

8.4 加速迭代收敛的 块修正技术

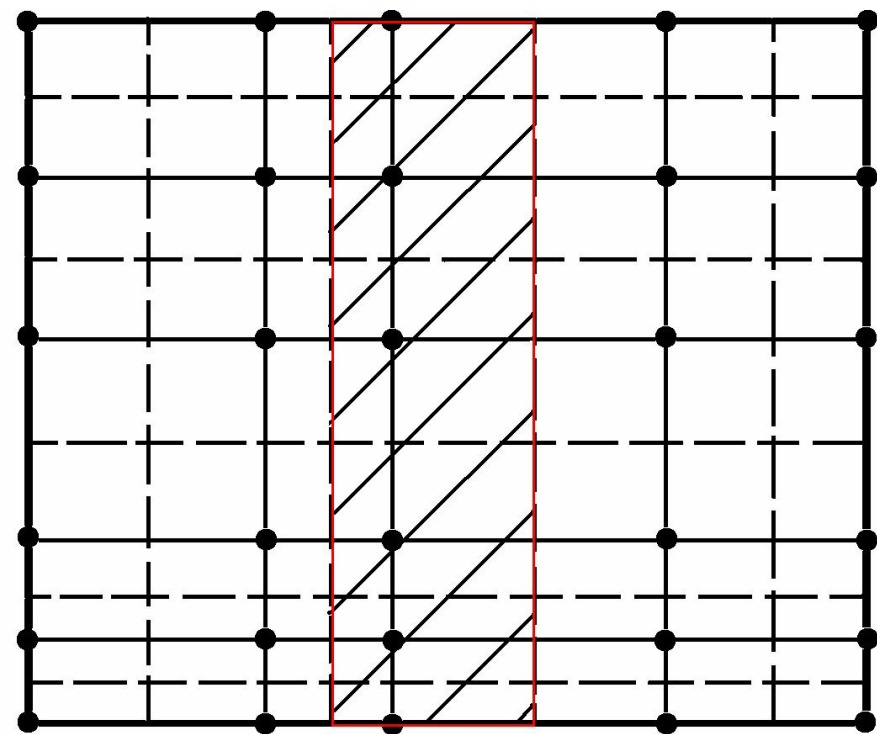
胡 茂 彬

<http://staff.ustc.edu.cn/~humaobin/>
humaobin@ustc.edu.cn

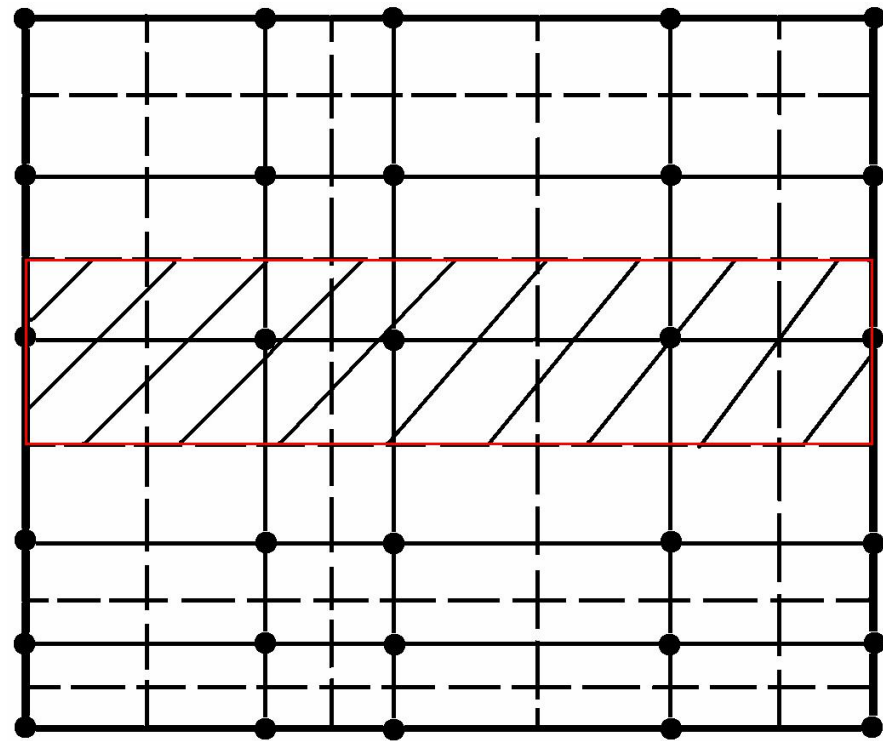
Motivation

- 准确解：在求解区域内满足物理量守恒
- 而迭代解：收敛前都偏离守恒定律
- 块修正技术：使守恒量在计算域内尽快平衡，从而加快收敛

示意图



按列修正



按行修正

导热方程离散

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b$$

- 首先对此方程进行**ADI迭代**求解（从略）
- 迭代后**方程余量**：

$$R_P = a_P T_P^* - a_E T_E^* - a_W T_W^* - a_N T_N^* - a_S T_S^* - b$$

块修正过程

(1) 块上各节点采用共同的修正值

列扫描: $\overline{T'_i} = \overline{T'_P} = \overline{T'_N} = \overline{T'_S}$

行扫描: $\overline{T'_j} = \overline{T'_P} = \overline{T'_E} = \overline{T'_W}$

要求2：同一块上所有节点
余量之和等于零

$$\begin{aligned} \sum R_P = & \sum a_P \left(T_P^* + \overline{T_P'} \right) - \sum a_E \left(T_E^* + \overline{T_E'} \right) - \sum a_W \left(T_W^* + \overline{T_W'} \right) \\ & - \sum a_N \left(T_N^* + \overline{T_N'} \right) - \sum a_S \left(T_S^* + \overline{T_S'} \right) - \sum b = 0 \end{aligned}$$

列扫描修正量方程

$$\left[\sum_j (a_P - a_N - a_S) \right] \overline{T'_P} = \left[\sum_j a_E \right] \overline{T'_E} + \left[\sum_j a_W \right] \overline{T'_W} \\ + \sum_j \left(a_E T_E^* + a_W T_W^* + a_N T_N^* + a_S T_S^* - b - a_P T_P^* \right)$$

