 反相输入

$$V_N = V_O \frac{R_1}{R_1 + R_f} - \left(I_{IB} + \frac{I_{IO}}{2}\right)(R_1 \parallel R_f) - V_{IO}$$



• 因 $A_{V0} \rightarrow \infty$, 有 $V_P \approx V_N$, 可求的由 V_{IO} 、 I_{IO} 和 I_{IB} 引起的输出误差为

当

$$V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \left[V_{IO} + I_{IB}(R_1 \parallel R_f - R_2) + \frac{1}{2} I_{IO}(R_1 \parallel R_f + R_2) \right]$$

$$R_2 = R_1 \parallel R_f$$

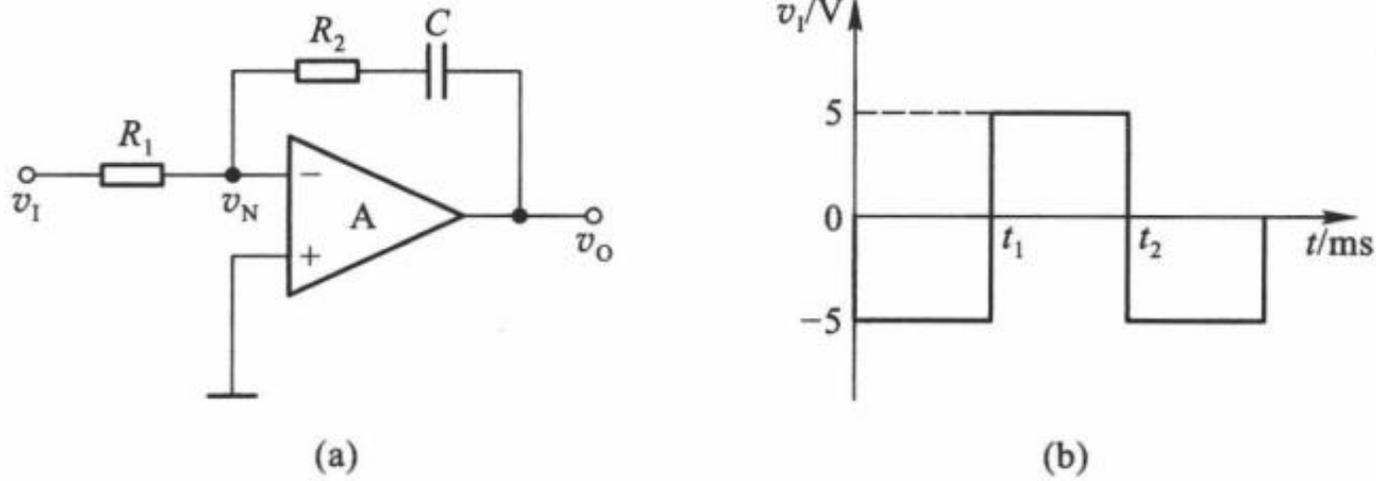
$$V_O = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) (V_{IO} + I_{IO}R_2)$$

($1 + R_f/R_1$) 和 R_2 越大, V_{IO} 和 I_{IO} 引起的输出误差电压也越大。

作业

- 第七版：习题二
- 2.3.2, 2.4.12, 2.4.2, 2.4.7, 2.4.15, 加下题：

2.4.15 电路如图题 2.4.15a 所示, A 为理想运放, 当 $t=0$ 时, 电容器 C 的初始电压 $v_c(0) = 0$ 。(1) 写出电路的电压增益 $A_v(s) = V_o(s)/V_i(s)$ 的表达式; (2) 若输入电压 v_i 为一方波, 如图题 2.4.15b 所示, 试画出 v_o 稳态时的波形。



图题 2.4.15

(a) 电路 (b) 输入电压 v_i 的波形