



第一章 数制和码制

本章目录

- 1.1 概述
- 1.2 几种常用的数制
- 1.3 不同数制间的转换
- 1.4 二进制算术运算
- 1.5 几种常用的编码

§ 1.1 概述



一、数制

定义：多位数码中每一位的构成方法和从低位到高位进位的规则。

二、码制

定义：编制代码时所遵循的规则。

1 编码

用文字、符号或者数字表示特定对象的过程。

2 代码

具有特定含义的数码，用来表示不同的事物或事物的不同状态。

注：二进制代码的位数(n)，与需要编码的事物的个数(N)之间应满足以下关系：

$$2^n \geq N$$



§ 1.2 几种常用的数制

●常用的数制

十进制，二进制，十六进制，八进制

●数的表示方法

位置记数法、多项式法

2017-8-4

第一章 数制和码制

3



§ 1.2 几种常用的数制

一、十进制

每一位的构成：**0,1,2,3,4,5,6,7,8,9**

进位规则：逢十进一

任意一个**n**位整数、**m**位小数的十进制数可表示为

$$\begin{aligned}(D)_{10} &= k_{n-1}k_{n-2}\cdots k_0.k_{-1}\cdots k_{-m} \\ &= k_{n-1}\times 10^{n-1} + \cdots + k_0\times 10^0 + k_{-1}\times 10^{-1} + \cdots + k_{-m}\times 10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 10^i\end{aligned}$$

推广：任意进制（**N**进制）数可表示为： $(D)_N = \sum k_i N^i$

k_i ：第*i*位的系数；**N**：计数的基数； N^i ：第*i*位的权

2017-8-4

第一章 数制和码制

4



§ 1.2 几种常用的数制

二、二进制

每一位的构成：**0,1**；进位规则：逢二进一

任意二进制数可表示为： $(D)_2 = \sum k_i 2^i$

三、八进制

每一位的构成：**0,1,2,3,4,5,6,7**；进位规则：逢八进一

任意八进制数可表示为： $(D)_8 = \sum k_i 8^i$

四、十六进制

每一位的构成：**0~9,A,B,C,D,E,F**；进位规则：逢十六进一

任意十六进制数可表示为： $(D)_{16} = \sum k_i 16^i$



§ 1.2 几种常用的数制

不同进制数的对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F



§ 1.3 不同数制间的转换

一、任意进制数转换为十进制数

利用公式： $(D)_N = \sum k_i N^i$

例：将下面给出的二进制、八进制和十六进制数转换为等值的十进制数。

$$\begin{aligned} (1011.01)_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= (11.25)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (32.56)_8 &= 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 6 \times 8^{-2} \\ &= (26.71875)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2A.7F)_{16} &= 2 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 7 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2} \\ &= (42.49609375)_{10} \end{aligned}$$



§ 1.3 不同数制间的转换

二、十进制数转换为二进制数 —— 基数乘法

整数部分——基数除法

$$(S)_{10} = (k_n k_{n-1} k_{n-2} \cdots k_1 k_0)_2$$

$$(S)_{10} = k_n 2^n + k_{n-1} 2^{n-1} + k_{n-2} 2^{n-2} \cdots + k_1 2^1 + k_0 2^0$$

$$= 2(k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1) + k_0$$

$$k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1 = 2(k_n 2^{n-2} + k_{n-1} 2^{n-3} + \cdots + k_2) + k_1$$

.....



§ 1.3 不同数制间的转换

例: $(173)_{10} = (\quad)_2$

$$\begin{array}{r}
2 \overline{) 173} \dots\dots\dots \text{余数 } 1(k_0) \\
2 \overline{) 86} \dots\dots\dots \text{余数 } 0(k_1) \\
2 \overline{) 43} \dots\dots\dots \text{余数 } 1(k_2) \\
2 \overline{) 21} \dots\dots\dots \text{余数 } 1(k_3) \\
2 \overline{) 10} \dots\dots\dots \text{余数 } 0(k_4) \\
2 \overline{) 5} \dots\dots\dots \text{余数 } 1(k_5) \\
2 \overline{) 2} \dots\dots\dots \text{余数 } 0(k_6) \\
2 \overline{) 1} \dots\dots\dots \text{余数 } 1(k_7) \\
\mathbf{0}
\end{array}$$

$$\therefore (173)_{10} = (10101101)_2$$



§ 1.3 不同数制间的转换

二、十进制数转换为二进制数 —— 基数乘法

小数部分 —— 基数乘法

$$(S)_{10} = (0.k_{-1}k_{-2}\dots k_{-m})_2$$

$$(S)_{10} = k_{-1}2^{-1} + k_{-2}2^{-2} + \dots + k_{-m}2^{-m}$$

$$2(S)_{10} = k_{-1} + (k_{-2}2^{-1} + k_{-3}2^{-2} + \dots + k_{-m}2^{-m+1})$$

$$2(k_{-2}2^{-1} + k_{-3}2^{-2} + \dots + k_{-m}2^{-m+1}) = k_{-2} + (k_{-3}2^{-1} + \dots + k_{-m}2^{-m+2})$$

.....



