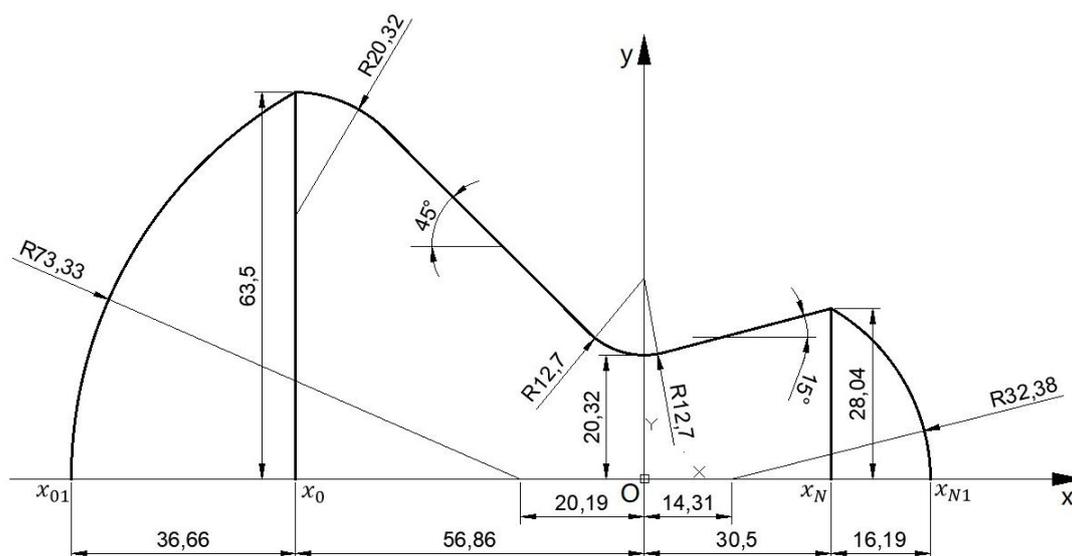


# 《计算热物理》大作业

## 9.4 综合上机作业——数值实验题（用偏微分方程方法生成贴体坐标网格）

为了用离散的数值方法计算轴对称喷管流场，需要把喷管流动区域变换为矩形计算区域。试按图示的喷管形状、尺寸及流场入口边界和出口边界特征，用求解椭圆型偏微分方程——Laplace 方程的方法，实现坐标转换，生成贴体网格系统。



习题 9.4 图

1. 喷管形状：收敛圆弧——收敛锥——圆弧——圆弧——扩散锥。

入口边界和出口边界特征：

- (1) 均为垂直于轴向  $X$  轴的直线；
  - (2) 均为一段圆弧。
2. 计算平面  $(\xi, \eta)$  上，取  $i_{max} = 41$ ， $j_{max} = 11$ ，且取  $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ 。
  3. 物理平面  $(x, y)$  上，要求喷管喉部附近网格较密。

- (1) 喷管壁上对应的转换坐标  $\xi$  由下式确定

$$\xi = \xi_N \frac{\text{arsh}(Ax) - \text{arsh}(Ax_0)}{\text{arsh}(Ax_N) - \text{arsh}(Ax_0)} \quad (1)$$

即逆变换为

$$x = \frac{1}{A} \text{sh} \left\{ \frac{\xi}{\xi_N} [\text{arsh}(Ax_N) - \text{arsh}(Ax_0)] + \text{arsh}(Ax_0) \right\} \quad (2)$$

其中  $x_0$  为喷管壁入口处的轴向坐标， $x_N$  为喷管壁出口处的轴向坐标， $A$  为调节参数，分别取  $A = 0.5, 1.0, 1.5$ 。

(2) 喷管轴线上，以喉部为界，要保证喉部上、下游节点数与喷管壁喉部上下游的节点数一致。为此，对于垂直于  $x$  轴的进出口边界，轴上  $\xi$  坐标转换与式(1)完全相同；对圆弧形的进、出口边界，以喉部为界，按变化了的式(1)分两段来计算：设喷管壁在喉部上游最邻近喉部的节点轴向坐标为  $x_{IN}$ ，圆弧入口、出口边界的轴向坐标为  $x_{01}$  和  $x_{N1}$ ，则喉部上游的喷管轴上转换为

$$\xi = \xi_{IN} \frac{\text{arsh}(Ax) - \text{arsh}(Ax_{01})}{\text{arsh}(Ax_{IN}) - \text{arsh}(Ax_{01})} \quad (3)$$

而喉部下游的喷管轴上转换为

$$\xi = \xi_{IN+1} + (\xi_{max} - \xi_{IN+1}) \frac{arsh(Ax) - arsh(Ax_{IN+1})}{arsh(Ax_{N1}) - arsh(Ax_{IN+1})} \quad (4)$$

- (3) 进、出口边界按其规定的两种特征，分别取等距分割和等弧分割。
4. 取 Laplace 方程作正转换控制方程，在逆转换下求解。按轴对称情况取迭代初值，分别采用点迭代 (Jacobi、G-S、SOR)、线 (块) 迭代 (Jacobi、G-S、SOR)、ADI 迭代计算离散的代数方程。
5. 写出作业报告，包括：
- (1) 简述用 PDE 方法建立坐标转换的基础；
  - (2) 控制方程推演；定解条件 (边界条件) 的确定——几何分析及四边界的节点边值确定；
  - (3) 计算方法——迭代法及初值选择；
  - (4) 程序框图、源程序；
  - (5) 计算结果——在图上画出物理平面上网格线；
  - (6) 结果分析、讨论；
  - (7) 对此类作业的建议和要求。