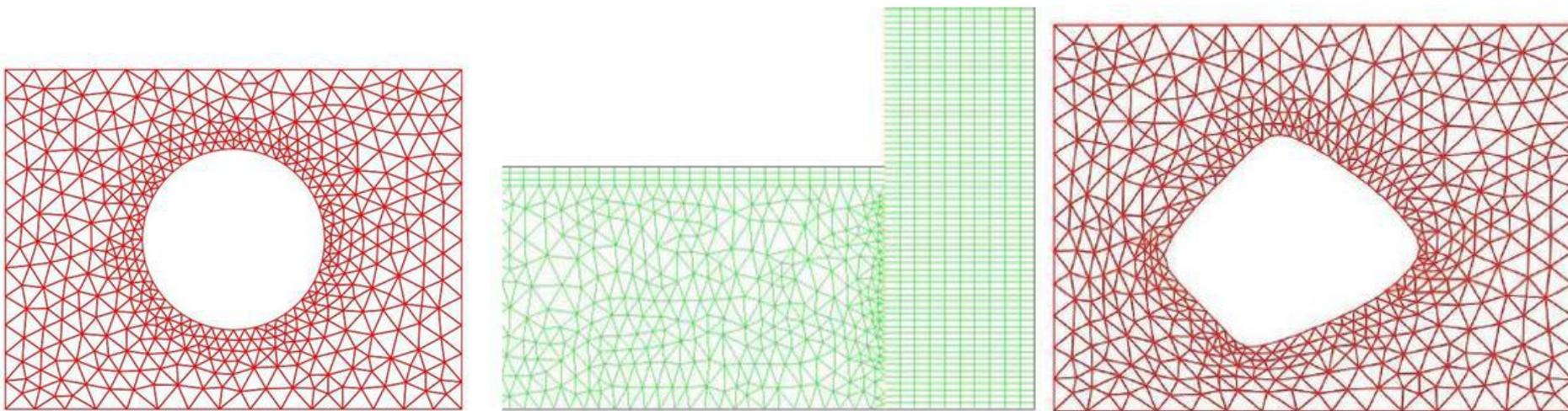


### 3 离散方法基础



胡茂彬

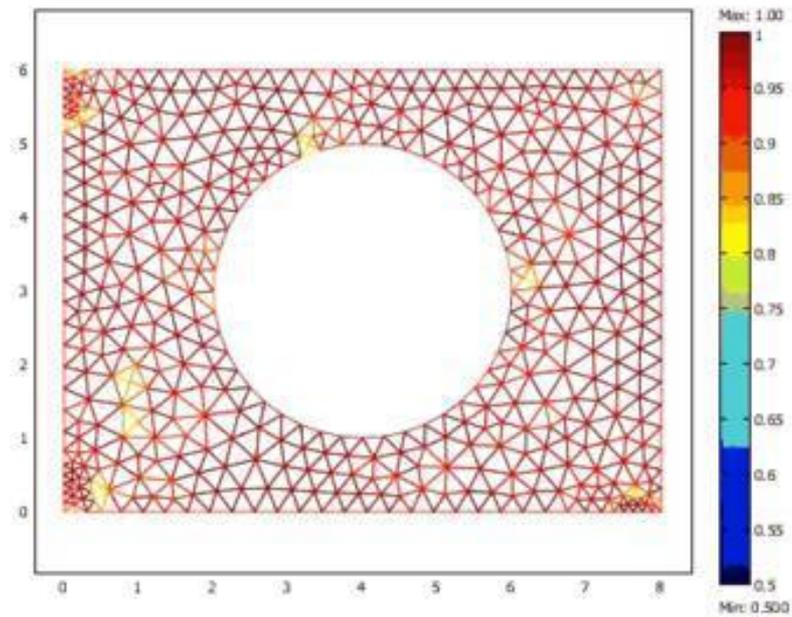
<http://staff.ustc.edu.cn/~humaobin/>

[humaobin@ustc.edu.cn](mailto:humaobin@ustc.edu.cn)

