第二章 网孔分析和节点分析

梁福田 ftliang@ustc.edu.cn

2024.3.8

前情提要

- 集总电路、关联参考方向
- 回路、网孔、节点
- KCL、KVL
- 欧姆定律(电阻)、电容、电感
- 电流源、电压源、受控源
- 分压、分流
- 两类约束，2b法，1b法

- (1)设电路的节点数为n，则独立的KCL方程为(n-1)个，且为任意的(n-1)。
- (2)对于一个包含b条支路平面电路有[b-(n-1)]个网孔，所列的[b-(n-1)]个网孔的KVL方程是独立的。
- n：节点数，
- n-1：独立KCL方程
- b：支路数
- b-(n-1)：网孔数、独立KVL方程

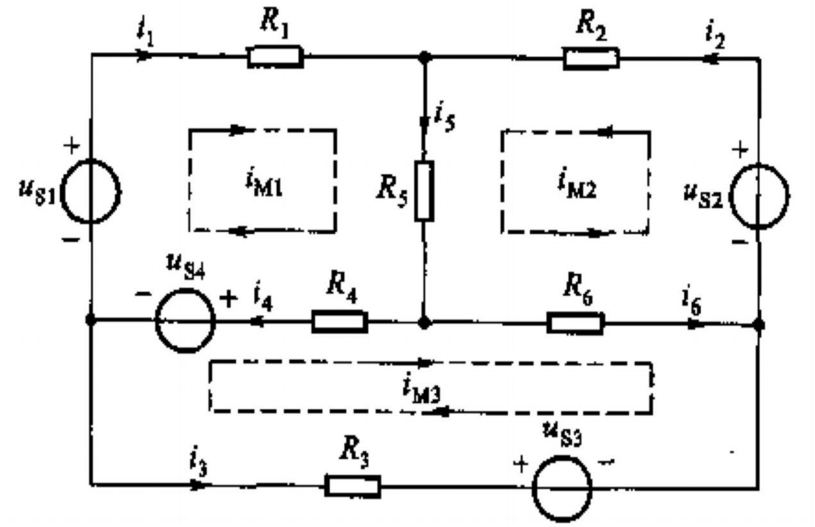
§2-1 网孔分析（法）

- 在n个节点的电路中，b个支路电流是用(n-1)个KCL方程联系的，因而，给定[b-(n-1)]个电流即能确定余下的(n-1)个电流。
- 第一步求解的对象必须为[b-(n-1)]个独立电流变量。
- 第二步用KCL解决(n-1)个电流，使问题得到完全解决。
- 使用网孔电流可以得到一组完备的独立电流变量。

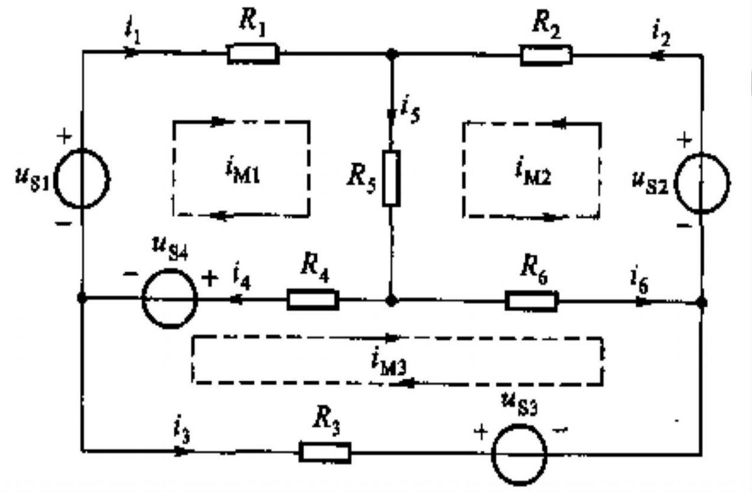
网孔电流：一种沿着网孔边界流动的假想电流。

网孔电流

- 一个平面电路共有[b-(n-1)]个网孔，因而也有[b-(n-1)]个网孔电流。
- 网孔电流可作为电路的一组独立电流变量。
- 电路中所有的支路电流都可以用网孔电流线性表示。



网孔方程



- 网孔电流不能用KCL相联系，但能根据KVL及支路VCR为每一个网孔列写一个KVL方程，方程中的支路电压可以通过欧姆定律用网孔电流来表示。

$$\left.\begin{aligned} R_1 i_{M1} + R_5 i_{M1} + R_5 i_{M2} + R_4 i_{M1} - R_4 i_{M3} + u_{S4} - u_{S1} = 0 \\ R_2 i_{M2} + R_5 i_{M2} + R_5 i_{M1} + R_6 i_{M2} + R_6 i_{M3} + u_{S2} = 0 \\ R_3 i_{M3} + R_4 i_{M3} - R_4 i_{M1} + R_6 i_{M3} + R_6 i_{M2} - u_{S4} - u_{S3} = 0 \end{aligned}\right\}$$

- 整理得

$$\left.\begin{aligned} (R_1 + R_4 + R_5) i_{M1} + R_5 i_{M2} - R_4 i_{M3} = u_{S1} - u_{S4} \\ R_5 i_{M1} + (R_2 + R_5 + R_6) i_{M2} + R_6 i_{M3} = u_{S2} \\ -R_4 i_{M1} + R_6 i_{M2} + (R_3 + R_4 + R_6) i_{M3} = u_{S3} + u_{S4} \end{aligned}\right\}$$

网孔方程一般表达式

$$\left.\begin{aligned}R_{11}i_{M1}+R_{12}i_{M2}+R_{13}i_{M3}&=u_{S11}\\R_{21}i_{M1}+R_{22}i_{M2}+R_{23}i_{M3}&=u_{S22}\\R_{31}i_{M1}+R_{32}i_{M2}+R_{33}i_{M3}&=u_{S33}\end{aligned}\right\}$$

- R_{11}、R_{22}、R_{33}分别称为网孔1、网孔2和网孔3的自电阻。它们分别是各自网孔内所有电阻的总和。
- R_{12}称为网孔1与网孔2的互电阻。是两网孔的共有电阻，即$R_{12}=R_5$。
- R_{13}称为网孔1与网孔3的互电阻，它取负值，即$R_{13}=-R_4$，因为i_{M1}和i_{M3}以相反的方向流过共有电阻R_4。
- 其他电阻类推。
- u_{s11}、u_{s22}和u_{s33}分别为网孔1、网孔2、网孔3中各电~~压~~源电压升的代数和。

m个网孔的电路网孔方程

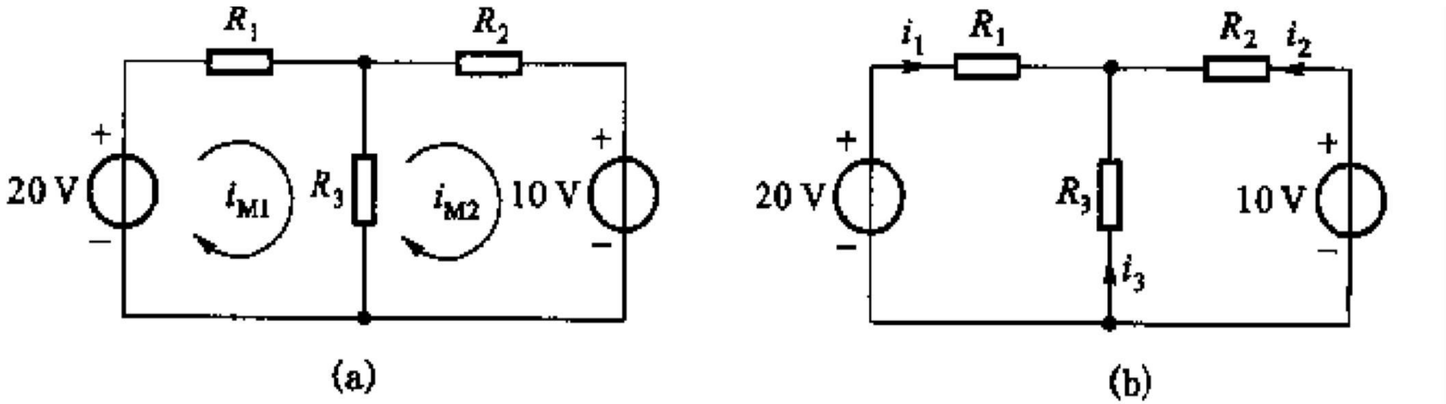
- 具有m个网孔的电路，网孔方程的形式应为：

$$\left.\begin{array}{l} R_{11}i_{M1}+R_{12}i_{M2}+\ldots+R_{1m}i_{Mm}=u_{S11} \\ R_{21}i_{M1}+R_{22}i_{M2}+\ldots+R_{2m}i_{Mm}=u_{S22} \\ \ldots\ldots \\ R_{m1}i_{M1}+R_{m2}i_{M2}+\ldots+R_{mm}i_{Mm}=u_{S33} \end{array}\right\}$$

例 2-1

用网孔分析法求解电路的各支路电流。

已知R_1=5Ω、R_2 = 10Ω、R_3 = 20Ω。



解　该电路有2个网孔，假设每一个网孔内网孔电流为i_{M1}和i_{M2}, 并假定它们都是顺时针方向。

第一网孔的自电阻：$R_{11} = R_1 + R_3 = 25\Omega$

第一和第二网孔的互电阻：$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -20\Omega$

第二网孔的自电阻：$R_{22} = R_2 + R_3 = 20\Omega$

解答

电源（升压为正，降压为负）：

$$u_{S11} = 20V$$

$$u_{S22} = -10V$$

网孔方程为：

$$25i_{M1} - 20i_{M2} = 20$$

$$-20i_{M1} + 30i_{M2} = -10$$

各支路电流：

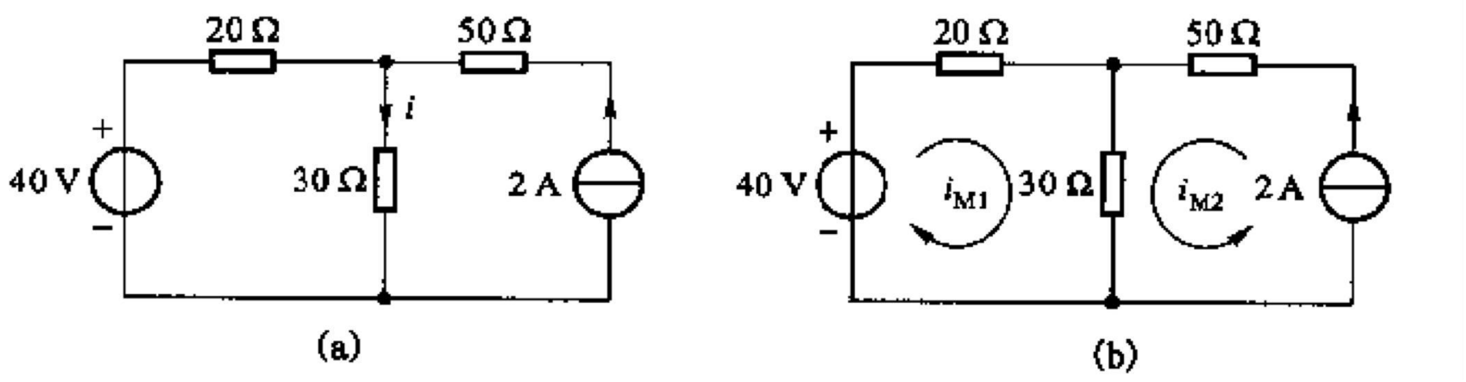
$$i_1 = i_{M1}$$

$$i_2 = -i_{M2}$$

$$i_3 = i_{M2} - i_{M1}$$

例 2-2 含电流源情况

试求流经30Ω电阻的电流i。



解　电路含有电流源，其支路电流即为电流源的电流值，因此，流经50Ω电阻的电流等于2A，i_{M2} 按电流源的方向，i_{M2}=2A。只要列出网孔1的方程即可。

$$50i_{M1} + 30i_{M2} = 40$$

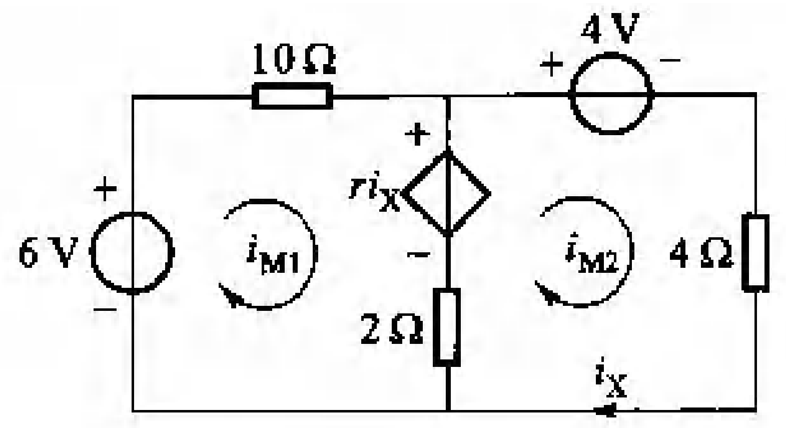
$$i = i_{M1} + i_{M2}$$

例 2-3 含受控源情况

用网孔法求含受控源电路中的i_X(r=8Ω)。

解　先把受控源当作独立源，按照规则写出网孔方程，再把受控源的控制量用网孔电流表示：

$$12i_{M1} - 2i_{M2} = 6 - ri_X$$
$$-2i_{M1} + 6i_{M2} = -4 + ri_X$$
$$i_X = i_{M2}$$



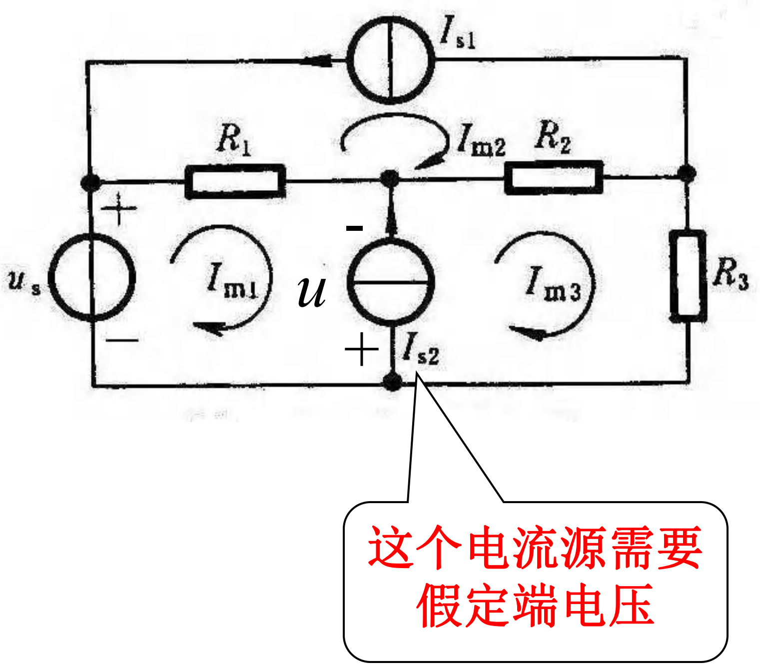
$$12i_{M1} + 6i_{M2} = 6$$
$$-2i_{M1} - 2i_{M2} = -4$$

说明

- 网孔电流不是支路电流，网孔电流在网孔中所有支路上是一样的。
- 在含自电流源的网孔中，电流源的电流值就是网孔电流，因此，可以不再列此网孔方程。
- 对含有受控源的网孔，先将受控源看成独立电源带入网孔方程，再把受控源的控制量用网孔电流表示。

习题 2-2

电路中，若R_1=1Ω、R_2=3Ω、R_3=4Ω、I_{s1}=0、I_{s2}=8A、U_s=24V，试求各网孔电流。



解：因I_{m2}=-I_{s1}为已知，所以不必列出网孔2方程。

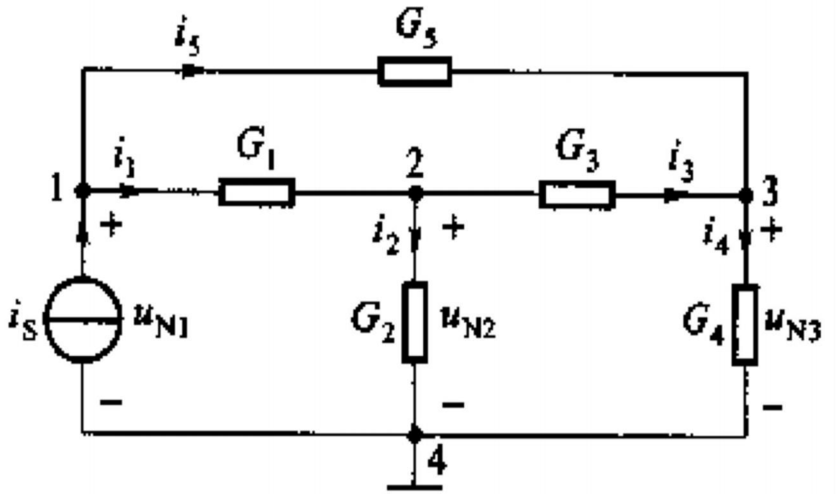
$$R_1 I_{m1} - R_1 I_{m2} = u_S + u$$
$$(R_2 + R_3)I_{m3} - R_2 I_{m2} = -u$$
$$I_{m3} - I_{m1} = I_{S2}$$

代入I_{m2}=0

$$I_{m1} - u = 24$$
$$7I_{m3} + u = 0$$
$$I_{m3} - I_{m1} = 8$$

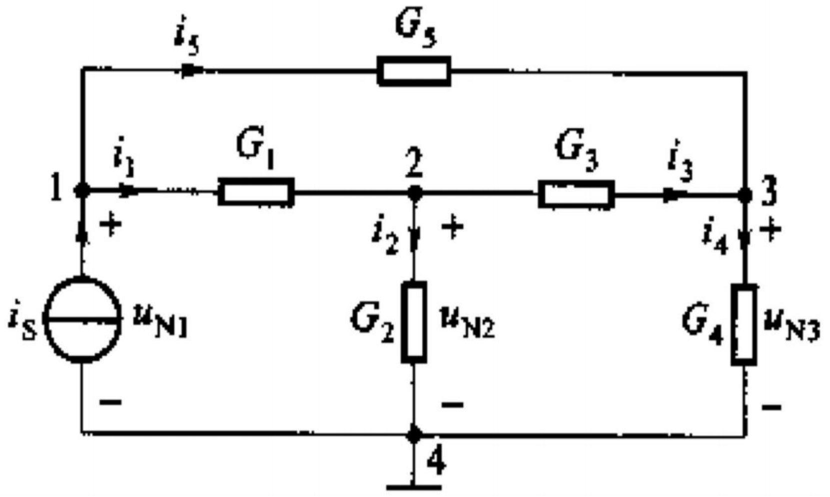
§2-2　节点分析（法）

- 在电路中任选一个节点为参考点，其余的每一节点到参考点的电压降，就称为这个节点的节点电压。
- 节点电压是一组完备的独立电压变量。一个具有n个节点的电路有(n-1)个节点电压。
- 下图所示电路有4个节点，若选节点4为参考节点，则其余3个节点分别对参考节点的电压为u_{N1}、u_{N2}和u_{N3}。