§ 1.3 不同数制间的转换

例: $(0.8125)_{10} = (\quad)_2$

$$\begin{array}{r}
0.8125 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.6250 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 1 = k_{-1} \\
0.6250 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.2500 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 1 = k_{-2} \\
0.2500 \\
\times \quad 2 \\
\hline
0.5000 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 0 = k_{-3} \\
0.5000 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.0000 \quad \dots\dots \text{整数部分} = 1 = k_{-4}
\end{array}$$

$$\therefore (0.8125)_{10} = (0.1101)_2$$



§ 1.3 不同数制间的转换

三、二进制数转换为十六进制和八进制数

例: 将 $(1011110.1011001)_2$ 转换成十六进制和八进制数。

$$\begin{aligned}
\text{解: } (1011110.1011001)_2 &= (0101 \ 1110.1011 \ 0010)_2 \\
&= (5E.B2)_{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(1011110.1011001)_2 &= (001 \ 011 \ 110.101 \ 100 \ 100)_2 \\
&= (136.544)_8
\end{aligned}$$

四、八进制和十六进制数转换为二进制数

例: 将 $(703.65)_8$ 和 $(9FC.4A)_{16}$ 转换成二进制数。

$$\text{解: } (703.65)_8 = (111 \ 000 \ 011.110 \ 101)_2$$

$$(9FC.4A)_{16} = (1001 \ 1111 \ 1100.0100 \ 1010)_2$$



§ 1.3 不同数制间的转换

五、八进制数和十六进制数的互相转换

八进制数→二进制数→十六进制数

十六进制数→二进制数→八进制数

六、十进制数转换为八进制和十六进制数

十进制数→二进制数→八进制数

十进制数→二进制数→十六进制数



§ 1.3 不同数制间的转换

例：对火星的首次探险发现的仅仅是文明的废墟。从石器和图片中，探险家们推断创造这些文明的生物有四条腿，其触角末端长着一些抓东西的“手指”。经过很多研究后，探险家们终于能够翻译火星人的数学，他们发现了下面的等式：

$$5x^2 - 50x + 125 = 0$$

所指出的解为 $x=5$ 和 $x=8$ 。其中 $x=5$ 这个解看上去非常合理，但是 $x=8$ 这个解就需要某种解释。于是，探险家们反思了地球的计数体制发展，并且发现了火星的计数体制也有类似历史发展的证据。你认为火星人有几个手指？（来自1956年2月的《The Bent of Tau Beta Pi》）



§ 1.4 二进制算术运算

1.4.1 二进制算术运算的特点

加法运算规则:

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$

$$1+0=1 \quad 1+1=0(\text{同时向相邻高位进 } 1)$$

减法运算规则:

$$0-0=0 \quad 0-1=1(\text{同时向相邻高位借 } 1)$$

$$1-0=1 \quad 1-1=0$$

乘法运算规则:

$$0 \times 0 = 0 \quad 0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0 \quad 1 \times 1 = 1$$

除法运算规则:

$$0 \div 1 = 0 \quad 1 \div 1 = 1$$

2017-8-4

第一章 数制和码制

15



§ 1.4 二进制算术运算

例: 两个二进制数1001和0101的算术运算(加、减、乘、除)

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1 \\
 +\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1 \\
 -\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1 \\
 \times\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 1 \\
 0\ 0\ 0\ 0 \\
 1\ 0\ 0\ 1 \\
 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \hline
 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.11\dots \\
 0\ 1\ 0\ 1 \overline{)1\ 0\ 0\ 1} \\
 \underline{0\ 1\ 0\ 1} \\
 1\ 0\ 0\ 0 \\
 \underline{0\ 1\ 0\ 1} \\
 0\ 1\ 1\ 0 \\
 \underline{0\ 1\ 0\ 1} \\
 0\ 0\ 1\ 0
 \end{array}$$

二进制算术运算的特点: 加、减、乘、除运算全部可以用“移位”和“相加”这两种操作实现。简化了电路结构。

2017-8-4

第一章 数制和码制

16



§ 1.5 几种常用的编码

一、十进制代码

用二进制代码来表示十进制数的0~9十个状态。

十进制数	8421码	余3码	2421码	5211码	余3循环码
0	0000	0011	0000	0000	0010
1	0001	0100	0001	0001	0110
2	0010	0101	0010	0100	0111
3	0011	0110	0011	0101	0101
4	0100	0111	0100	0111	0100
5	0101	1000	1011	1000	1100
6	0110	1001	1100	1001	1101
7	0111	1010	1101	1100	1111
8	1000	1011	1110	1101	1110
9	1001	1100	1111	1111	1010
权	8421		2421	5211	



§ 1.5 几种常用的编码

二、格雷码

编码顺序	二进制码	格雷码	编码顺序	二进制码	格雷码
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

特点：相邻两个代码之间只有一位不同。

优点：代码转换过程中不会产生过渡“噪声”。



§ 1.5 几种常用的编码

三、美国信息交换标准代码(ASCII)

ASCII码是一组7位二进制代码，共128个。可以表示大、小写英文字母、十进制数、标点符号、运算符号、控制符号等。

应用：计算机和通信领域

例：写出以下ASCII码表示的含义。

1010101

1000110

1001111

$b_4b_3b_2b_1$	$b_7b_6b_5$							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	\	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[k	
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	
1101	CR	GS	-	=	M]	m	
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	-	o	DEL