# 偏微分方程数值解法的要点

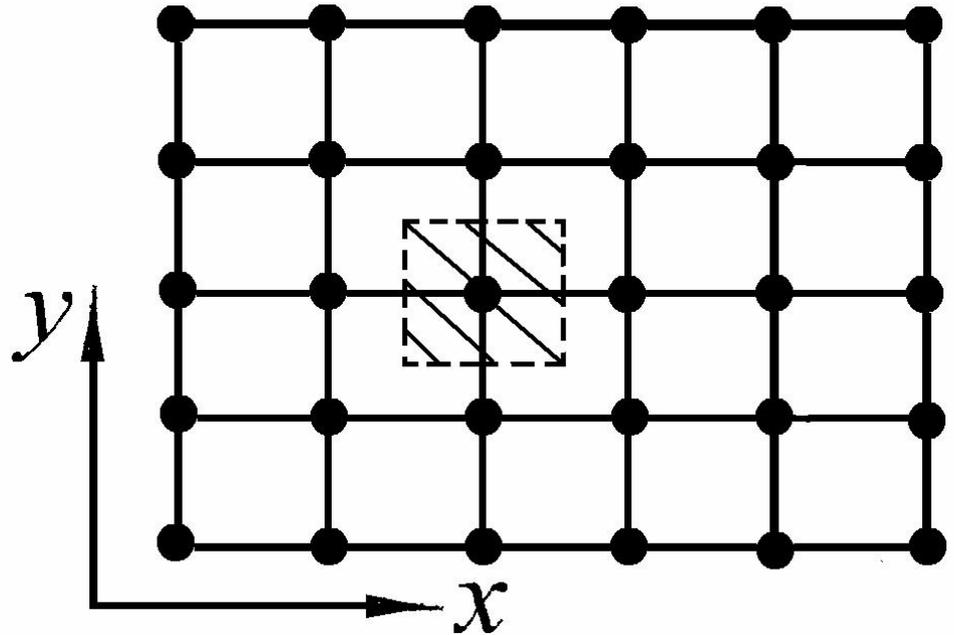
- **离散化**：采用不同的离散方法，使其独立变量看成仅仅只在有限个离散点上存在
- **代数化**：将连续域上定义的偏微分方程变成在有限个离散点上定义的代数方程

# 3.1 解域离散



## 3.1.1 解域离散的四个要素

- 网格线
- 节点
- 控制容积
- 界面

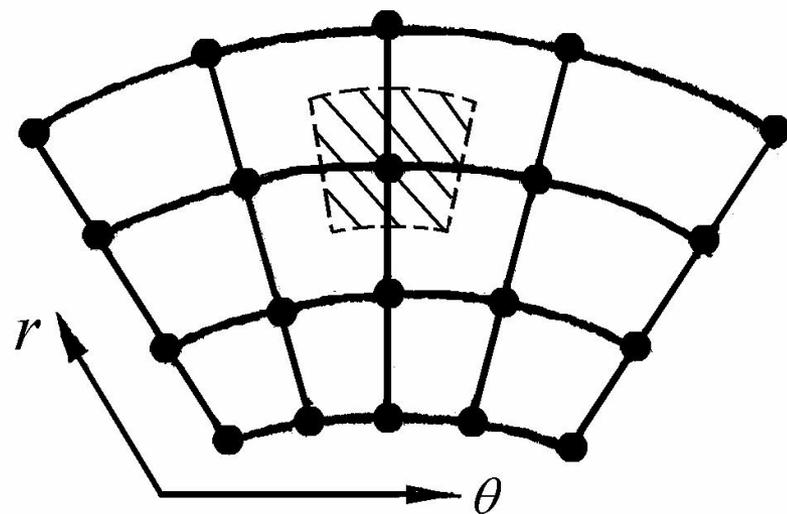
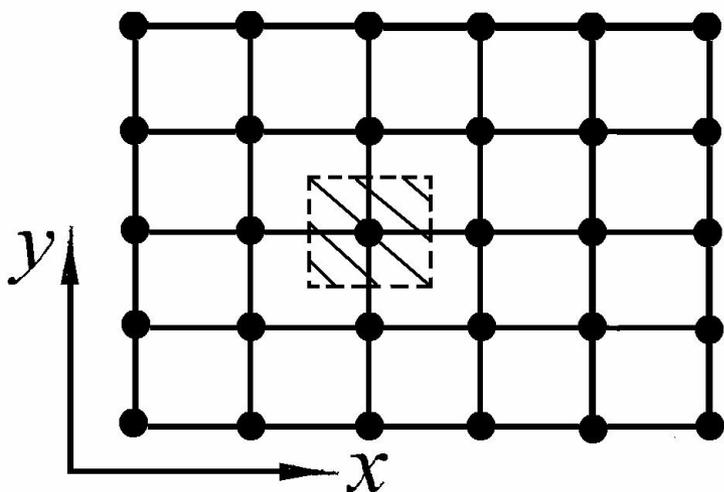