节点电压

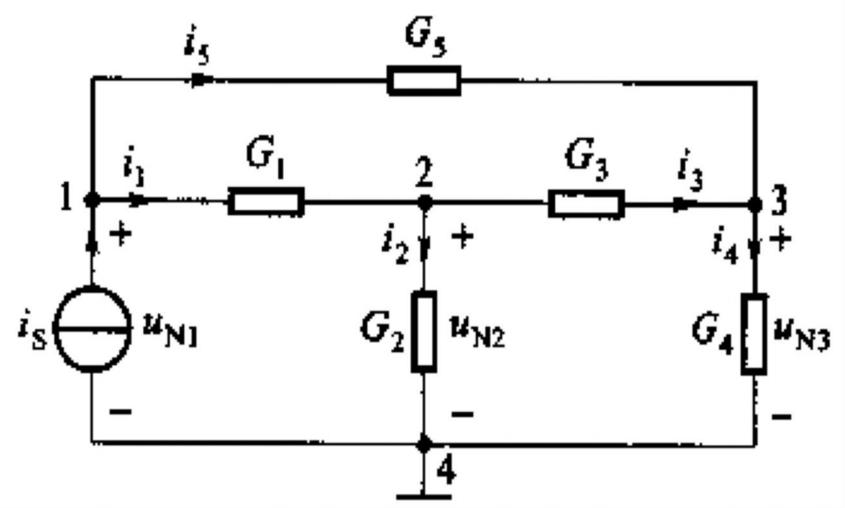
- 电路中所有支路电压都可以用节点电压线性表示。
- 电路中的支路或是接在节点与参考节点之间，或是接在两节点之间。
- 一旦求得了节点电压，所有支路电压就可根据KVL随之而定。
- 节点电压是完备的。



节点方程组

在节点1、2、3运用*KCL*得：

$$\left.\begin{aligned} i_1 + i_5 - i_S &= 0 \\ -i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ -i_3 + i_4 - i_5 &= 0 \end{aligned}\right\}$$



由欧姆定律

$$\left.\begin{aligned} G_1(u_{N1} - u_{N2}) &= i_1 \\ G_2 u_{N2} &= i_2 \\ G_3(u_{N2} - u_{N3}) &= i_3 \\ G_4 u_{N3} &= i_4 \\ G_1(u_{N1} - u_{N3}) &= i_5 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} (G_1 + G_5)u_{N1} - G_1 u_{N2} - G_5 u_{N3} &= i_S \\ -G_1 u_{N1} + (G_1 + G_2 + G_3)u_{N2} - G_3 u_{N3} &= 0 \\ -G_5 u_{N1} - G_3 u_{N2} + (G_3 + G_4 + G_5)u_{N3} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

节点方程组一般形式

- 对于只含独立电源和电阻的电路

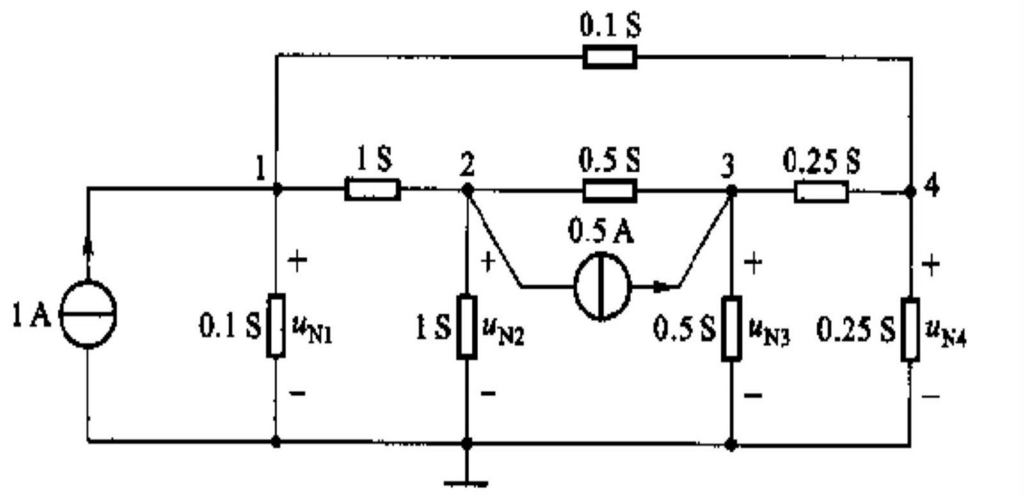
$$\left.\begin{aligned}
G_{11}u_{N1}+G_{12}u_{N2}+\ldots+G_{1(n-1)}u_{N(n-1)}&=i_{S11}\\
G_{21}u_{N1}+G_{22}u_{N2}+\ldots+G_{2(n-1)}u_{N(n-1)}&=i_{S22}\\
&\cdots\cdots\\
G_{(n-1)1}u_{N1}+G_{(n-1)2}u_{N2}+\ldots+G_{(n-1)(n-1)}u_{N(n-1)}&=i_{S(n-1)(n-1)}
\end{aligned}\right\}$$

- G_{ii}称为节点i的自电导，其为第i节点上所有电导的总和。
- G_{12}称为节点1和节点2的互电导，它是该两节点间的共有电导的负值，出现负号是由于u_{N1}及u_{N2}都假定为电压降的缘故。
- i_{sii}分别为电~~流~~源输送给节点1、2、3的电流的代数和。

例 2-7

列出电路的节点方程。

解　该电路共有5个节点，选其中的一个作为参考节点，
设其余4个节点的电压分别为u_{N1}、u_{N2}、 u_{N3}、u_{N4}。



节点1　$$1.2u_{N1} - u_{N2} - 0.1u_{N4} = 1$$

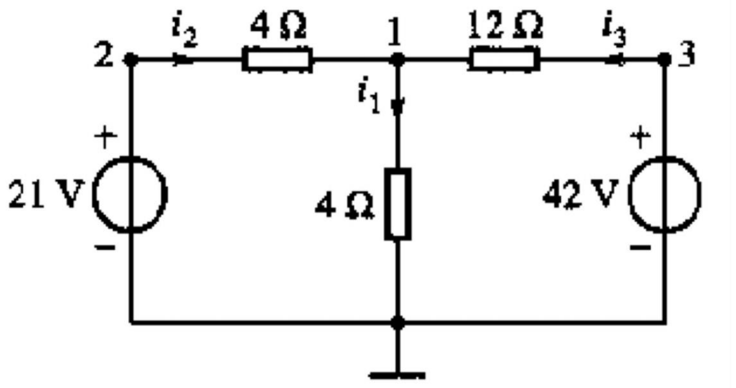
节点2　$$-u_{N1} + 2.5u_{N2} - 0.5u_{N3} = -0.5$$

节点3　$$-0.5u_{N2} + 1.25u_{N3} - 0.25u_{N4} = 0.5$$

节点4　$$-0.1u_{N1} - 0.25u_{N3} + 0.6u_{N4} = 0$$

例 2-9 含电压源情况

试用节点分析法求电路的各电流。



解 电路中共有三个独立节点，且节点2、3分别与参考节点间接的都是已知的电压源，故节点电压u_{N2}和u_{N3}是已知的，其值分别为21V和42V。仅需对节点1列写节点方程：

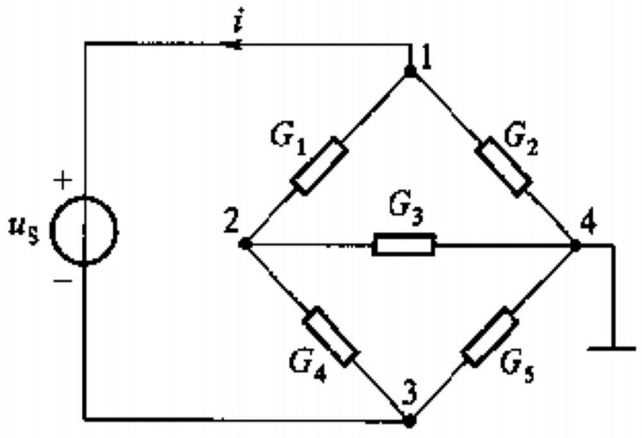
$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)u_{N1}-\frac{1}{4}u_{N2}-\frac{1}{12}u_{N3}=0$$

带入u_{N2}和u_{N3}

$$\frac{7}{12}u_{N1}-\frac{21}{4}-\frac{42}{12}=0$$

例 2-10电源跨接在两个节点的情况

选节点4为参考点，使之出现电压源接于节点间的情况。



在这种情况下，三个节点电压均属未知，故必须对这三个节点都列方程，得:

$$(G_1+G_2)u_{N1}-G_1u_{N2}=-i$$
$$-G_1u_{N1}+(G_1+G_3+G_4)u_{N2}-G_4u_{N3}=0$$
$$-G_4u_{N2}+(G_4+G_5)u_{N3}=i$$

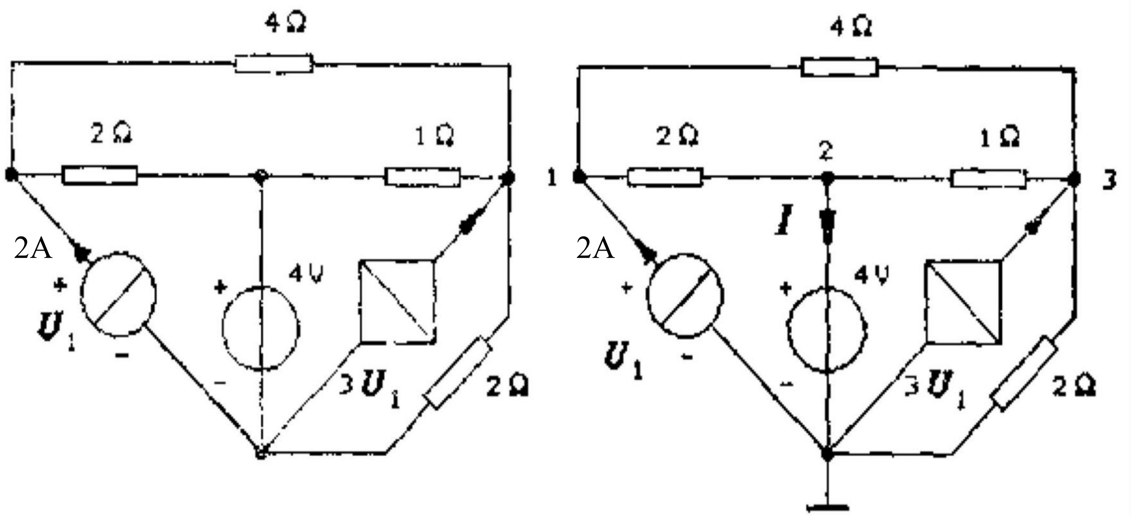
其中i为电压源支路的电流，注意不要忽略。再增加一个方程

$$u_{N1}-u_{N3}=u_S$$

例 含受控源情况

用节点分析法求4Ω电阻的功率。

解：选择参考节点及独立节点如右图，用观察法列出节点分析方程：



节点1 $$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)U_1-\frac{1}{2}\times 4-\frac{1}{4}U_3=2$$

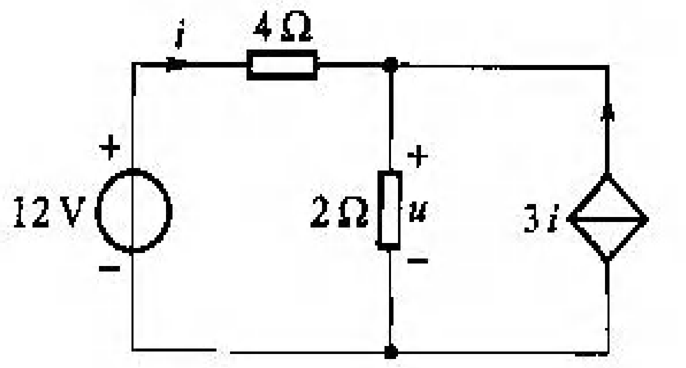
节点3 $$-\frac{1}{4}U_1-1\times 4+\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)U_3=3U_1$$

说明

- 由于各节点电压都一律假定为电压降，因而各互电导都是负值。
- 如果电路的独立节点数少于网孔数，和网孔法相比，节点法联立方程数就少些。
- 如果已知的电源是电流源，则网孔分析法更为方便；如果电源为电压源，则节点分析法较方便。
- 网孔分析法只适用于平面网络，节点分析法则无此限制，因此，节点法更具有普遍意义。
- 把受控电流源暂时看作独立电流源列出方程，再设法把受控源的控制量用节点电压表示。

练习题 2-5

用节点分析法求电路的u和i。



解：把受控电流源暂时看作独立电流源列出方程:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)u-\frac{1}{4}u_s=3i$$

求出i

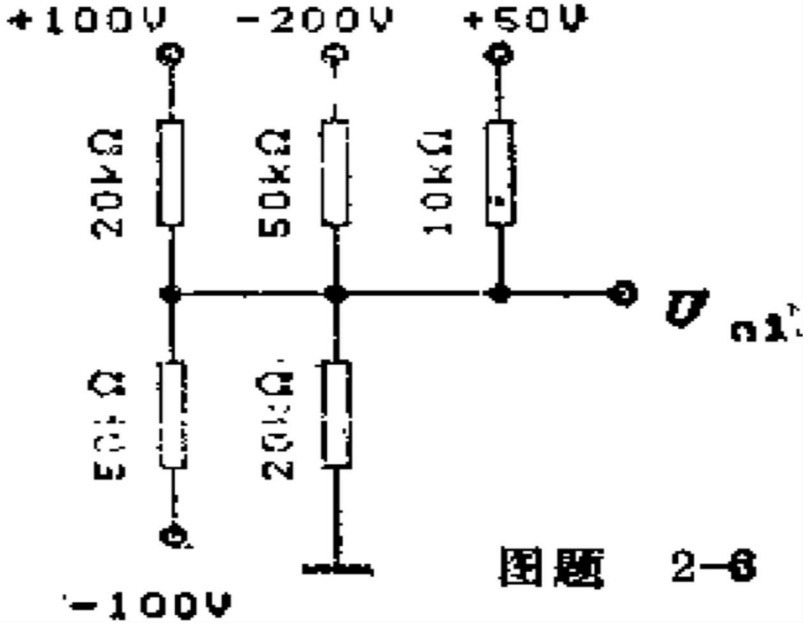
$$u_s-u=4\times i$$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)u-\frac{1}{4}u_s=\frac{3}{4}u_s-\frac{3}{4}u$$

$$u=8V$$
$$i=1A$$

求电路的U_{n1}。

解：这个电路共有5个独立节点，但其中4个节点电压为已知量，若求U_{n1}只需列一个节点方程。



图题 2-6

$$U_{n1}\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{20}+\frac{1}{50}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)-\frac{100}{20}-\frac{50}{10}+\frac{200}{50}+\frac{100}{50}=0$$

$$U_{n1}=16.67V$$

§2-4 电路的对偶性

$$\left.\begin{aligned}
&R_{11}i_{M1}+R_{12}i_{M2}+\dots+R_{1m}i_{Mm}=u_{S11}\\
&R_{21}i_{M1}+R_{22}i_{M2}+\dots+R_{2m}i_{Mm}=u_{S22}\\
&\dots\dots\\
&R_{m1}i_{M1}+R_{m2}i_{M2}+\dots+R_{mm}i_{Mm}=u_{Smm}
\end{aligned}\right\}\text{网孔方程}$$

$$\left.\begin{aligned}
&G_{11}u_{N1}+G_{12}u_{N2}+\dots+G_{1(n-1)}u_{N(n-1)}=i_{S11}\\
&G_{21}u_{N1}+G_{22}u_{N2}+\dots+G_{2(n-1)}u_{N(n-1)}=i_{S22}\\
&\dots\dots\\
&G_{(n-1)1}u_{N1}+G_{(n-1)2}u_{N2}+\dots+G_{(n-1)(n-1)}u_{N(n-1)}=i_{S(n-1)(n-1)}
\end{aligned}\right\}\text{节点方程}$$

将网孔电流换以节点电压，电阻换以电导，电压源换以电流源，就可得到节点方程式。反之，也可由后者得到前者。

电路的一些对偶量

- 串联电阻电路的等效电阻公式、分压公式和并联电导电路的等效电导公式、分流公式之间也存着这种对等关系式，作适当的更换，就可得出另一相对应关系式。

电压	电流	网孔电流	节点电压
电阻	电导	电压源	电流源
短路	开路	电荷	磁链
KCL	KVL	电感	电容
串联	并联		

第四章 分解方法及单口网络

梁福田 ftliang@ustc.edu.cn

2024.3.13

1，2，3

- 一个假设
  - 集总假设，实际电路尺寸<<使用时最高频率波长
- 两类约束
  - 拓扑约束，KCL，KVL
  - 元件约束，VCR
- 三大基本概念
  - 叠加概念
  - 分解概念
  - 变换（域）概念

§3-1 线性电路的比例性 网络函数

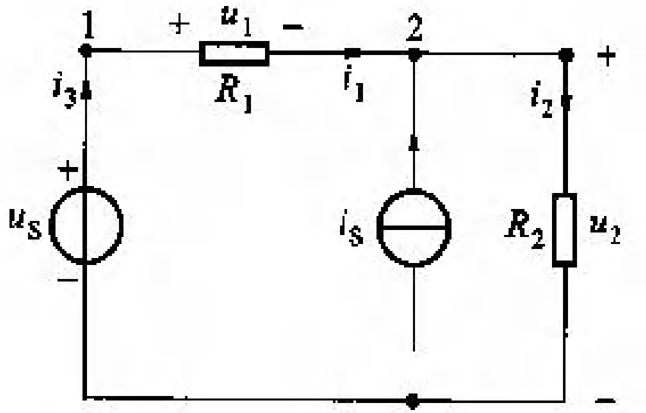
- 线性电路：由线性元件及独立电源组成的电路
- 输入：独立电源，起激励作用。
- 其他元件：响应

