作业 5&6

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

7.13

7.13 本题考察子句和蕴含语句之间的关系。

a. 证明子句$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$逻辑等价于蕴含语句$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$。

b. 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)$的形式，其中$P_i$和$O_i$都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为**蕴含范式**或称**Kowalski**)范式(Kowalski，1979)。

c. 写出蕴含范式语句的完整归结规则。

a. $(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow Q$ 等价于 $\neg(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \vee Q$ （蕴含消去）
$\neg(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m)$ 等价于 $(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m)$ （摩根律）
因此，$(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow Q$ 等价于 $(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$

b. 对于任意子句，将其正文字和负文字排列成$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$
将$Q_1 \vee \ldots \vee Q_n$替换为Q，即$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$
则由a结论可以等价为 $(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow Q$ ，即$(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow (Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$。

7.13

7.13 本题考察子句和蕴含语句之间的关系。

a. 证明子句$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$逻辑等价于蕴含语句$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$。

b. 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)$的形式，其中$P_i$和$O_i$都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为**蕴含范式**或称**Kowalski**)范式(Kowalski，1979)。

c. 写出蕴含范式语句的完整归结规则。

c. 参考：对于原子语句l_i，m_i，其中l_i, m_j为互补文字，

$$\frac{l_1 \vee \ldots \vee l_i \vee \ldots \vee l_k, \qquad m_1 \vee \ldots \vee m_j \vee \ldots \vee m_n}{l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \ldots \vee m_n}$$

$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$等价于$(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow (Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$

对于原子语句p_i，q_i，r_i，s_i，其中$p_j = q_k$，

$$\frac{\begin{array}{c} p_1 \wedge \ldots \wedge p_j \wedge \ldots \wedge \mathrm{p}_{n_1} \Longrightarrow r_1 \vee \ldots \vee r_{n_2} \\ s_1 \wedge \ldots \wedge s_{n_3} \Longrightarrow q_1 \vee \ldots \vee q_k \vee \ldots \vee q_{n_4} \end{array}}{\left(p_1 \wedge \ldots \wedge p_{j-1} \wedge p_{j+1} \wedge \ldots \wedge \mathrm{p}_{n_1} \wedge s_1 \wedge \ldots \wedge s_{n_3} \Longrightarrow r_1 \vee \ldots \vee r_{n_2} \vee q_1 \vee \ldots \vee q_{k-1} \vee q_{k+1} \vee \ldots \vee q_{n_4}\right)}$$

证明前向链接算法的完备性

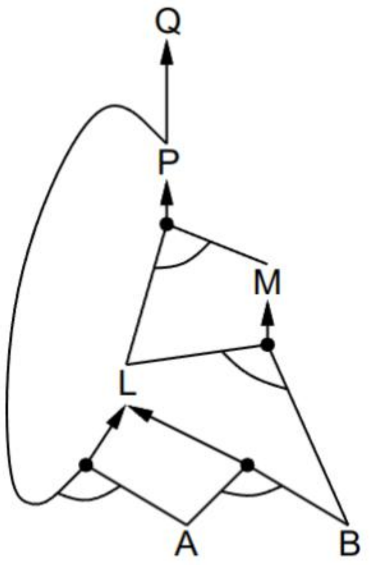
前向链接能够推导出知识库 *KB* 蕴涵的任一原子语句

1. FC 达到一个稳定点 (fixed point)——没有新的原子语句
2. 考虑最终状态的模型 *m*，每个符号都赋值了 *true/false*
3. 原知识库 *KB* 中的每个子句在 *m* 中都是 *true*

   Proof: Suppose a clause $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k \Rightarrow b$ is false in m
   Then $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k$ is true in m and b is false in m
   Therefore the algorithm has not reached a fixed point!