“节点”是控制容积的代表：

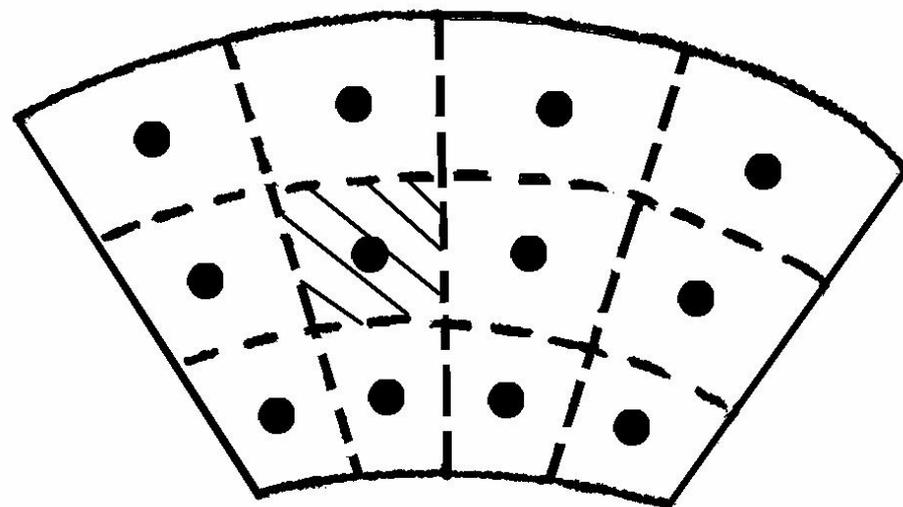
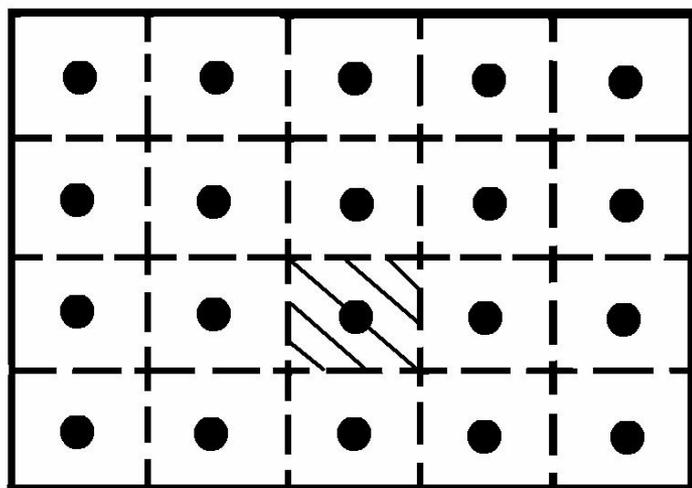
函数值只在节点上定义，  
节点函数值是控制容积函数值的平均值

## 3.1.2 节点设置方式

(1) 点中心 (A 法, 外节点法, 单元顶点法)



## (2) 块中心 (B法, 内节点法, 单元中心法)



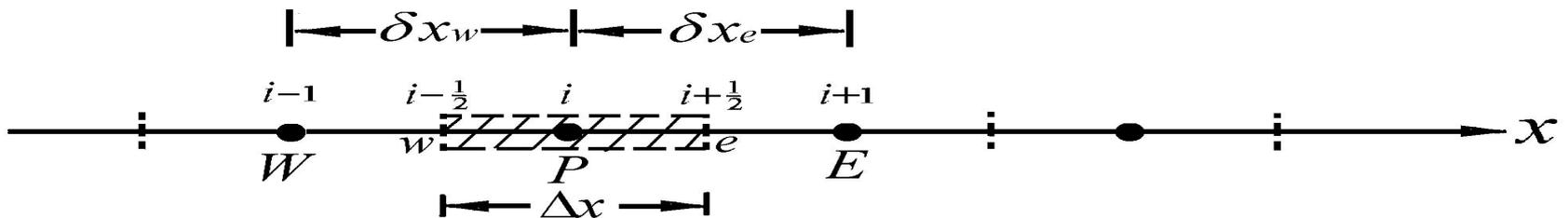
## 2. 节点的标识

- i-j-k-n 表示法

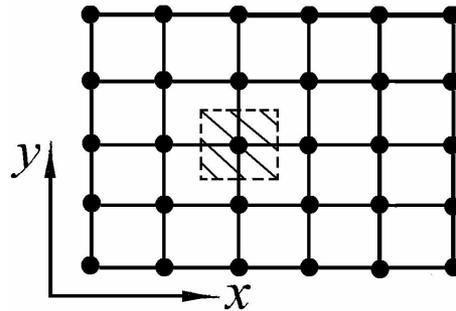
$$\phi_{i,j,k}^n \quad \phi_{i+\frac{1}{2},j,k}^n$$