- 线性
- 网路函数：
  - $H = \frac{响应}{激励}$

§3-2 叠加原理

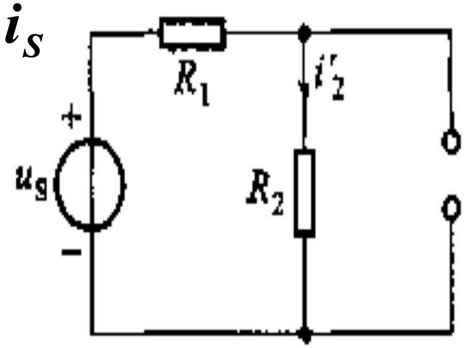
求解i_2，列出KCL，KVL：

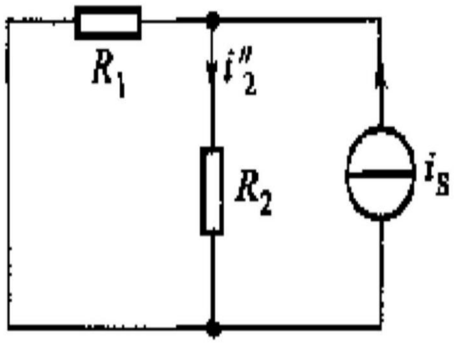
$$
\begin{aligned}
i_1 - i_3 &= 0 \\
-i_1 + i_2 &= i_S \\
R_1 i_1 + u_2 &= u_S \\
R_2 i_2 - u_2 &= 0
\end{aligned}
$$



求解得：

$$i_2 = \frac{1}{R_1 + R_2} u_S + \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_S$$





第1项为u_s作用的结果

第2项为i_s作用的结果

§3-2 叠加原理

- 由线性电阻、线性受控源及独立源组成的电路中，每一元件的电流或电压可以看成是每一个独立源单独作用于电路时，在该元件上产生的电流和电压的代数和。
- 当某一独立源单独作用时，其他独立源应为零值，即独立电压源用短路代替；独立电流源用开路代替。
- 虽然电流或电压满足叠加原理，但各元件的功率不等于各电源单独作用在该元件上所产生的功率之和。

例 3-3

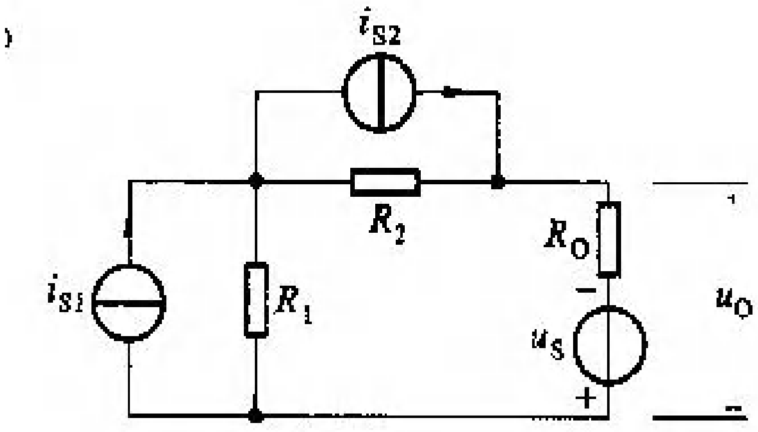
利用叠加原理求u_o

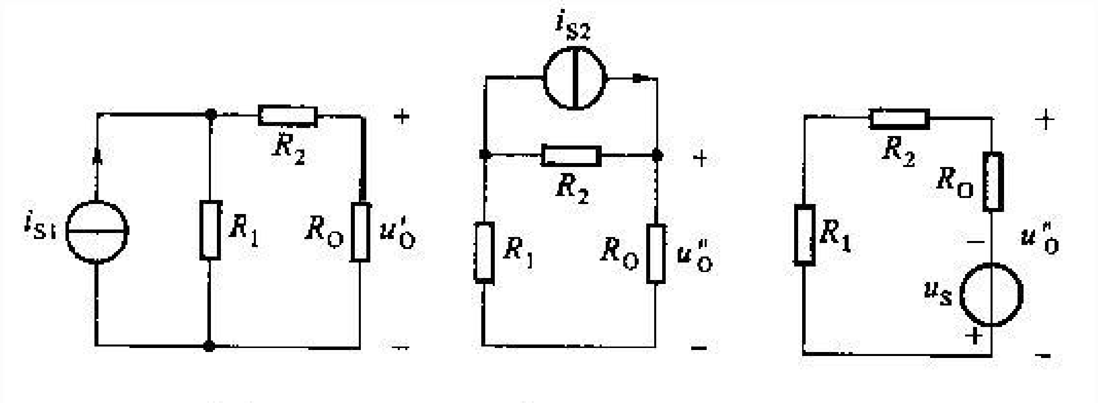
$$u_O' = i_{S1}\left(\frac{R_1}{R_1+R_2+R_O}\right)R_O$$

$$u_O'' = i_{S2}\left(\frac{R_2}{R_1+R_2+R_O}\right)R_O$$

$$u_O''' = -u_S\left(\frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_O}\right)$$

$$u_O = u_O' + u_O'' + u_O'''$$



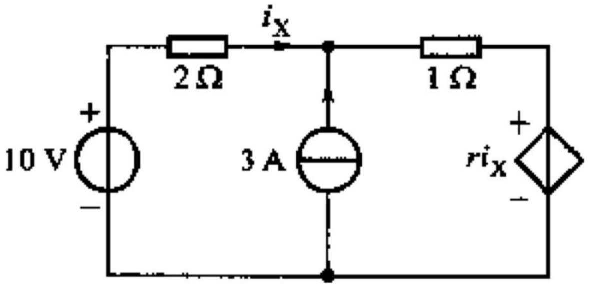


(a) (b) (c)

例 3-4

利用叠加原理求i_x，r=2。

解：受控源不是独立电源，不能单独使用，应象电阻一样保留在电路中。



由（a）

$$-10+3i_x'+2i_x'=0$$

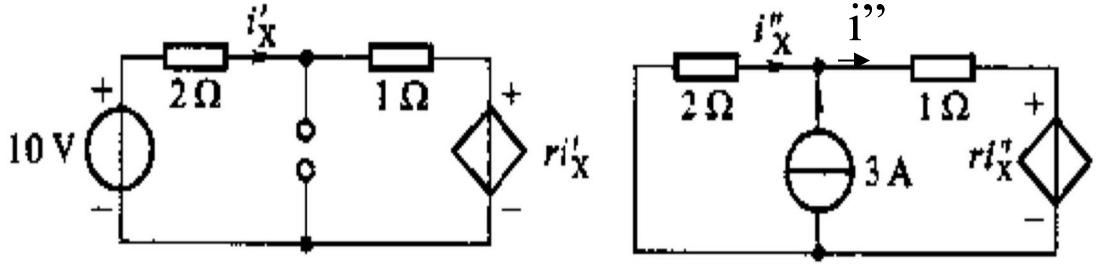
$$i_x'=2A$$

由（b）

$$i''-i_x''=3$$

$$2i_x''+i''+2i_x''=0$$

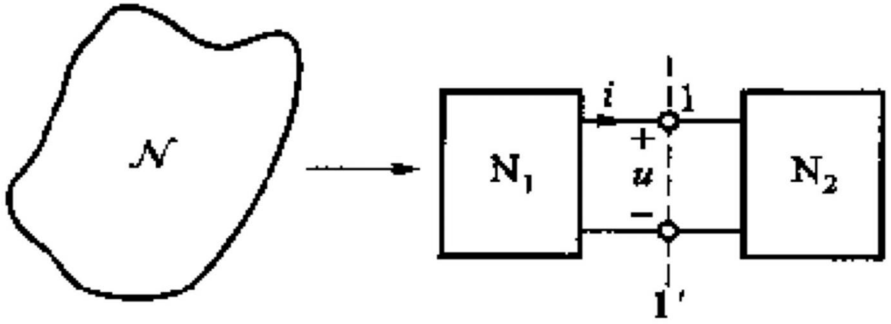
$$i_x''=-0.6A$$



（a） （b）

$$i_x=i_x'+i_x''=1.4A$$

网络分解的目的



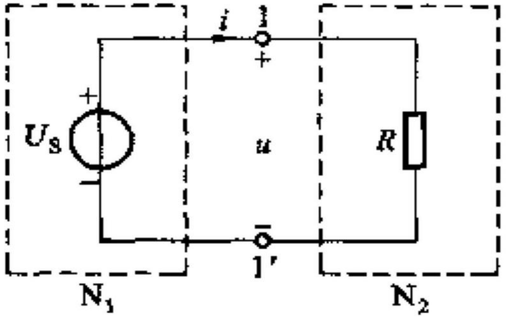
- 运用节点法或网孔法对复杂网络进行分析时，如果只对其中某一支路的电压、电流或其中某些局部的电压、电流感兴趣时，仍嫌联立方程太多。
- 解决问题的一种办法是把这个“大”网络分解为若干个“小”网络，即若干个子网络，对这些子网络逐一求解从而得出所需结果。
- 最简单的情况是把原网络看成是由两个通过两根导线相连的子网络N_1和N_2所组成。

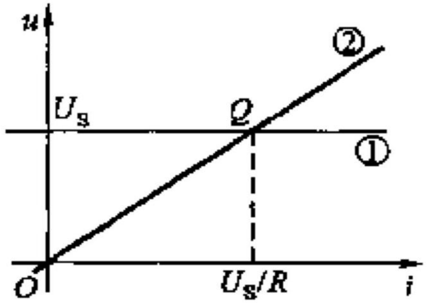
单口网络

- 对外只有两个端钮的网络称为二端网络或单口网络。（端口：port）
- 一个元件的电压电流关系是由元件本身所确定的，与外接的电路无关；一个单口网络除了通过它的两个端钮与外界相连接外，别无其他联系，则单口网络的VCR也是由网络本身所确定的，与外接电路无关。
- 当对一个网络N进行分解处理时，首先应把单口网络N_1和N_2从原网络中分离出来，求得它们的VCR，然后再求得它们相连时的端口电压u和端口电流i。

§4-1 分解的基本步骤

- 分解的基本步骤为：
  - (1)把网络划分为两个单口网络N_1和N_2;
  - (2)分别求出N_1和N_2的VCR(计算或测量)；
  - (3)联立两者的VCR式或由它们伏安特性曲线的交点，求得N_1和N_2的端电压、电流;
  - (4)分别求解N_1和N_2内部各支路电压、电流。





§4-2 单口网络的电压电流关系

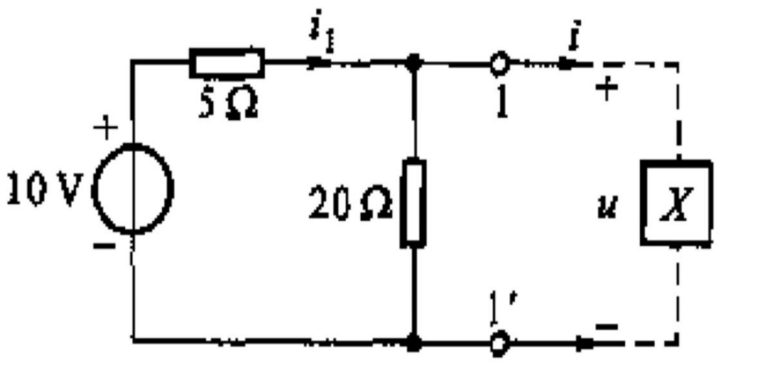
- 如果在单口网络中不含有任何能通过电或非电的方式与网络之外的某些变量相耦合的元件，则这单口网络称为明确的。
- 单口可以用下列的几种方式之一来描述：
  - 1）详尽的电路模型；
  - 2）端口电压与电流的约束关系：方程或曲线；
  - 3）等效电路。
- 其中以2)最具表征意义，相当于元件的约束关系，当单口内部情况不明时，可以用实验方法测得。

例 4-1

试求含电压源和电阻的单口网络的VCR。

解　单口网络的VCR是由它本身性质决定的，与外接电路无关。因此，可以在任何外接电路X的情况下来求它的VCR。

先列出整个电路的方程，然后消去除u和i以外的所有变量。



$$10 = 5i_1 + u$$

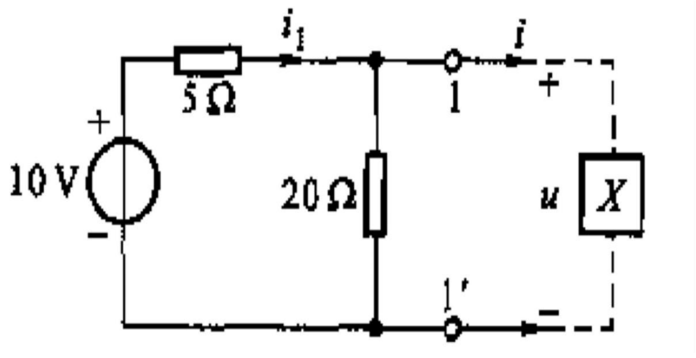
$$u = 20(i_1 - i)$$

消去i_1

$$u = 8 - 4i$$

X为电流源

- 如果X是一个电流源i_S(设方向向下)，且设其两端电压为u(设正极在上)，则由节点法可以更方便可求得结果。
- 该电路共有两个节点电压，其一即为电流源两端的电压u，亦即单口网络的端口电压；另一为已知电压源的电压，其值为$10V$，故得节点电压方程：



$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)\times u-\left(\frac{1}{5}\right)\times 10=-i_s$$

$$i=i_s$$

$$u=8-4i$$

（在单口网络两端）外施电流源i求（单口网络两端）电压u的方法

X为电压源

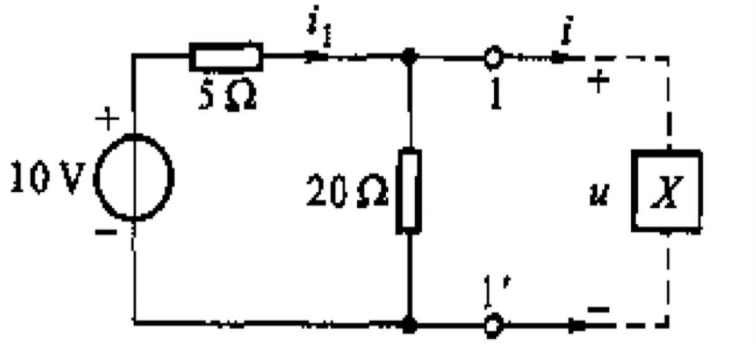
●用“外施电压源求电流”的方法来解决求VCR的问题。

●可设想*X*为电压源，此电压源的电压显然即为单口网络的端口电压*u*，所求的电流显然即为单口网络的端口电流*i*。

●用节点法，则方程当为

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)u-\left(\frac{1}{5}\right)\times 10=-i$$

$$u=8-4i$$



外施电压源求电流法

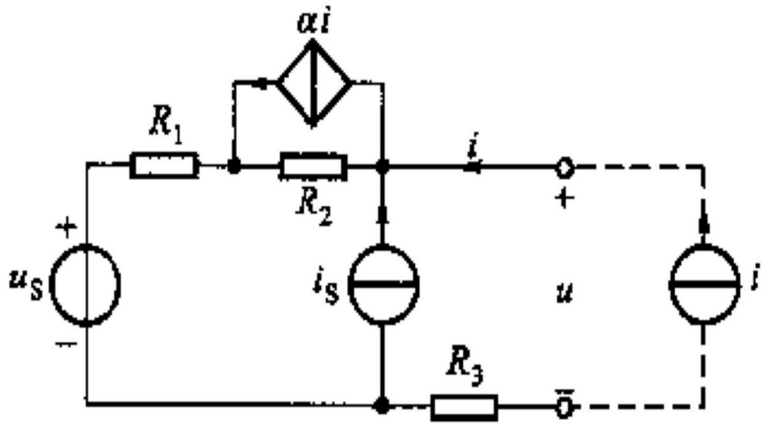
结论

- 单口网络的VCR与外接电路无关，因此，完全可以在最简单的外接电路情况下，求得它的VCR。
- 外施电流源求电压法和外施电压源求电流法是常用的方法，也是用实验方法确定单口网络的VCR的依据。

例 4-2

求含电源、电阻和受控源的单口网络的VCR。

解　设想在电路两端施加电流源i，可写出VCR表达式

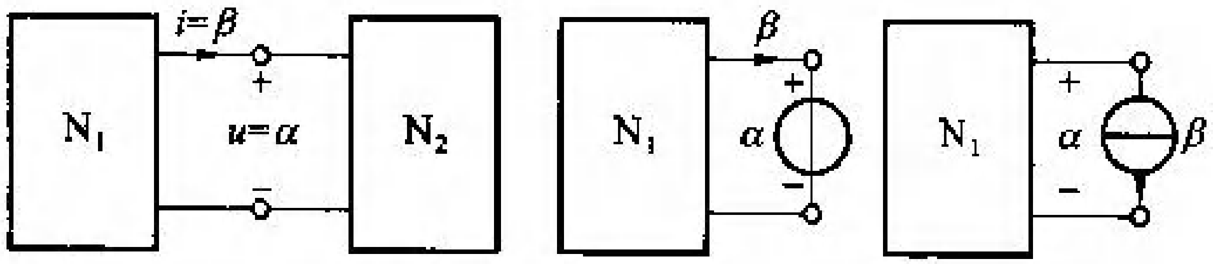


$$u = (i + i_s - \alpha i) \times R_2 + (i + i_s) \times R_1 + u_s + iR_3$$
$$= [u_s + (R_1 + R_2) \times i_s] + [R_1 + R_3 + (1 - \alpha) \times R_2] \times i$$