4. 因而，*m* 是 *KB* 的一个模型
5. 如果 $KB \models q$, q 在 *KB* 的每个模型中都为真，包括 *m*

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



反证：有一个 Horn 子句在模型 m 中为 false，那前提条件a1 ∧ … ∧ ak在m中为真,但结论b在m中为假（由蕴含的语义所决定的），那就说明算法还没到达固定点（这与算法的目标相矛盾，因此算法必须对 m 做出修改，使得这个 Horn 子句在修改后的模型下为真）。

- **模型**：逻辑学家的典型用语，用于评估真值的结构化世界
- 当 α 在 m 中为真时，m 是语句 α 的模型

8.24(a-k)

用一个相容的词汇表（需要你自己定义）在一阶逻辑中表示下列语句：

a. 某些学生在 2001 年春季学期上法语课
b. 上法语课的每个学生都通过了考试
c. 只有一个学生在 2001 年春季学期上希腊语课
d. 希腊语课的最好成绩总是比法语课的最好成绩高
e. 每个买保险的人都是聪明的
f. 没有人会买昂贵的保险
g. 有一个代理，他只卖保险给那些没有投保的人
h. 镇上有一个理发师，他给所有不自己刮胡子的人刮胡子
i. 在英国出生的人，如果其双亲都是英国公民或永久居住者，那么此 人生来就是一个英国公民
j. 在英国以外的地方出生的人，如果其双亲生来就是英国公民，那么 此人血统上是一个英国公民
k. 政治家可以一直愚弄某些人，也可以在某个时候愚弄所有人，但是 他们无法一直愚弄所有的人

a. $\exists x \quad Student(x) \land Select(x, French, 2001Spring)$

b. $\forall x, s \quad Student(x) \land Select(x, French, s) \Rightarrow Pass(x, French, s)$

c. $\forall x \quad Student(x) \land Select(x, Greek, s) \land (\forall y \quad y \neq x \Rightarrow \neg Select(y, Greek, 2001Spring))$

d. $\forall s\ \exists x\ \forall y \quad Grade(x, Greek, s) > Grade(y, French, s)$

e. $\forall x, p, a \quad Person(x) \land Policy(p) \land Agent(a) \land Buy(x, a, p) \Rightarrow Smart(x)$

f. $\forall x, p, a \quad Person(x) \land Policy(p) \land Expensive(p) \Rightarrow \neg Buy(x, a, p)$

g. $\exists a \quad Agent(a) \land \Big(\forall x, p \ \ (Policy(p) \land Sell(a, x, p)) \ \Rightarrow \ (Person(x) \land \neg Insured(x))\Big)$

h. $\exists x \quad Barber(x) \land (\forall y \ Person(y) \land \neg Shave(y, y) \Rightarrow Shave(x, y))$

i. $\forall x \quad Person(x) \land Born(x, UK) \land \Big(\forall y \ Parent(y, x) \land \Big((\exists b \ Citizen(y, UK, b)) \lor Resident(y, UK)\Big)\Big) \Rightarrow Citizen(x, UK, \text{"Birth"})$

j. $\forall x \quad Person(x) \land \neg Born(x, UK) \land \Big(\forall y \ Parent(y, x) \land (\exists b \ Citizen(y, UK, b))\Big) \Rightarrow Citizen(x, UK, \text{"Descent"})$

k. $\forall x \quad Politician(x) \Rightarrow (\exists y\ \forall t \ Person(y) \land Fool(x, y, t)) \land (\exists t\ \forall y \ Person(y) \land Fool(x, y, t)) \land \neg(\forall t\ \forall y \ Person(y) \land Fool(x, y, t))$

