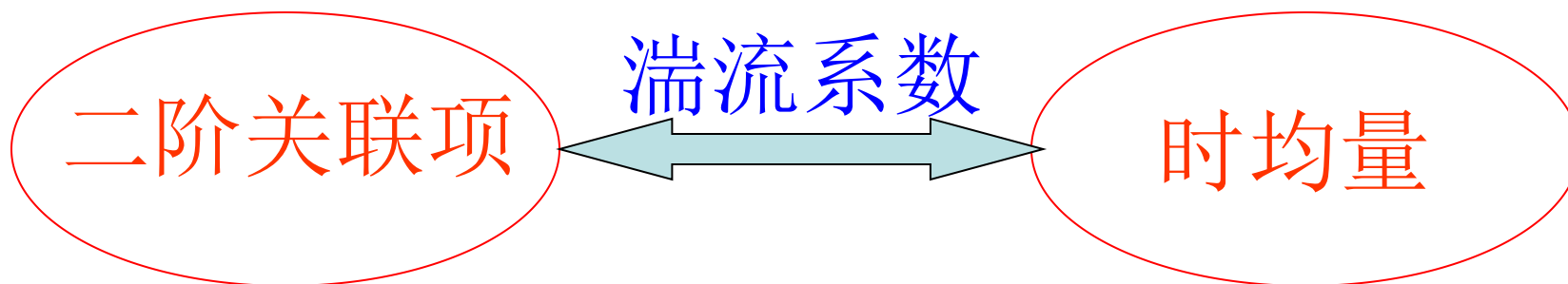


7.3 零方程和一方程模型

胡 茂 彬

<http://staff.ustc.edu.cn/~humaobin/>
humaobin@ustc.edu.cn

湍流系数（涡粘系数）法



7.3.1 零方程模型

- 分子热运动:

层流粘性系数

$$\tau_L = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

- 湍流涡旋的脉动:

$$-\overline{\rho u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

涡粘系数

- 混合长度模型

混合长度模型

- 类比分子热运动:

$$\mu_t = \rho l_m u'$$

混合长度

$$u' = l_m \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$
$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

- 湍流应力

$$-\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y}$$

混合长度

- 自由剪切流

流动形式	平面混合层	平面射流	圆形射流	径向射流	平面尾流
$l_m/b(x)$	0.07	0.09	0.075	0.125	0.16
$b(x)$ 意义	混合层宽度	射流半宽度	射流半宽度	射流半宽度	尾流半宽度

- 固壁边界层流动（边界层厚度 δ ）

当 $y/\delta \leq \lambda/\kappa$ 时, $l_m = \kappa y$

当 $y/\delta > \lambda/\kappa$ 时, $l_m = \lambda\delta$

- 充分发展的湍流管流

$$l_m/R = 0.14 - 0.08(1 - y/R)^2 - 0.06(1 - y/R)^4$$

混合长度模型评述

- 处理边界层和射流等比较简单的湍流问题，取得很大的成功
- 已被推广至三维流动（1974）
- 比较粗糙，局限性较大，对较为复杂的流动问题（回流流动，带压力梯度的边界层流动等），难以得到合理的混合长度公式

7.3.2 一方程模型

- 为考虑湍流流场中**对流**和**扩散**的影响，需建立**涡粘系数**的微分方程
- 建立湍流动能 **k** 的方程，考虑**涡粘系数**的**时空演化**
- 求解：湍流动能 **k** 方程 (Kolmogorov 1942, Prandtl 1945)

Prandtl 和Kolmogonov 假设

- 分子粘性 $\propto$ 分子运动速度 $\times$ 分子平均自由程

$$\mu_t = c'_\mu \rho k^{1/2} l$$

脉动特征速度

脉动特征长度

湍动能 k 方程

$$\underbrace{\frac{\partial \rho k}{\partial t}}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j}}_{(2)} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (u_i p')}_{(3)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\overline{\rho u'_i u'_j u'_j}}{2} \right)}_{(4)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}_{(5)} \\ - \underbrace{\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{(6)} - \underbrace{\mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)}_{(7)}$$

简化的 k 方程

$$\underbrace{\frac{\partial \rho k}{\partial t}}_{\text{非稳态项}} + \underbrace{\frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j}}_{\text{对流项}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}_{\text{扩散项}} + \underbrace{\mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}_{\text{产生项}} - \underbrace{c_D \rho \frac{k^{3/2}}{l}}_{\text{耗散项}}$$

- 湍流特征长度采用混合长度模型类似估计

一方程模型评述

- 计算湍流粘性系数时考虑了湍流脉动的对流和扩散效应
- 脉动尺度仍用代数式，局限性较大
- 在工程实际中通用性差，应用不多