含独立电源单口网络的VCR总可以表示为 $u = A + Bi$ 的形式。

§ 4-3　置换定理

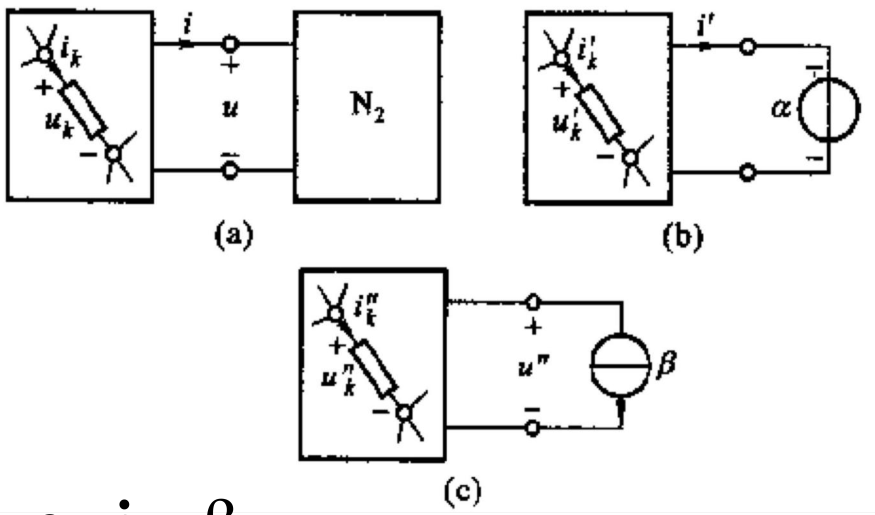
- 若网络N由两个单口网络N_1和N_2连接组成，且各支路电压、电流均有唯一解。设已知端口电压和电流值分别为α和β，则N_2可以用一个电压为α的电压源(图b)或用一个电流为β的电流源（图c）置换，不影响N_1内各支路电压、电流原有数值。在置换后，网络仍有唯一解。



(a)　(b)　(c)

证明（显然，共4页可略）

设在图(a)所示的网络中，根据两类约束关系已解出各支路的电压、电流。



N_1内某支路*k*的电压、电流分别为:

$$u_k = \alpha_k, i_k = \beta_k$$

端口电压、电流分别为:　$u = \alpha, i = \beta$

若N_2用一个电压为α的电压源所置换，如图(b)，需要论证:

1）支路*k*电压、电流的解u_k'和i_k'仍应为:

$$u'_k = \alpha_k, i'_k = \beta_k$$

2）端口电流*i*'的解答则应为: $i' = \beta$

证明（续）

- 对图(b)，一个典型的KCL方程的形式为：

$$\sum i_k' = 0$$

- 该方程是根据某一包含支路k的节点n写出的。如以假定的解答 $i_k' = \beta_k$ 代入，需要论证

$$\sum \beta_k = 0$$

- 显然，这一式子是成立的，因为同样的节点n也存在于图(a)的网络之中，而电流β_k 正是该网络唯一的一组解答。因此也有

$$i' = \beta$$

证明（续）

- 也可论证所设的解答也满足KVL以及N_1内部所有元件的VCR。
- 剩下的工作是要论证所设的解答是否满足用以置换N_2的电压源的VCR。
- 回答也是肯定的，因为流过电压源的电流可以为任何值。

证明（续）

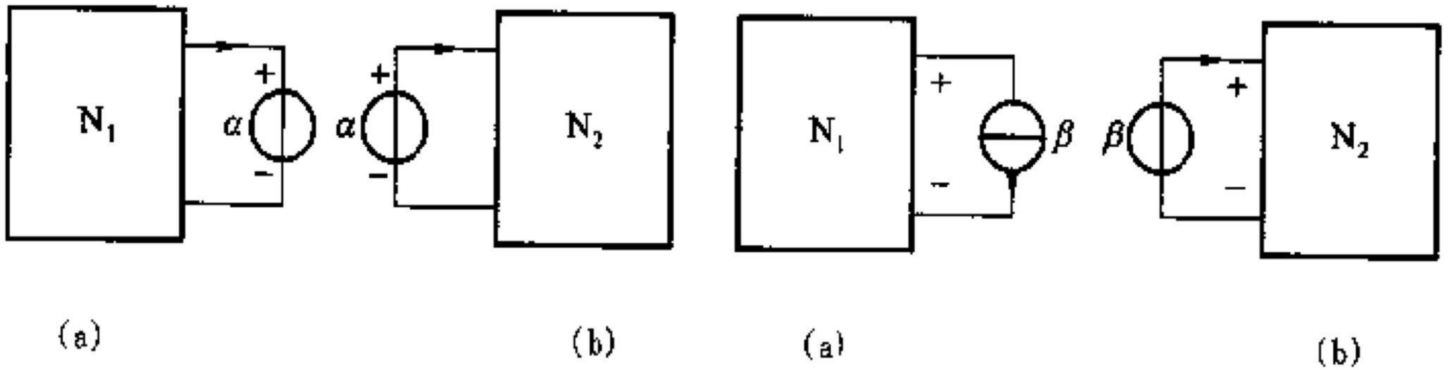
- 对图(c)所示用电流为β的电流源置换N_2的情况，也可用同样的方法论证：

- 而端口电压 $u_k'' = \alpha_k, i_k'' = \beta_k$

$$u'' = \alpha$$

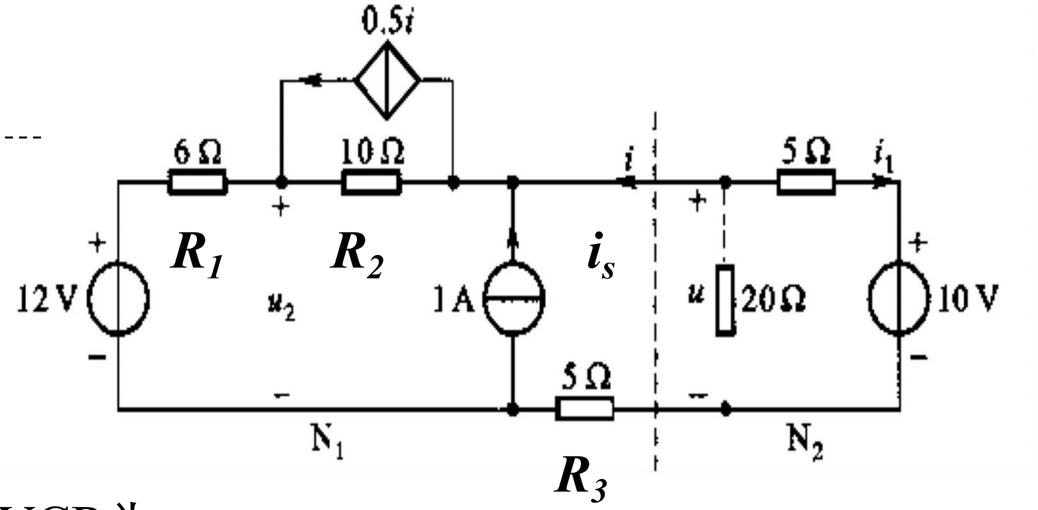
置换定理的作用

- 可以先求得N_1和N_2的端口电压和端口电流，利用置换定理，把原电路分为两个子网络，进而求出N_1及N_2所有支路电压和电流。



例 4-5

试用分解方法求i_1和u_2



解 (1)自图中虚线处把电路分为两个单口网络N_1和N_2，端口电压u和电流i的参考方向如图。

(2)求N_1和N_2的VCR。N_1的VCR为：

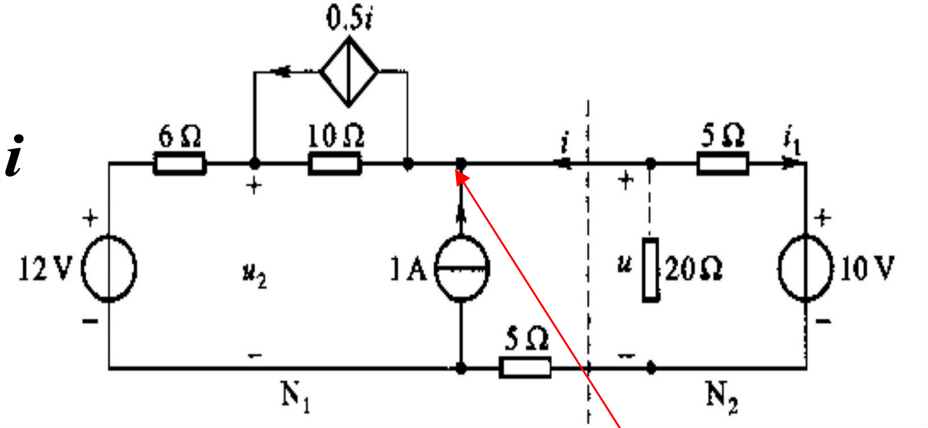
$$\begin{aligned}
u &= (i + i_S - \alpha i)R_2 + (i + i_S)R_1 + u_S + iR_3 \\
&= [u_S + (R_1 + R_2)i_S] + [R_1 + R_3 + (1-\alpha)R_2]i \\
&= [12 + (6+10)\times 1] + [6 + 5 + (1-0.5)\times 10]i \\
&= 28 + 16i
\end{aligned}$$

解答

N$_2$的节点电压方程为：

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)u-\left(\frac{1}{5}\right)\times 10=-i$$

$$u=8-4i$$



(3)联立两者的VCR，解u，i。

$$8-4i=28+16i$$

$$i=-1A \qquad u=12V$$

节点电流和为零

(4)以12V电压源置换N$_1$，可得：

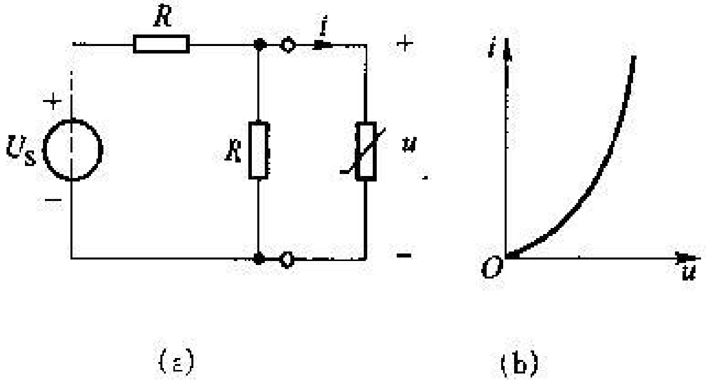
$$u=5i_1+10 \qquad i_1=\frac{12-10}{5}A=0.4$$

以-1A电流源置换N$_2$，因6Ω电阻上无电流，可得

$$u_2=12V$$

例 4-6

已知非线性电阻的伏安特性曲线如图(b)所示，试求非线性电阻两端的电压u和流过的电流i。

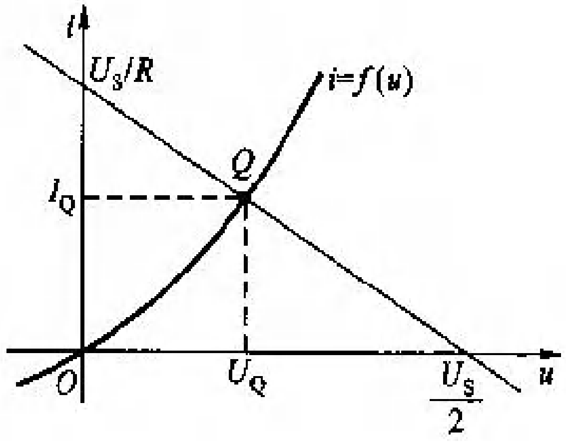


解 将线性部分与非线性部分划分为两个单口网络，用节点法求得线性单口的VCR为:

$$\frac{2}{R}u-\frac{1}{R}U_S=-i$$

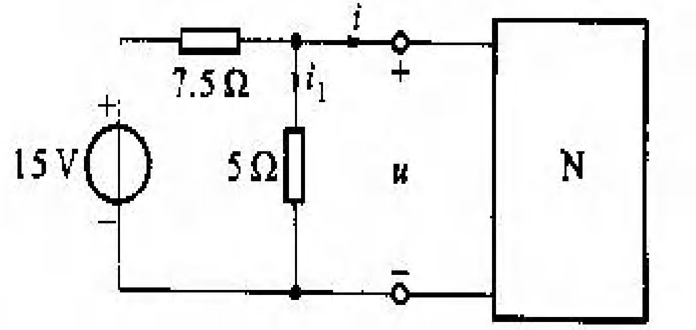
$$2u=U_S-Ri$$

在非线性电阻VCR的同一个u-i平面上作出线性部分的伏安特性曲线，这是一条直线，两条线的交点便是所求解答。



练习题 4-2

已知N的VCR为$u=i+2$，试用置换定理求解i_1。



解：先求出左边网络的VCR，再与N的VCR联立，求出u，用电压源u置换。

$$i+\frac{u}{5}=\frac{15-u}{7.5} \quad \Rightarrow \quad u=-3i+6$$

与$u=i+2$联立求解

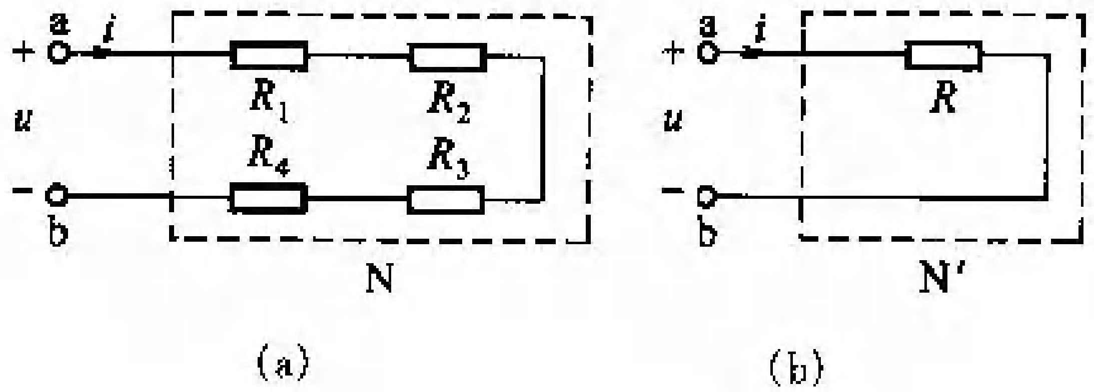
$$u=-3\times(u-2)+6 \quad \Rightarrow \quad u=3V$$

用$3V$电压源置换

$$i_1=\frac{u}{5}=\frac{3}{5}A$$

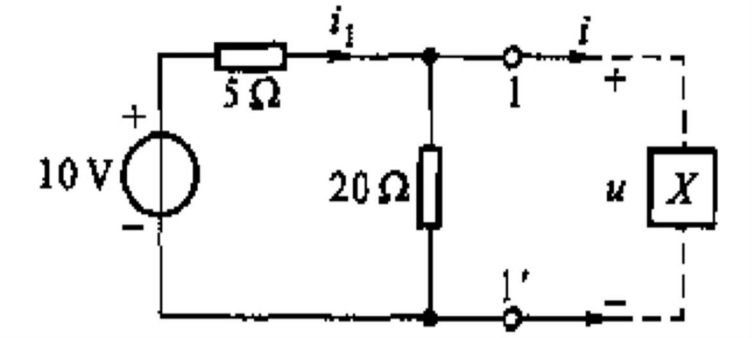
§4-4　单口网络的等效电路

- 定义：如果一个单口网络N和另一个单口网络N’的电压、电流关系完全相同，亦即它们在u-i平面上的伏安特性曲线完全重叠，则这两单口网络便是等效的。
- 尽管这两个网络可以具有完全不同的结构，但对任一外电路来说，它们却具有完全相同的影响，没有丝毫差别。



例 4-7

求单口网络的最简单的等效电路。

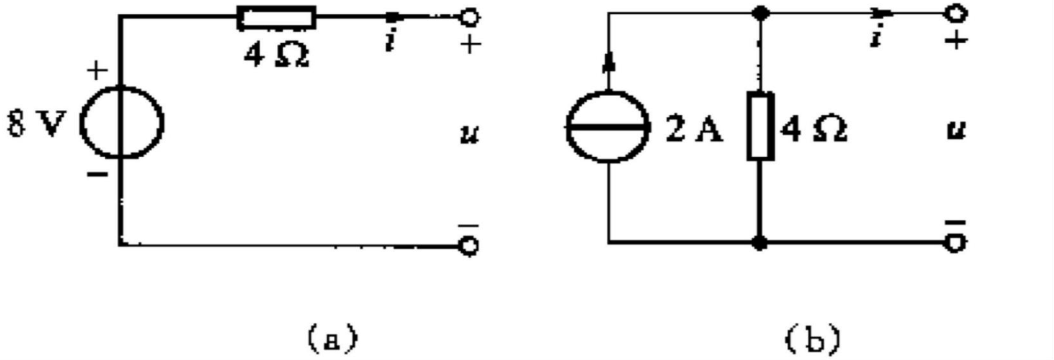


解 该单口的VCR为

$$i+\frac{u}{20}=\frac{10-u}{5} \Rightarrow u=8-4i$$

$$i=2-\frac{u}{4}$$

可用以下两图等效

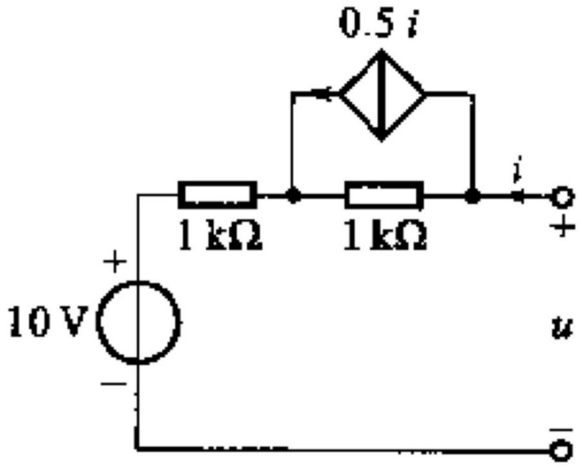


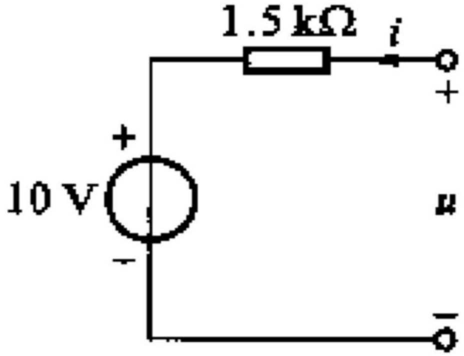
例 4-9

试化简单口网络。

解 因为受控源控制量为i，设想在单口网络两端外接电流源，其电流为i，则可求得其端口电压：

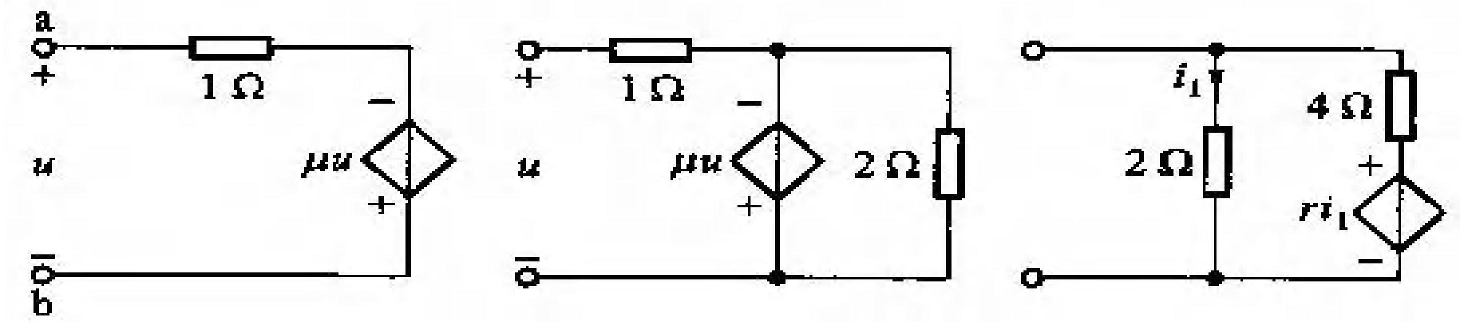
$$u = 1\times(i - 0.5i) + 1\times i + 10$$
$$= 1.5i + 10$$