• 应用：

$$\overline{T'_i} = \overline{T'_P} = \overline{T'_N} = \overline{T'_S}$$

行扫描修正量方程

$$\left[\sum_i (a_P - a_E - a_W) \right] \overline{T'_P} = \left[\sum_i a_N \right] \overline{T'_N} + \left[\sum_i a_S \right] \overline{T'_S} \\ + \sum_i \left(a_E T_E^* + a_W T_W^* + a_N T_N^* + a_S T_S^* - b - a_P T_P^* \right)$$

• 应用: $\overline{T'_j} = \overline{T'_P} = \overline{T'_E} = \overline{T'_W}$

具体实施

- 做完一轮通常的**ADI** 迭代

- x**方向逐列扫描:

$$\left[\sum_j (a_P - a_N - a_S) \right] \overline{T'_P} = \left[\sum_j a_E \right] \overline{T'_E} + \left[\sum_j a_W \right] \overline{T'_W} \\ + \sum_j (a_E T_E^* + a_W T_W^* + a_N T_N^* + a_S T_S^* - b - a_P T_P^*)$$

- 校正: $T_P = T_P^* + \overline{T'_P}$

- y**方向逐行扫描修正:

$$\left[\sum_i (a_P - a_E - a_W) \right] \overline{T'_P} = \left[\sum_i a_N \right] \overline{T'_N} + \left[\sum_i a_S \right] \overline{T'_S} \\ + \sum_i (a_E T_E^* + a_W T_W^* + a_N T_N^* + a_S T_S^* - b - a_P T_P^*)$$

评述

- 每一步增加了一个块修正的过程，需要进行TDMA求解
- 但采用块修正之后比原来迭代收敛速度要快很多！