- 方位表示法

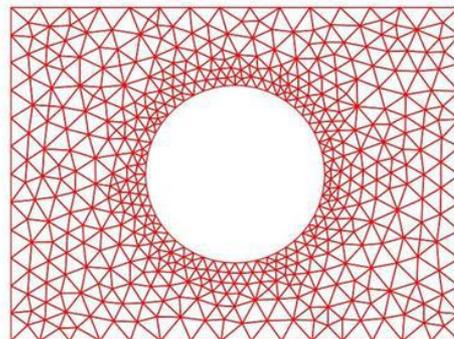
$$\phi_P^n \quad \phi_e^n$$



- **结构化网格**: 给出了一个节点的编号, 即可得到其相邻节点的编号



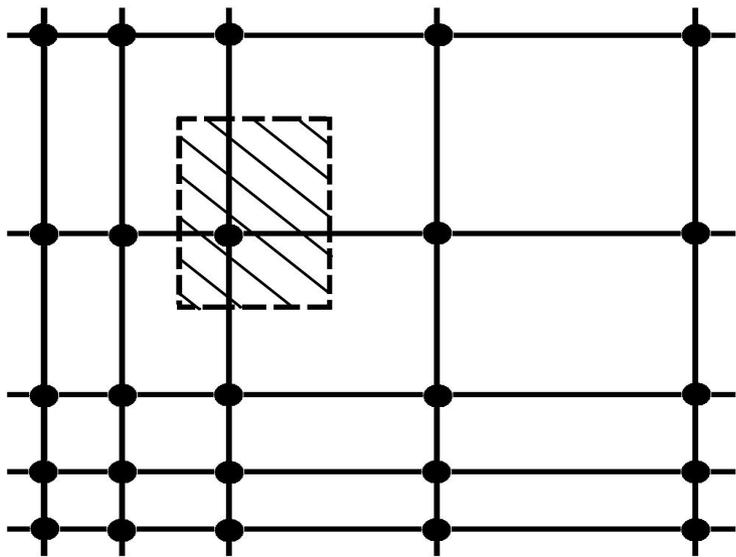
- **非结构网格**: 适应性强, 但生成过程较为复杂



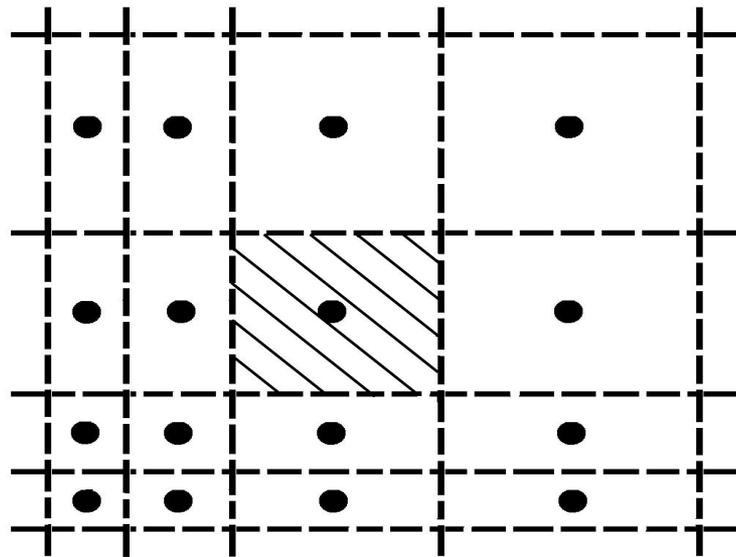
# 两种方法划分结果的差异

- 非均匀网格情况

(1) 节点：块中心法节点总在几何中心上，代表性好



(a)