练习题 4-6

求各单口网络的输入电阻R。



解　只含电阻和受控源单口网络，其端口电压与端口电流的比值称为输入电阻。 在计算网络电阻时，可直接计算此比值。外接一个电压u，则：

$$u = i\times 1 - \mu u$$

$$R = \frac{u}{i} = \frac{1}{1+\mu}$$

$$u = i\times 1 - \mu u$$

$$R = \frac{u}{i} = \frac{1}{1+\mu}$$

$$u = (i - i_1)\times 4 + ri_1$$

$$i_1 = \frac{u}{2}$$

$$R = \frac{u}{i} = \frac{8}{6-r}$$

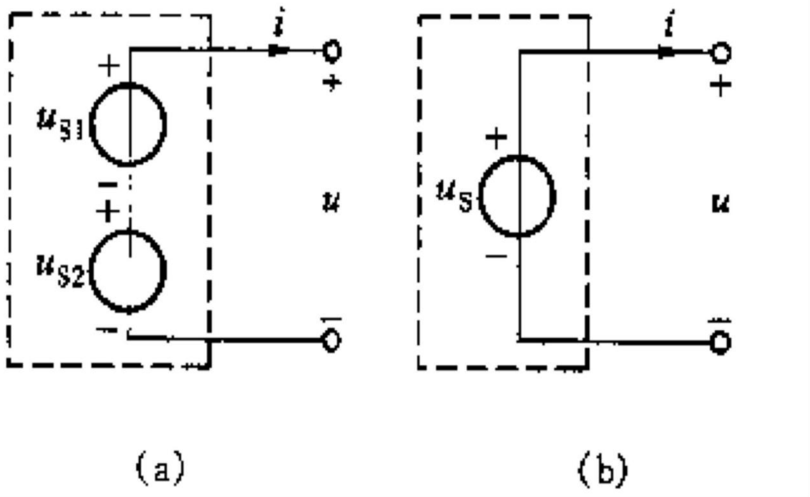
§4-5　等效规律和公式

- 在某些情况下，可以直接使用一些结论或公式，而不必每次都从外施电源求VCR着手。
- 对电压源、电流源和电阻等三种元件中每次取两个元件作串联或并联组成的，共计十二种情况。
- 含受控源的单口网络，即便结构简单，一般也需用外施电源求VCR的方法来处理，没有公式可以直接套用。

(1) 两电压源串联

❖设一单口网络由两电压源串联组成，在任何外接电路下，都可得到：

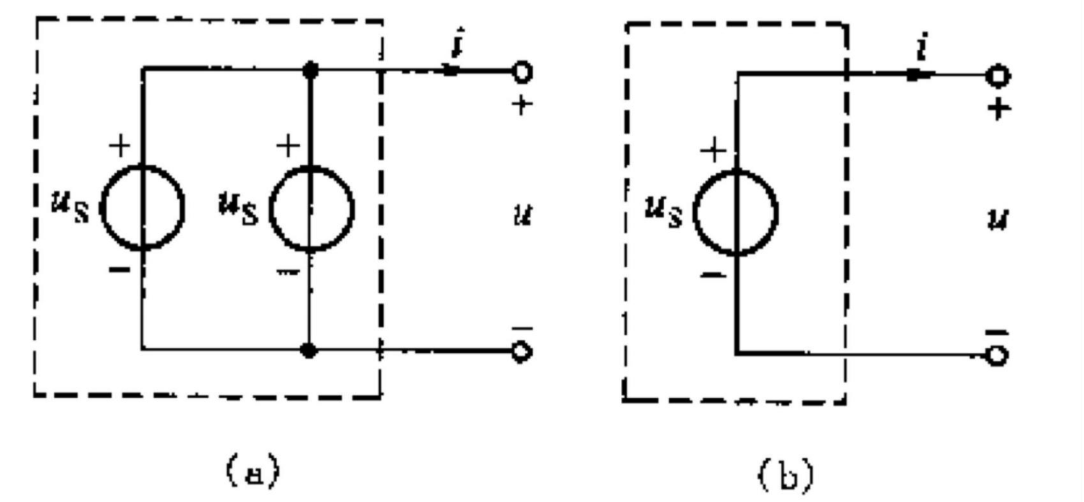
$$u_s = u_{s1} + u_{s2}$$



对几个电压源及各种不同极性相串联的情况，u_s 为所有电压源的电压值的代数和。

(2) 两电压源并联

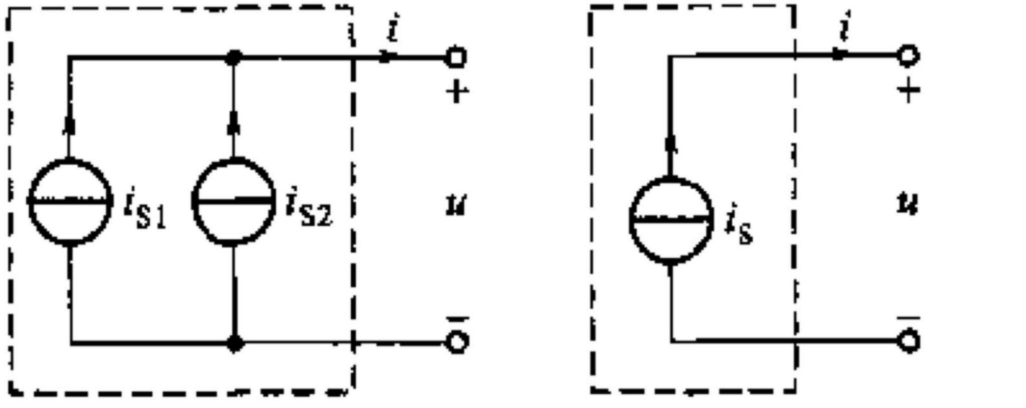
- 电压源的并联一般将违背KVL，因而是不可能的。
- 只有相同电压源作极性一致的并联才是允许的，此时其等效电路即为其中任一电压源。



(3) 两电流源的并联

❖ 两电流源i_{s1}和i_{s2}作并联，其等效电路为一个电流源，其值为

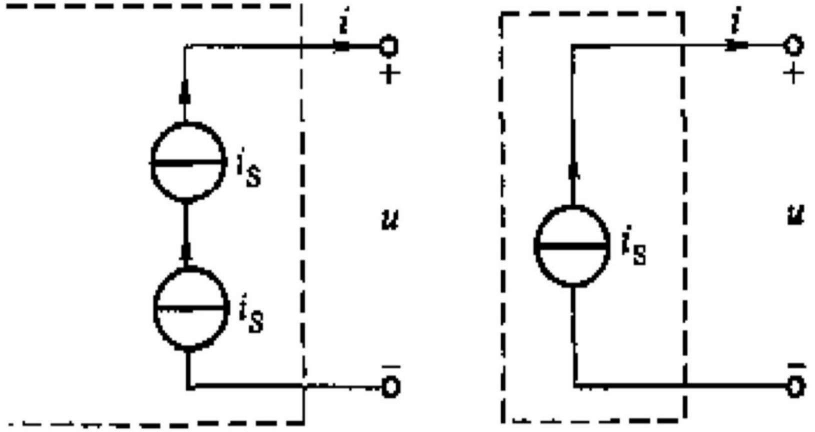
$$i_s = i_{s1} + i_{s2}$$



(a) (b)

(4) 两电流源的串联

❖ 电流源的串联一般将违背KCL，只有在电流源的电流都相等，且方向一致时，串联才是允许的，此时其等效电路即为其中任一电流源。



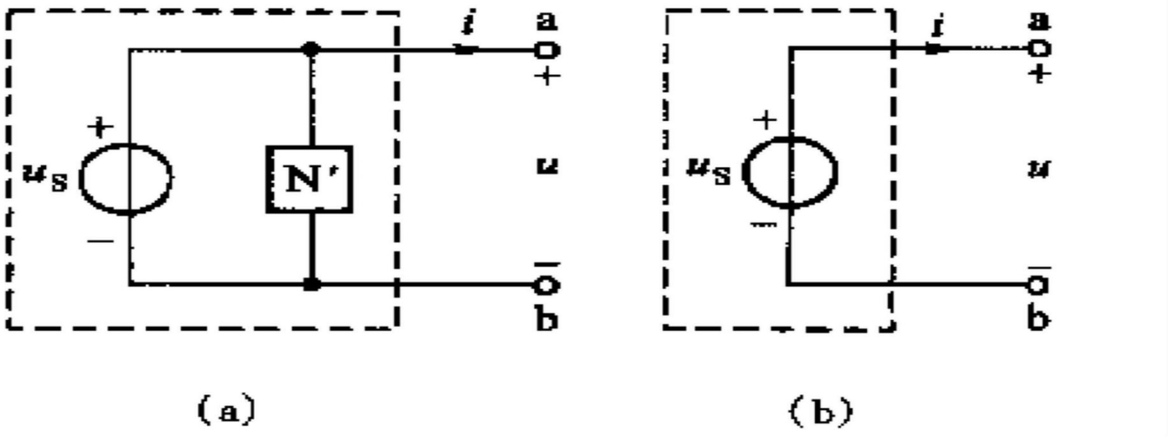
(a) (b)

(5, 6) 电压源与电流源/电阻并联

❖这两种情况可归结为下图所示电路，其中N'可为电流源或电阻，其单口网络的VCR是：

$$u = u_s$$

电流可为任意值

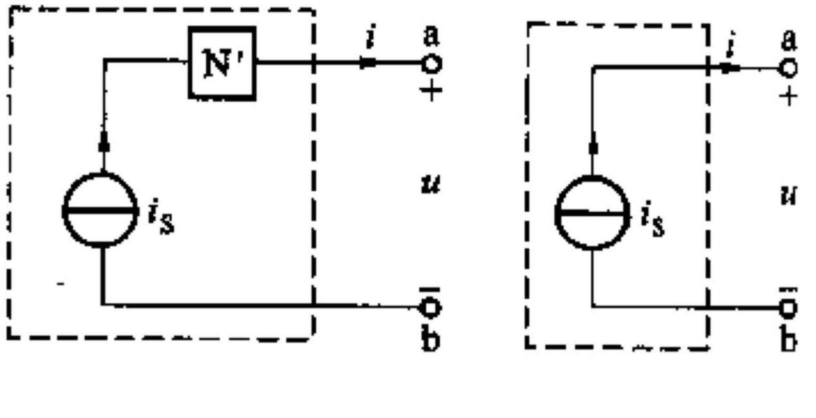


N’不影响端口电压的大小，端口电压总等于电压源的电压。N’为多余元件。

(7, 8) 电流源与电压源/电阻串联

❖这两种情况可归结为下图所示电路，其中N'可为电压源或电阻，其单口网络的VCR是

$$i = i_s$$



(a) (b)

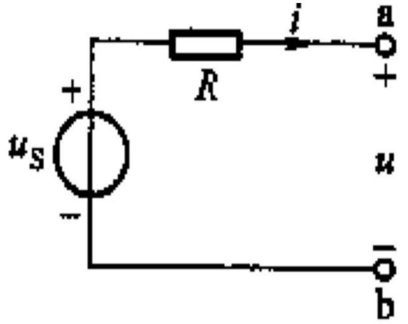
N'不影响端口电流的大小，端口电流总等于电流源的电流。N'为多余元件。

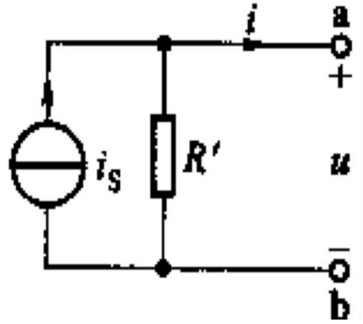
(9, 10) 电阻与电源串并联

- 电压源与电阻的串联/电流源与电阻的并联-这两种含两元件的电路都是无法再行化简的。但满足一定的条件，它们可以互为等效电路，即它们可以互相替换。

电压源串联电阻电路的VCR为

$$u = u_s - Ri$$



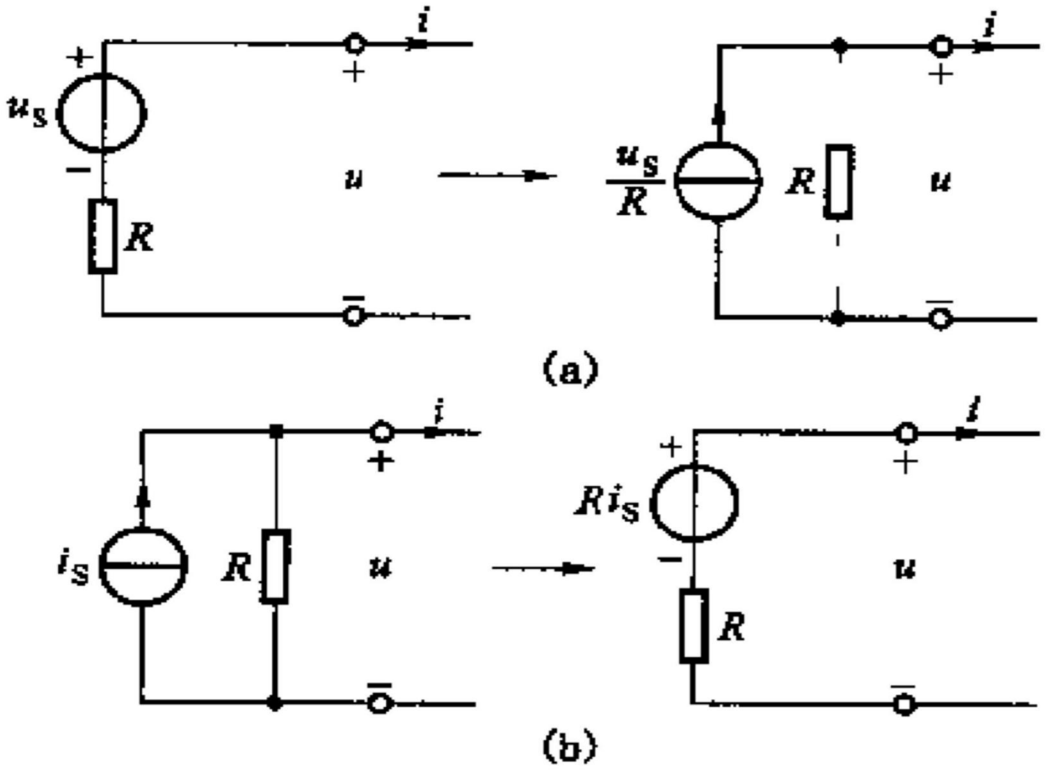


电流源并联电阻电路的VCR为

$$i = i_s - (u/R') \quad \Rightarrow \quad u = R'i_s - R'i$$

当满足 $R = R'$ $\begin{array}{l} u_s = R'i_s \\ i_s = u_s/R' \end{array}$ 时，两电路等效。

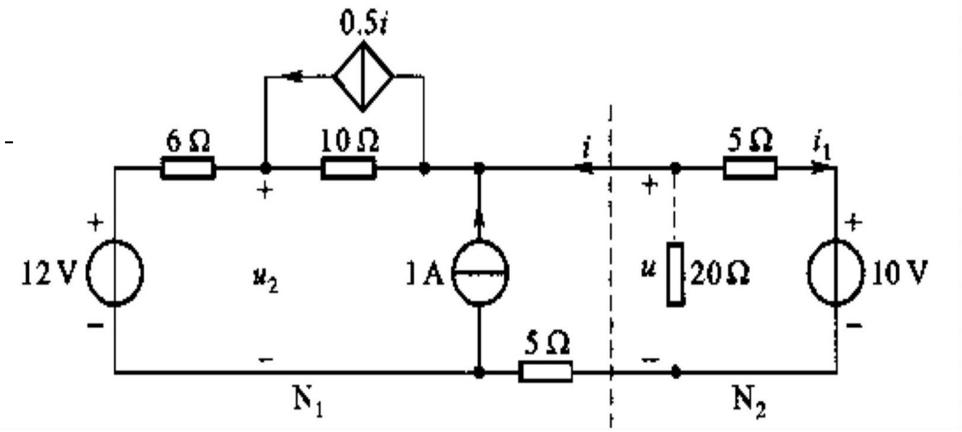
等效电路图



(11,12)电阻的串并联

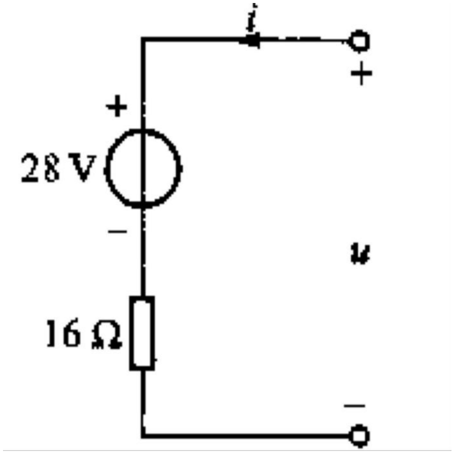
例 4-11

试用分解方法求*i*和*u*。



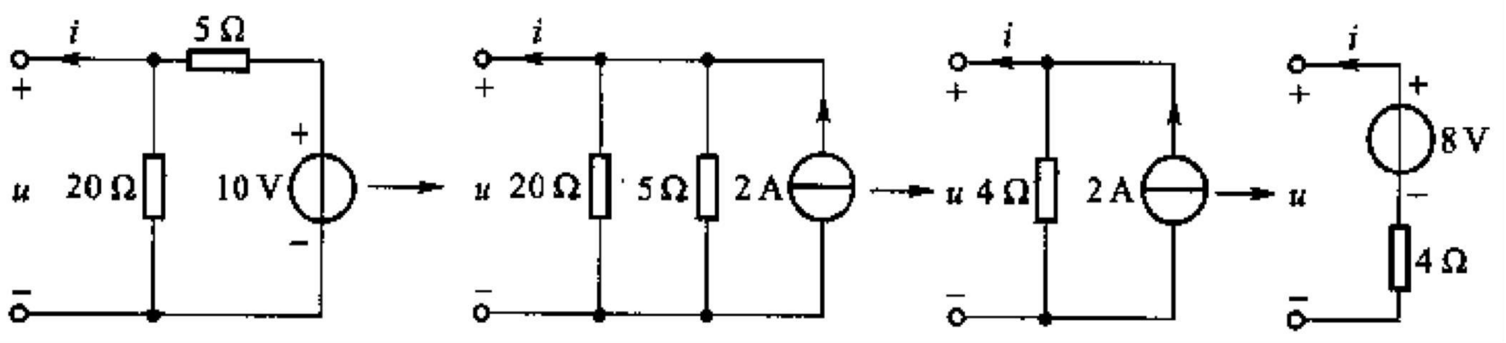
解　求N_1的等效电路，因含受控源无公式可供直接使用，仍需用外施电源法求得其VCR后得出

$$u=\left(i+i_S-\alpha i\right)R_2+\left(i+i_S\right)R_1+u_S+iR_3$$
$$=\left[u_S+\left(R_1+R_2\right)i_S\right]+\left[R_1+R_3+\left(1-\alpha\right)R_2\right]i$$
$$=\left[12+\left(6+10\right)\times 1\right]+\left[6+5+\left(1-0.5\right)\times 10\right]i$$
$$=28+16i$$

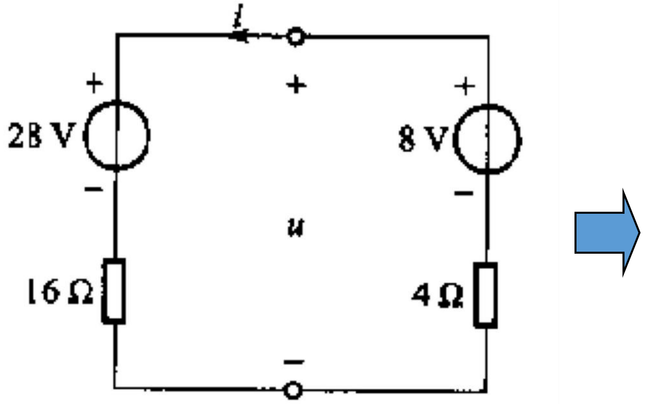


解答

N_2的等效电路则可利用有关公式逐步化简后求得。



等效图为：



$$i = \frac{8-28}{16+4} = -1A$$

$$u = 28 + 16i = 12V$$

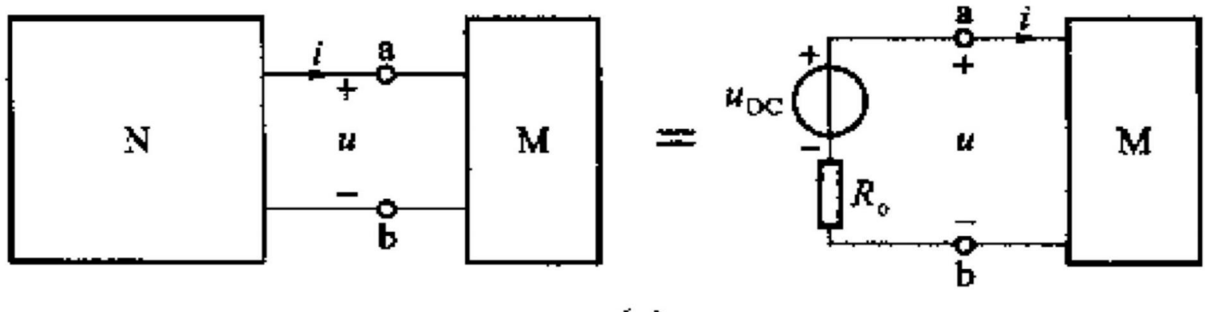
§4-7　戴维南(Thevenin)定理

- 单口网络的等效电路问题实质上是求单口网络VCR的问题。
- 戴维南定理和诺顿定理提供了求含源线性单口网络等效电路及VCR的另一方法，对等效电路及VCR能提出普遍适用的形式。
- 定义：含电源、线性电阻和受控源的单口网络，不论其结构如何复杂，就其端口来说，可等效为一个电压源串联电阻支路，电压源的电压等于该网络N的开路电压u_{oc}，串联电阻R_0等于该网络中所有独立源为零值时网络N_0的等效电阻R_{ab}。

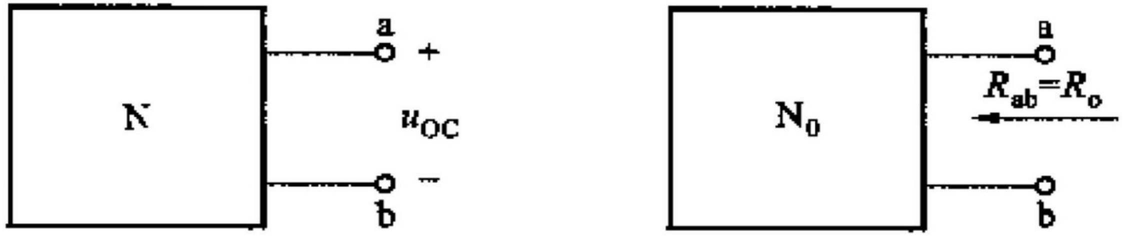
戴维南定理

- 若含源线性单口网络N的端口电压u和电流i为非关联参考方向，则其VCR可表为：

$$u = u_{OC} - R_o i$$



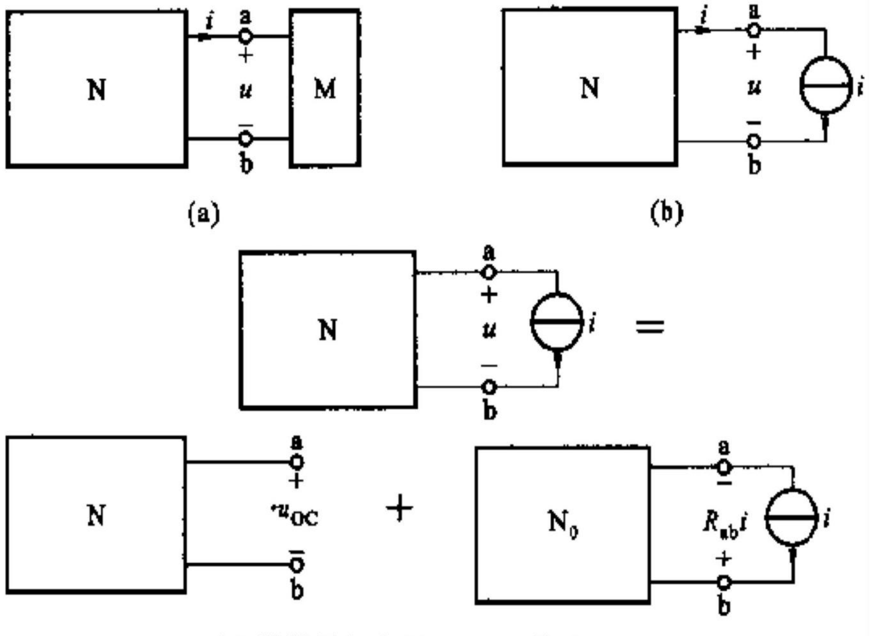
(a)



(b) (c)

证明

- 由于单口网络的VCR与外接电路无关，可以外接一个电流源i去求网络两端的电压u，从而得出它的VCR。
- 用电流源i施加于N两端，得电路如图(b)所示。
- 由叠加原理可知：



(c) 根据叠加定理 $u=u_{OC}-R_{ab}i$

u=(电流源i产生的电压)+(N中所有独立源产生的电压)

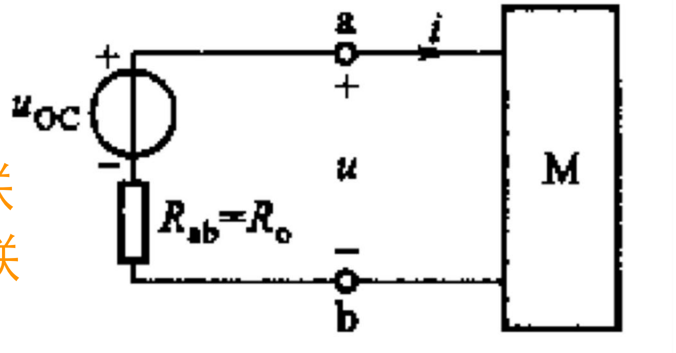
证明

$u=$(电流源i产生的电压)+(N中所有独立源产生的电压)

- 第二项是电流源i=0时(电流源用开路代替)，网络N的端电压，即其开路电压u_{oc};
- 第一项则是网络N中所有独立源为零值，电流源i作用时，网络的端电压可表示为$R_{ab}i$，R_{ab}是独立源为零值时网络的等效电阻。
- 因此，u可写为：

$$u = u_{OC} - R_{ab}i$$

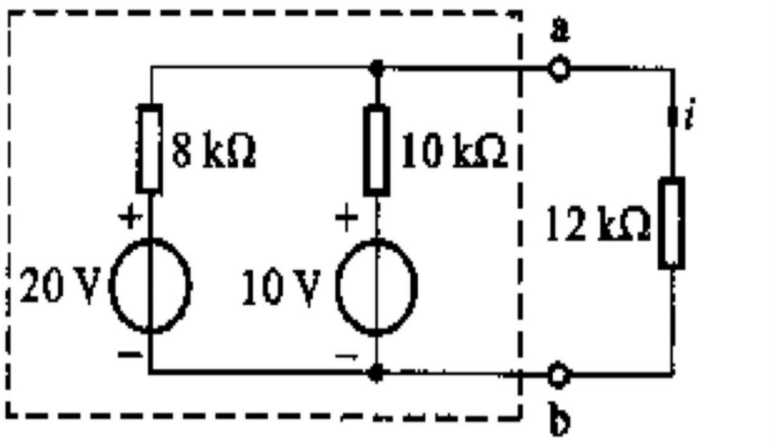
含源单口网络可等效为一个电压源串联电阻支路，其电压源电压为u_{oc}，其串联电阻为R_{ab}。



(d)

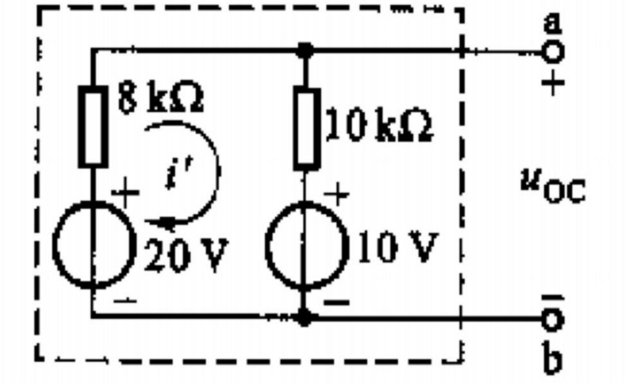
例 4-13

求电阻电路中12$k\Omega$电阻的电流i。



解　根据戴维南定理，虚线框所构成的含源单口网络可以化简为一个电压源u_{oc}与电阻R_o相串联的等效支路。

为了求得u_{oc}，应使该单口网络处于断开状态,设该电路中的电流为i'，由KVL得:



(a)

$$(8+10)\times i' - 20 + 10 = 0$$

$$u_{oc} = 10i' + 10 \quad \Rightarrow \quad u_{oc} = 15.56V$$

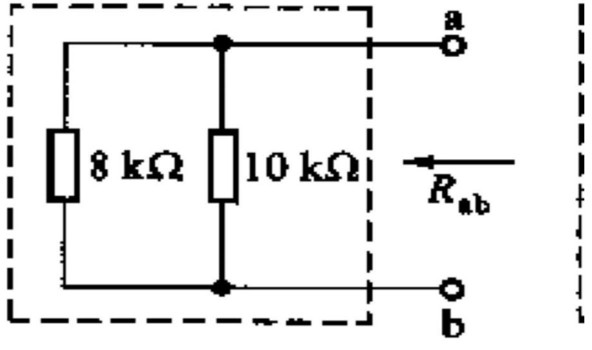
解答

为了求得R_0，把图(a)所示含源单口网络中的两个独立电压源用短路代替，得电路如图(b)。显然，电路ab两端的等效电阻：

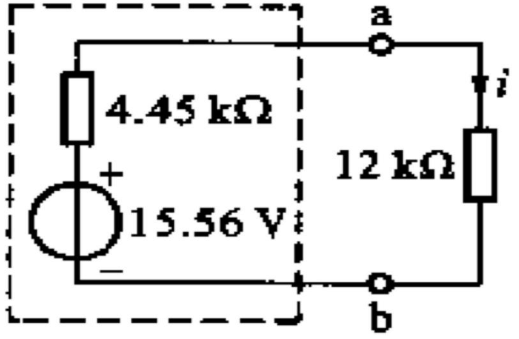
$$R_{ab} = \frac{10 \times 8}{10 + 8} k\Omega = 4.45 k\Omega$$

$$R_o = 4.45 k\Omega$$

$$i = \frac{15.56}{12 + 4.45} mA = 0.946 mA$$



(b)

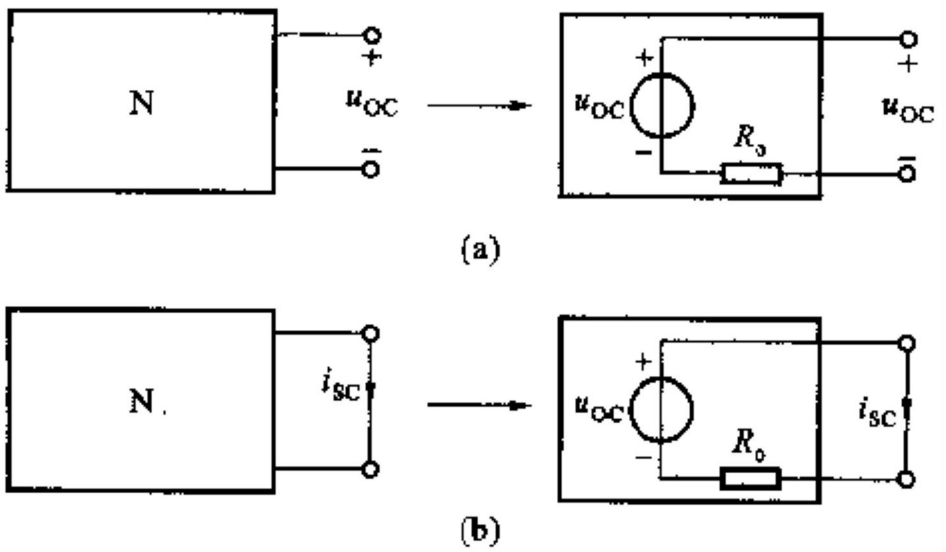


(c)