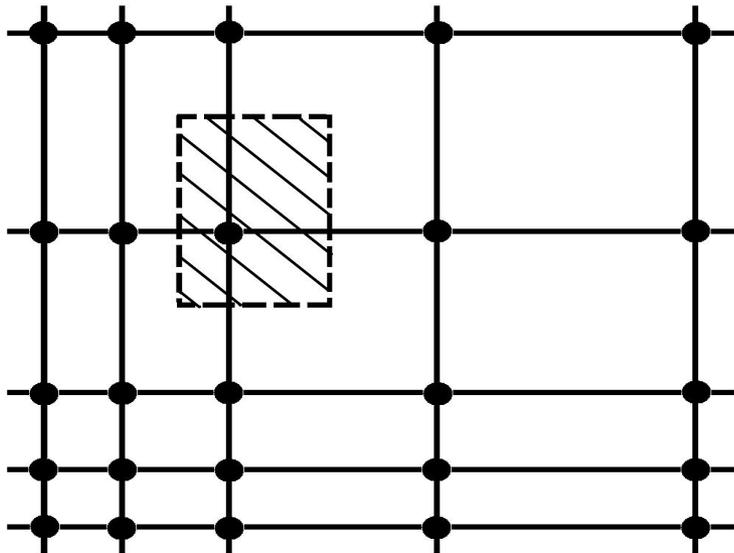


(b)

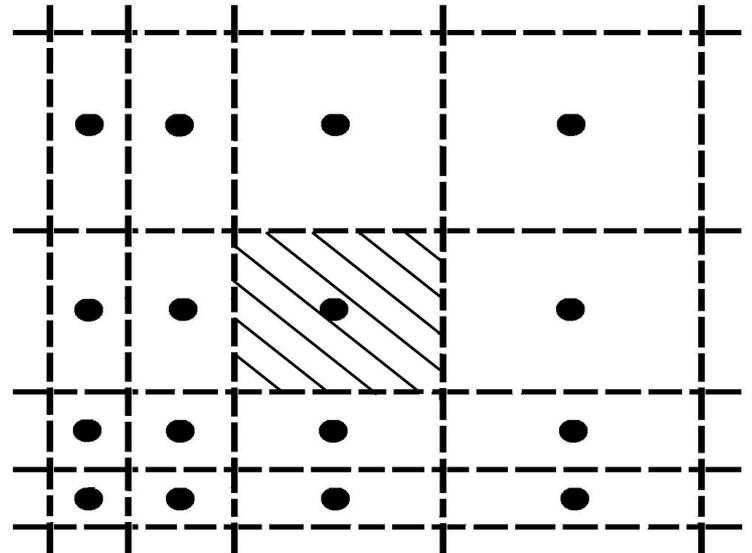
# 两种方法划分结果的差异

- 非均匀网格情况

(2) 界面：点中心法界面总在节点中点位置，  
导数值精度高

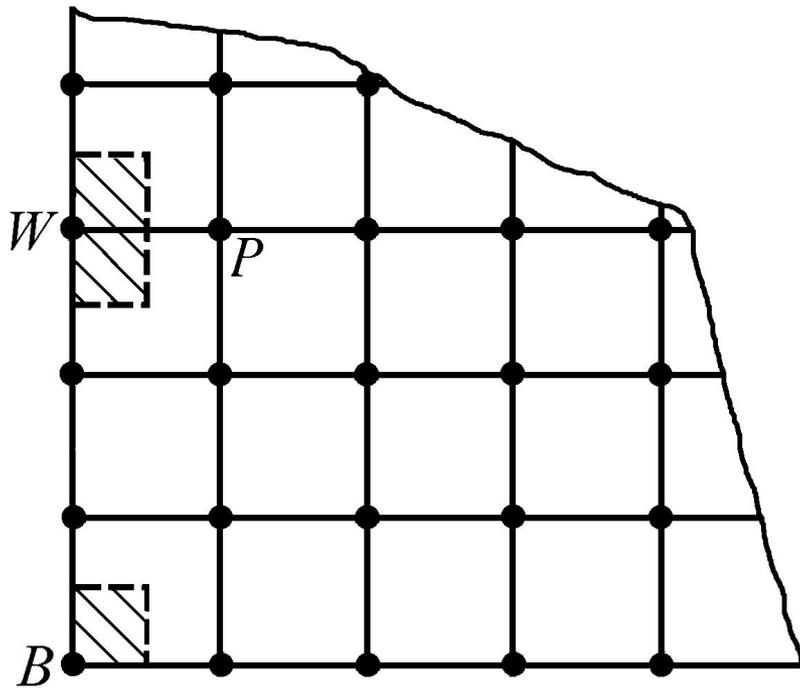


(a)