例 4-14

试说明：若含源单口网络的开路电压为u_{OC}，短路电流为i_{SC}，则戴维南等效电阻

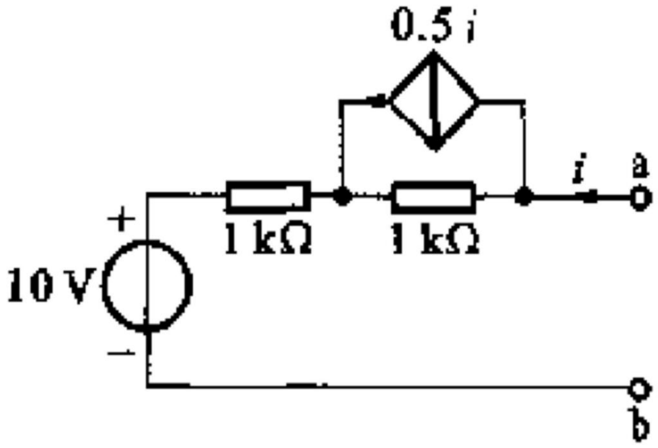
$$R_o = \frac{u_{OC}}{i_{SC}}$$



解　已知一个含源单口网络可等效为一个电压源u_{oc}与电阻R_o的串联电路。因此，原网络的短路电流i_{sc}应等于这个等效电路的短路电流，故得

$$i_{SC} = \frac{u_{OC}}{R_o} \Rightarrow R_o = \frac{u_{OC}}{i_{SC}}$$

求电路的戴维南等效电路。

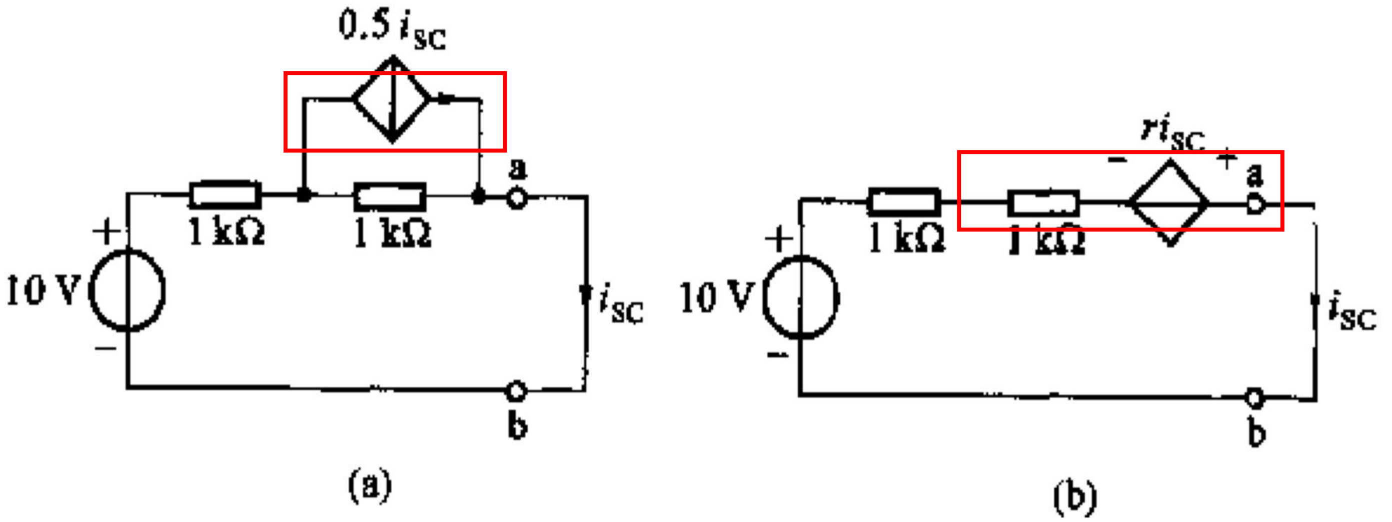


解　　先求开路电压u_{oc}，此时i为零，$CCCS$的电流$0.5i$也为零，各电阻上也无电压，故得

$$u_{oc}=u_{ab}=10V$$

为了求等效电阻，可先求短路电流。把电路ab端短路，设短路电流i_{sc}的方向如后面图中所示，则受控源电流为$0.5i_{sc}$，且其方向应与上图方向相反。

解答



$$-10+1i_{sc}+0.5i_{sc}=0$$

$$-10+2i_{sc}-0.5i_{sc}=0$$

$$i_{sc}=\frac{10}{1.5}=\frac{20}{3}mA$$

$$R_o=\frac{u_{oc}}{i_{sc}}=1.5k\Omega$$

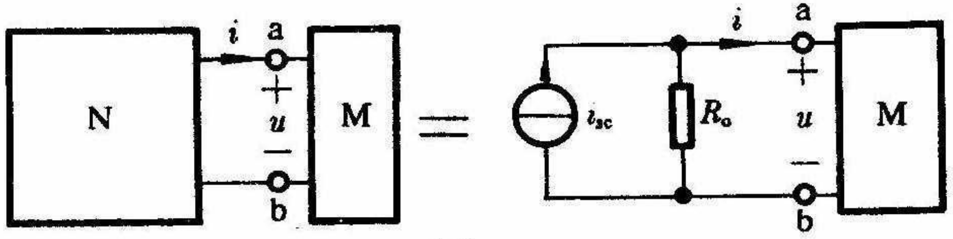
如用外加电压求电流法计算R_o时，只能把独立电源置零，保留受控源。

- 戴维南定理是由叠加原理推导出来的。叠加原理运用于含线性受控源电路时，当某个独立源单独作用时，所有其他的独立源均视为零值，但所有的受控源仍需保留。
- 在运用戴维南定理分析含受控源电路，在求等效电阻R_0时，必须计算受控源的作用，不能像处理独立源那样把受控源用短路或开路代替，否则将导致错误。
- 单口网络N中不能含有控制量在外电路部分的受控源，但控制量可以是N的端口电压或电流。

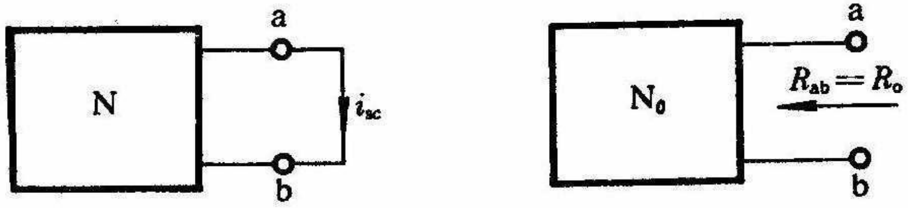
§4-8 诺顿(Norton)定理

- 定义：含源线性单口网络N，就其端口来看，可以等效为一个电流源并联电阻的组合。电流源的电流等于该网络N的短路电流i_{sc}，并联电阻R_0等于该网络中所有独立源为零值时所得网络N_0的等效电阻R_0。

$$i = i_{sc} - \frac{u}{R_o}$$



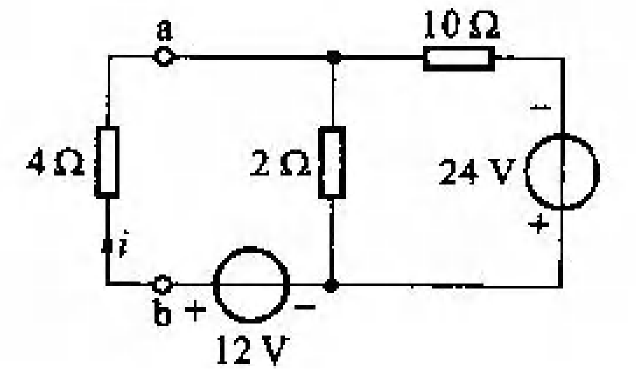
(a)



(b)

例 4-17

用诺顿定理求电路中流过4Ω电阻的电流。

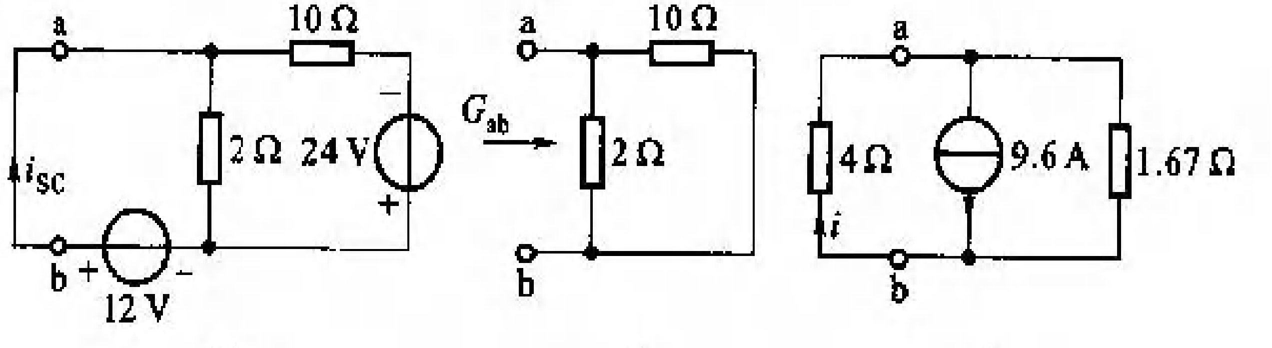


解　把电路中除4Ω电阻以外的部分化简为诺顿等效电路。先求短路电流i_{sc}。（叠加原理）

$$i_{sc}=\frac{24}{10}+\frac{12}{10//2}=9.6A$$

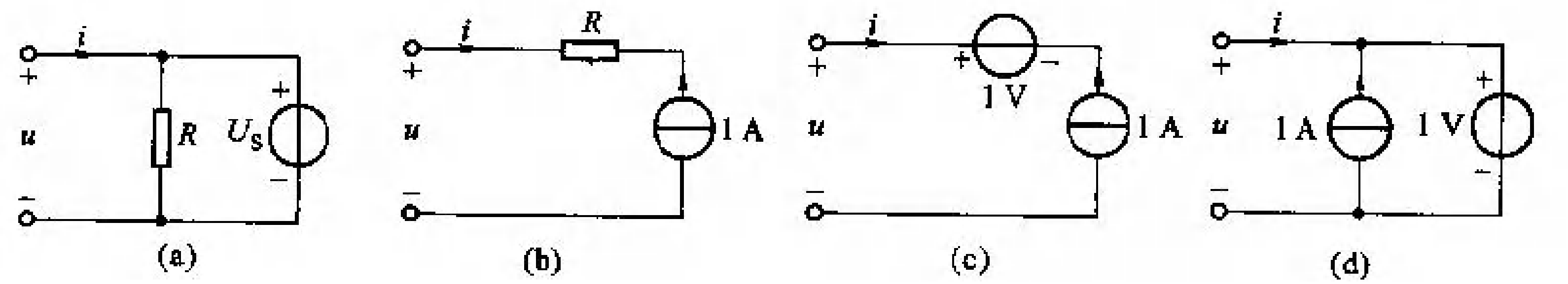
电压源短路，等效电阻为：

$$R_o=R_{ab}=10//2=1.67\Omega$$



思考题

求电路的戴维南等效电路、诺顿等效电路，如不存在，如何解释。



*R*多余，*i*不能确定

*R*多余，*u*不能确定

电压源多余，*u*不能确定

电流源多余，*i*不能确定

第四章 分解方法及单口网络

梁福田 ftliang@ustc.edu.cn

2024.3.15

前情提要

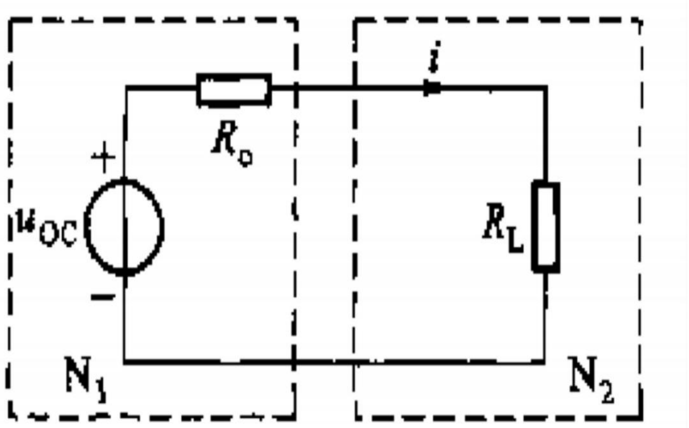
- 电阻电路、动态电路、KCL，KVL
  - 电阻/电导，欧姆定律，VCR，无记忆特性
  - 电容，VCR，电压连续、记忆特性
  - 电感，VCR，电流连续、记忆特性

$$i(t) = C\frac{du}{dt} \qquad u = L\frac{di}{dt}$$

- 网孔分析，节点分析
- 分解方法、叠加原理
- 各种等效

§4-9 最大功率传递定理

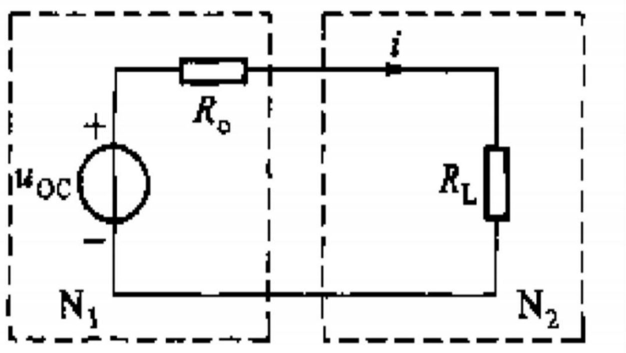
- 给定一含源线性单口网络N_1，接在它两端的负载电阻不同，从单口网络传递给负载的功率也不同。
- 设负载电阻为R_L，则当R_L很大时，流过R_L的电流很小，因而R_L得到的功率i^2R_L很小。
- 如果R_L很小，功率同样也很小。
- 在$R_L=0$与$R_L=\infty$之间有一个值可使负载所得功率为最大。



最大功率传递

R_L的功率为：

$$p = i^2 R_L = \left(\frac{u_{oc}}{R_o + R_L}\right)^2 \times R_L = f(R_L)$$



要使p为最值，应使：

$$\frac{dp}{dR_L} = 0 \quad \text{即} \quad \frac{dp}{dR_L} = u_{oc}^2 \times \left[\frac{(R_o + R_L)^2 - 2\times(R_o + R_L)R_L}{(R_o + R_L)^4}\right]$$

$$= \frac{u_{oc}^2 (R_o - R_L)}{(R_o + R_L)^3} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_L = R_o$$

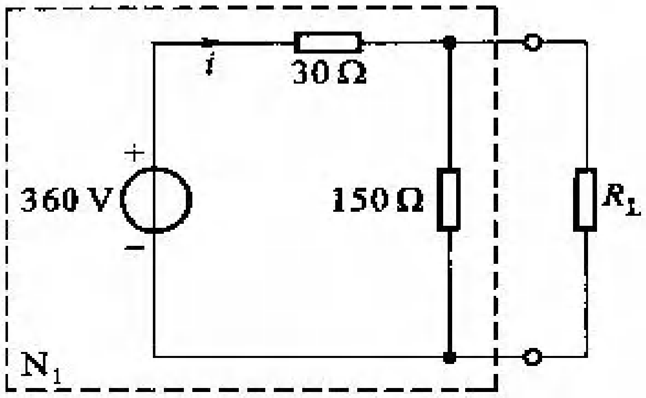
由于 $\left.\frac{d^2 p}{dR_L^2}\right|_{R_L = R_o} = -\frac{u_{OC}^2}{8R_o^3} < 0$ p有最大值 $p_{\max} = \frac{u_{OC}^2}{4R_o}$

例 4-18

(1)求R_L获得最大功率时的R_L；

(2)计算此时R_L得到的功率；

(3)当R_L获得最大功率时，求360 V电源产生的功率传递给R_L的百分数。



解　(1)先求N_1的戴维南等效电路：

$$u_{OC}=360\times\frac{150}{180}V=300V$$

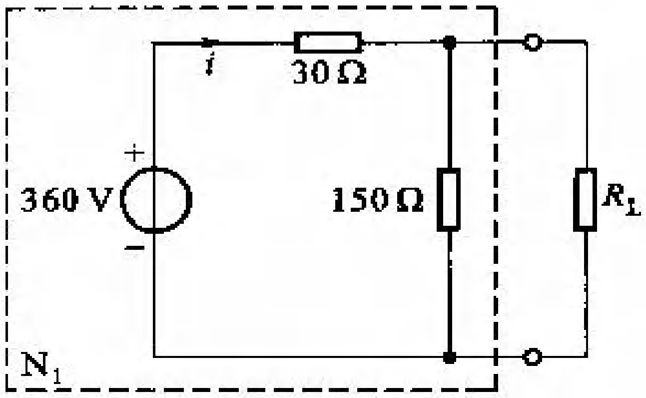
$$R_o=\frac{150\times30}{150+30}\Omega=25\Omega$$

因此，当R_L=R_o=25Ω时，R_L获得最大功率。

解答

(2) R_L获得的最大功率为：

$$p_{\max}=\left(\frac{300}{25+25}\right)^2\times 25=900W$$



(3)当R_L=25Ω时，其两端电压为

$$300\times\frac{25}{25+25}V=150V$$

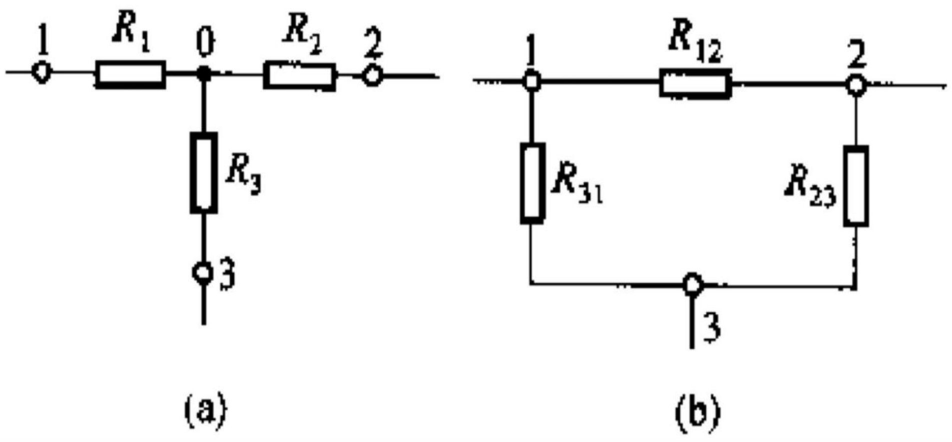
$$i=\frac{360-150}{30}A=7A$$

360V电源的功率为 $$p_S=-360\times 7=-2520W$$

负载所得功率的百分数为 $$\frac{p_{\max}}{p_S}=\frac{900}{2520}\times 100\%=35.71\%$$

§4-10 T形和Π形网络的等效变换（了解原理，可略）

- 将三个电阻的一端连接在一个节点上，它们的另一端分别接到三个不同的端钮上，这样就构成了T形网络，亦称星形或Y形网络。
- 如果将三个电阻分别接在每二个端钮之间，使三个电阻本身构成一个回路，这样就构成了Π形网络，亦称三角形或Δ形网络。

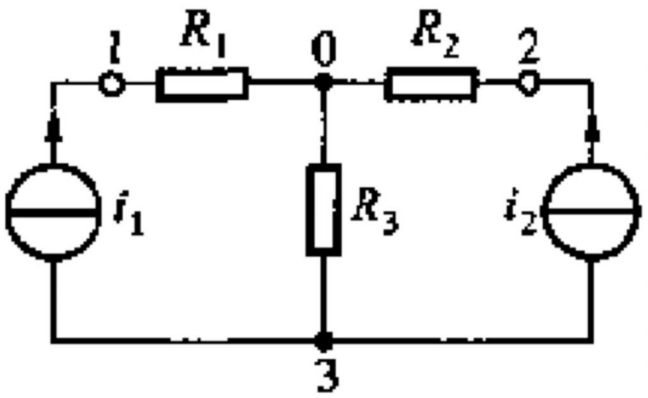


T型电路端钮的VCR

设想在这两种网络相对应的端钮上分别施加电流源i_1和i_2，分别推导它们端钮的VCR。

对T形网络

$$u_{13}=R_1 i_1+R_3\left(i_1+i_2\right)$$
$$u_{23}=R_2 i_2+R_3\left(i_1+i_2\right)$$



整理得:

$$\left.\begin{aligned} u_{13}&=\left(R_1+R_3\right)\times i_1+R_3 i_2 \\ u_{23}&=R_3 i_1+\left(R_2+R_3\right)\times i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

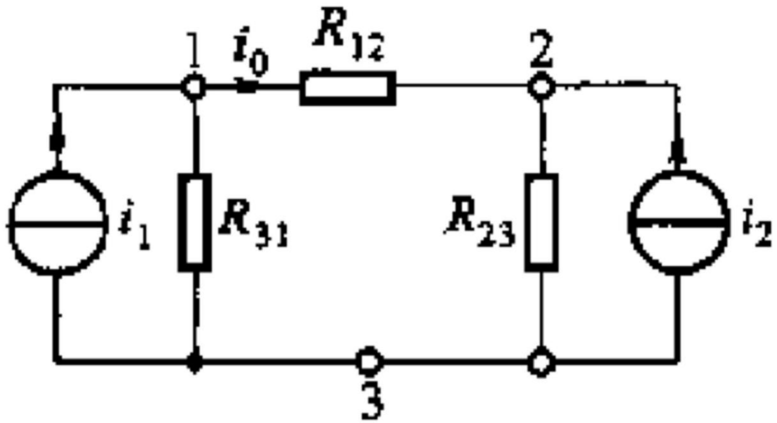
Π型电路端钮的VCR

对Π形网络，电流源并联电阻模型变为电压源串联电阻模型：

$$i_0 = \frac{R_{31}i_1 - R_{23}i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$u_{13} = R_{31}(i_1 - i_0)$$

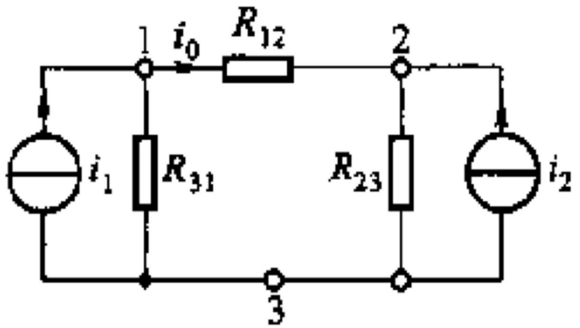
$$u_{23} = R_{23}(i_0 + i_2)$$

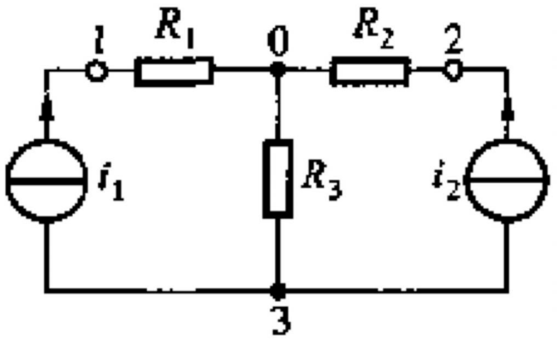


$$\left.\begin{aligned} u_{13} &= \frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_1 + \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_2 \\ u_{23} &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_1 + \frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Π形网络变换为T形网络的公式

(1)式和(2)式分别为T形网络和Π形网络的VCR。如果VCR完全相同，(1)两式和(2)两式中i_1与i_2的系数应分别相等，即



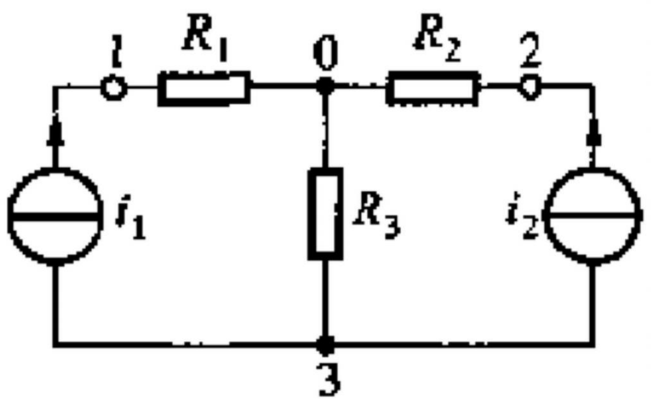


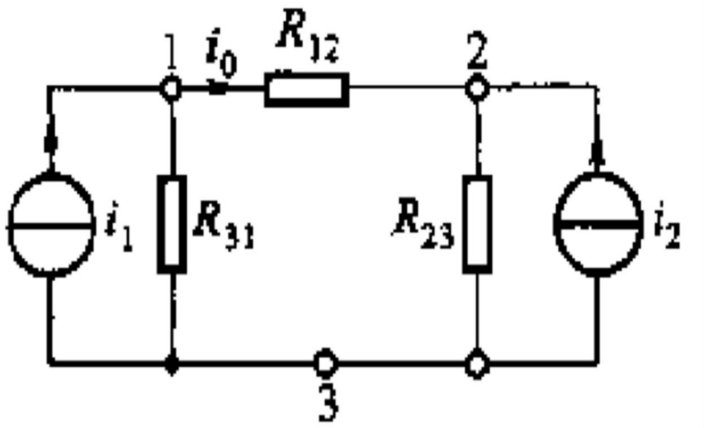
$$\left.\begin{aligned} R_1 + R_3 &= \frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 + R_3 &= \frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}\right\}$$

$$R_j = \frac{\text{接于端钮 } j \text{的两电阻的乘积}}{\text{三电阻之和}}$$

T形网络变换为Π形网络的公式

$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\}$$

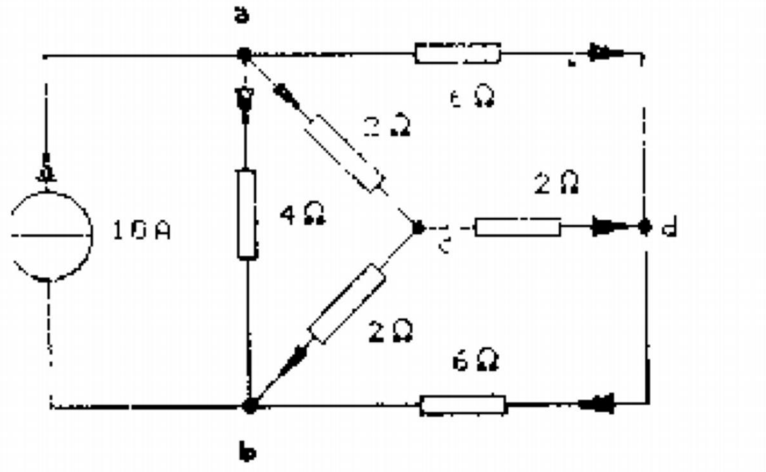




$$R_{mn} = \frac{\text{电阻两两乘积之和}}{\text{接在与}R_{mn}\text{相对端钮的电阻}}$$

例

(1)求R_{ab}；(2)求各支路电流以及U_{ab}、U_{ad}和U_{ac}。



解 将电路分解为在a、b、d三端相连的两个三端网络：一个是abd星形网络，另一个是三角形网络。将电路中abd星形网络等效变换为三角形网络。

$$R_{ab}=\frac{R_aR_b+R_bR_d+R_aR_d}{R_d}=\frac{2\times2+2\times2+2\times2}{2}=6\Omega$$

$$R_{bd}=R_{da}=6\Omega$$

解答

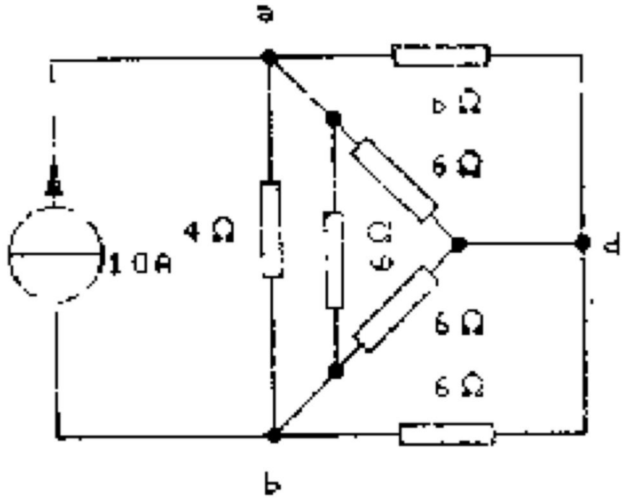
原电路等效变换成串、并联电路。

(1)解得等效电阻

$$R_{ab}=\frac{12}{7}\Omega \qquad U_{ab}=10R_{ab}=\frac{120}{7}V$$

$$U_{ad}=\frac{U_{ab}}{2}=\frac{60}{7}V$$

$$U_{db}=\frac{60}{7}V$$

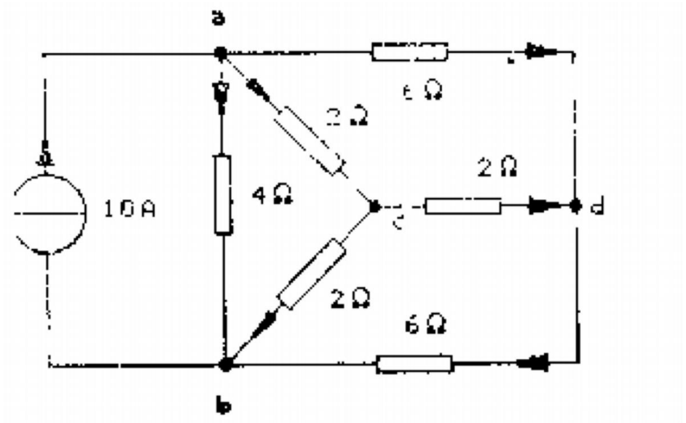


再由原电路，解得

$$I_{ab}=\frac{U_{ab}}{4}=\frac{30}{7}A$$

$$I_{ad}=I_{db}=\frac{U_{ad}}{6}=\frac{10}{7}A$$

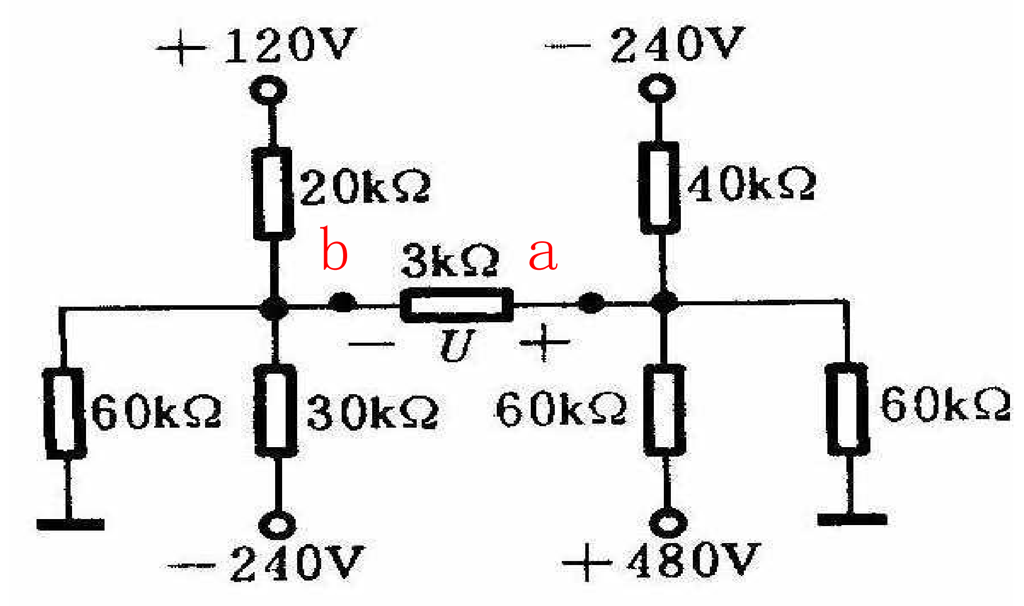
$$I_{cd}=0$$



习题

求3$k\Omega$电阻上的电压。

解　设3$k\Omega$电阻的右侧端钮为a端，左侧端钮为b端。断开3$k\Omega$电阻支路。分别求a端与地端之间单口网络的戴维南等效和b端与地端之间单口网络的戴维南等效。



解答

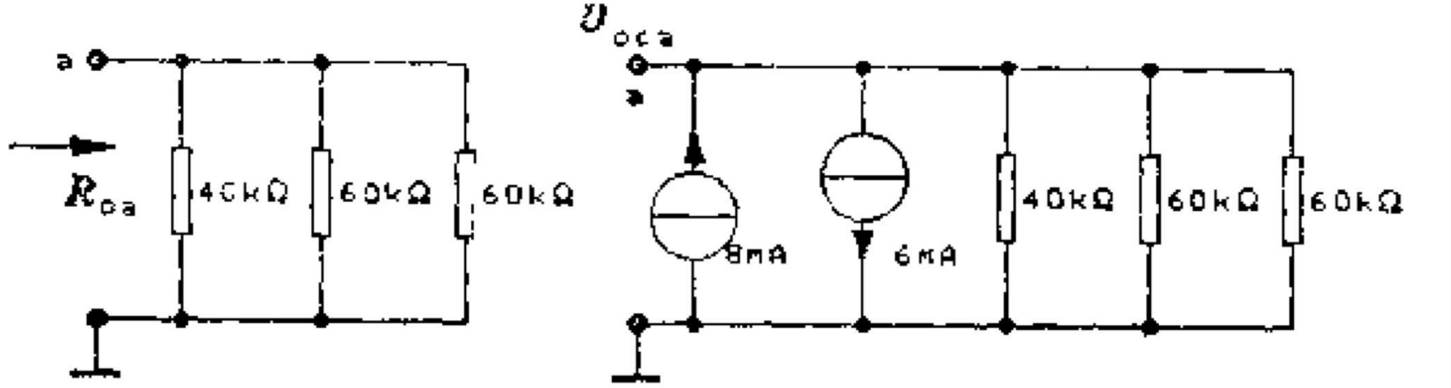
❖ 求右侧的戴维南等效单口网络。

❖ 求等效电阻R_{oa}

$$R_{oa}=\frac{1}{\frac{1}{40}+\frac{1}{60}+\frac{1}{60}}=\frac{120}{7}k\Omega$$

❖ 将电压源串联电阻支路等效变换为电流源并联电阻支路，得到求开路电路u_{oca}，解得

$$U_{oca}=(8-6)\times\frac{120}{7}=\frac{240}{7}V$$



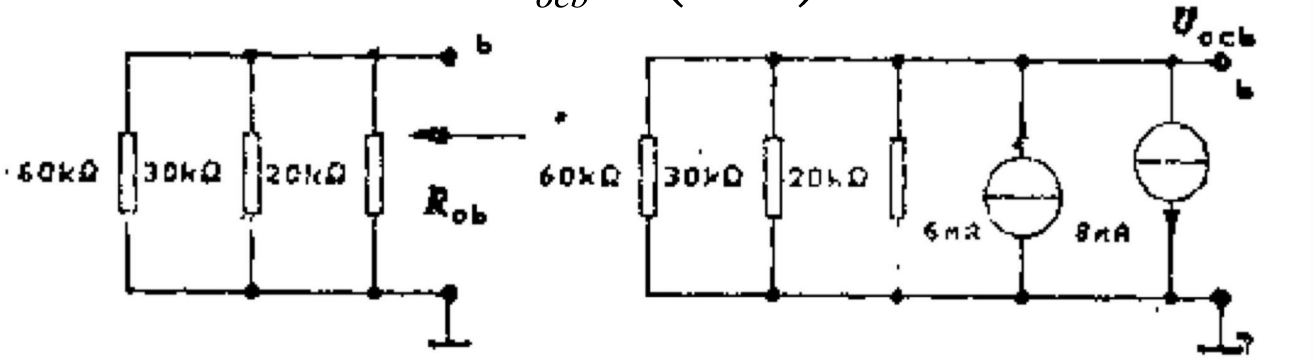
解答

- 求左侧的戴维南等效单口网络。
- 求等效电阻R_{ob}

$$R_{ob}=\frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}}=10k\Omega$$

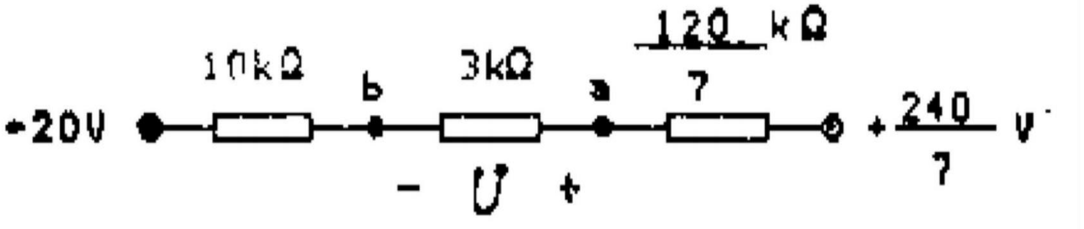
- 将电压源串联电阻支路等效变换为电流源并联电阻支路，得到求开路电路u_{ocb}，解得

$$U_{ocb}=(6-8)\times 10=-20V$$



解答

- 将两侧的戴维南等效单口网络与3$k\Omega$电阻支路接通，就是戴维南等效变换电路。
- 利用分压定理



$$U=\frac{3}{\frac{120}{7}+3+10}\times\left(\frac{240}{7}+20\right)=\frac{1140}{211}V$$

思考题

有人认为：一个含源单口网络根据置换定理可以用一个电压源来替换，而根据戴维南定理，却要求用电压源串联电阻来替换。因此，置换定理更为有用。对吗？

1）置换定理对外电路有效，而戴维南定理是对被置换的电路有效。

2）置换定理是用端口电压来置换，而戴维南定理是用开路电压来置换。

3）戴维南定理是原电路完整的VCR关系等效，置换定理是维持原有VCR外部交点的一个特殊解。

作业

- 第五版：
- 习题二 4，8，17，25
- 习题四 1，5，7，19，30，49

- 下周交作业
- 请预习第六，七章

- 课件地址：
  - http://staff.ustc.edu.cn/~ftliang/FET/

前情提要

$$\left.\begin{aligned}
&R_{11}i_{M1}+R_{12}i_{M2}+\ldots+R_{1m}i_{Mm}=u_{S11}\\
&R_{21}i_{M1}+R_{22}i_{M2}+\ldots+R_{2m}i_{Mm}=u_{S22}\\
&\ldots\ldots\\
&R_{m1}i_{M1}+R_{m2}i_{M2}+\ldots+R_{mm}i_{Mm}=u_{Smm}
\end{aligned}\right\}\text{网孔方程}$$

$$\left.\begin{aligned}
&G_{11}u_{N1}+G_{12}u_{N2}+\ldots+G_{1(n-1)}u_{N(n-1)}=i_{S11}\\
&G_{21}u_{N1}+G_{22}u_{N2}+\ldots+G_{2(n-1)}u_{N(n-1)}=i_{S22}\\
&\ldots\ldots\\
&G_{(n-1)1}u_{N1}+G_{(n-1)2}u_{N2}+\ldots+G_{(n-1)(n-1)}u_{N(n-1)}=i_{S(n-1)(n-1)}
\end{aligned}\right\}\text{节点方程}$$

- 方程的数量，来源，自(互)电阻(导)
- 电源的处理

- (1)设电路的节点数为n，则独立的KCL方程为(n-1)个，且为任意的(n-1)。
- (2)对于一个包含b条支路平面电路有[b-(n-1)]个网孔，所列的[b-(n-1)]个网孔的KVL方程是独立的。
- n：节点数，
- n-1：独立KCL方程
- b：支路数
- b-(n-1)：网孔数、独立KVL方程