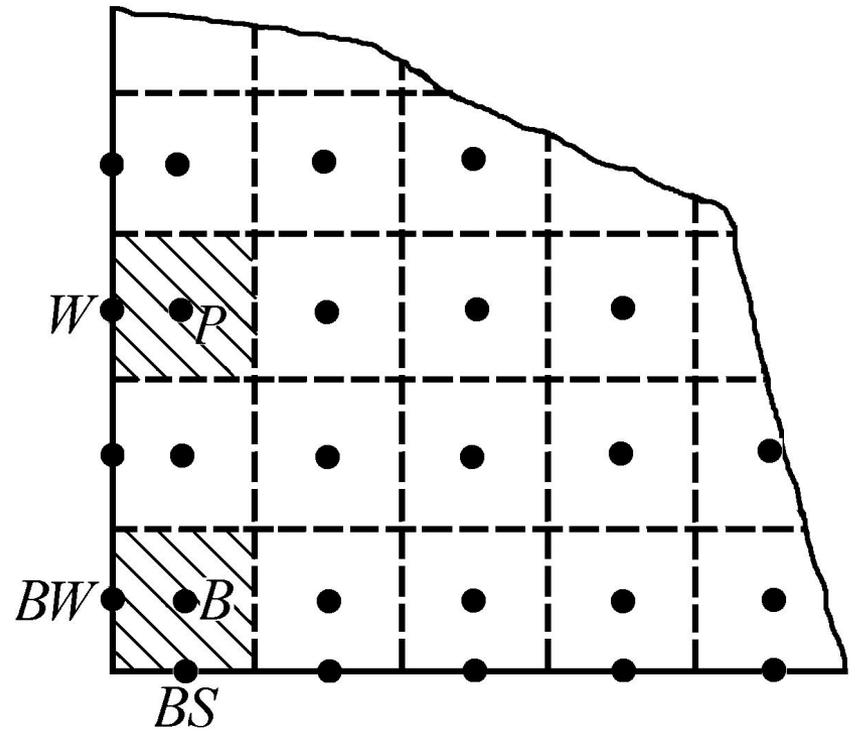


(b)

### (3) 边界节点与边界控制体



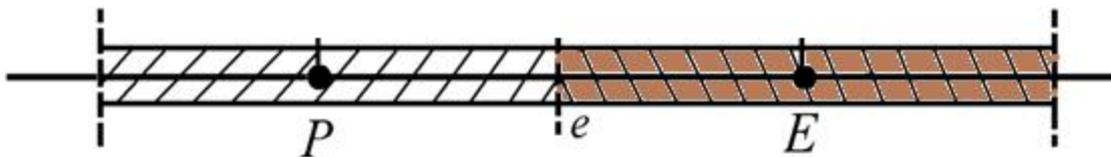
(a)



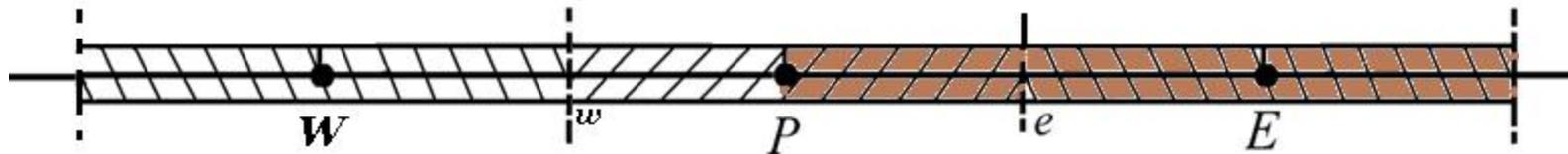
(b)

## (4) 物性阶跃突变位置处理

- 块中心:



- 点中心:



## 3.1.3 注意事项

- (1) **行进问题**计算，有些离散格式需要时间—空间步长之间满足一定的制约关系
- (2) 一般在程序调试阶段，多采用粗网格；调试好后，网格逐步加密 → **网格独立的解**
- (3) 物理量变化**快**的区域取**密**网格，反之取粗网格。非均匀网格，相邻两节点的控制容积的厚度变化不宜过大