需要简单说明符号含义

8.17

解释下面给出的 Wumpus 世界中相邻方格的定义存在什么问题：

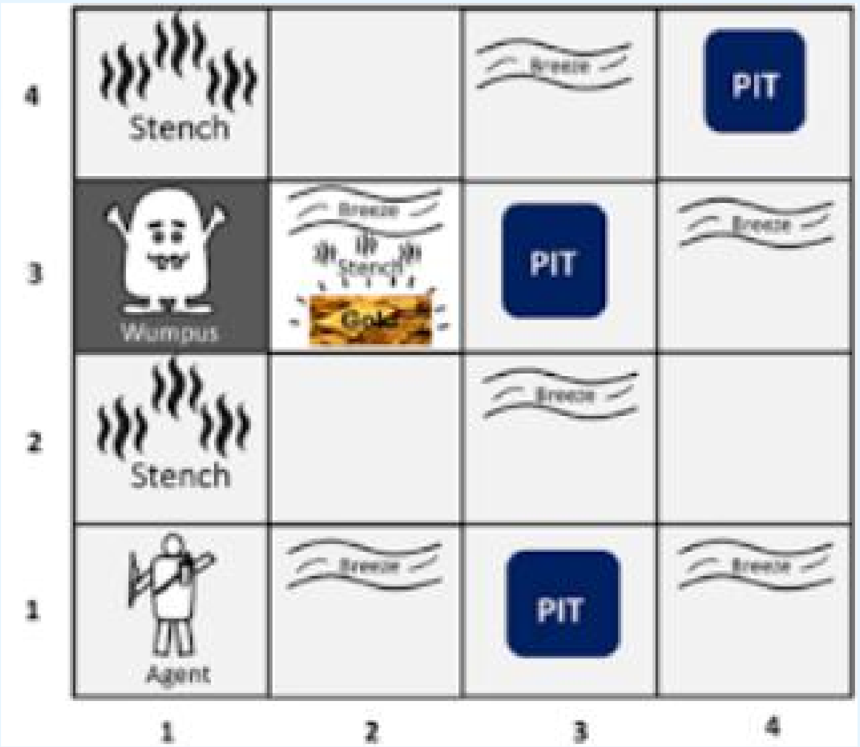
$$\forall x, y \quad Adjacent([x,y],[x+1,y]) \wedge Adjacent([x,y],[x,y+1])$$

没有考虑邻居关系的对称性(仅考虑了右方、上方)
没有考虑世界的边界

$$\forall 1 \leqslant x < 4, 1 \leqslant y < 4$$

$$Adjacent([x,y],[x+1,y]) \wedge Adjacent([x+1,y],[x,y])$$

$$\wedge Adjacent([x,y],[x,y+1]) \wedge Adjacent([x,y+1],[x,y])$$



9.3

假定知识库中只包括一条语句：$\exists x\, AsHighAs(x, Everest)$，下列哪个语句是应用存在量词实例化以后的合法结果？

a. $AsHighAs(Everest, Everest)$

b. $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest)$

c. $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest) \land AsHighAs(BenNevis, Everest)$

a、不合法（替换变元的应当是从未在知识库中出现过的常量符号）
b、合法
C、不合法（存在量词实例化只能应用一次）

9.4

对于下列每对原子语句，如果存在，请给出最一般合一置换：

a. $P(A, B, B)$, $P(x, y, z)$

b. $Q(y, G(A, B))$, $Q(G(x, x), y)$

c. $Older(Father(y), y)$, $Older(Father(x), John)$

d. $Knows(Father(y), y)$, $Knows(x, x)$

a. $\{x/A, y/B, z/B\}$ (or some permutation of this).

b. No unifier (x cannot bind to both A and B).

c. $\{y/John, x/John\}$.

d. No unifier (because the occurs-check prevents unification of y with $Father(y)$).

P271.升级的推理规则要求找到使不同的逻辑表示变得相同的置换，这个过程称为合一.

9.6

写出下列语句的逻辑表示，使得它们适用一般化假言推理规则：

a. 马、奶牛和猪都是哺乳动物

b. 一匹马的后代是马

c. Bluebeard 是一匹马

d. Bluebeard 是 Charlie 的家长

e. 后代和家长是逆关系

f. 每个哺乳动物都有一个家长

a. $Horse(x) \Rightarrow Mammal(x)$

$Cow(x) \Rightarrow Mammal(x)$

$Pig(x) \Rightarrow Mammal(x)$

b. $Descendant(x,y) \wedge Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$

c. $Horse(Bluebeard)$

d. $Parent(Bluebeard, Charlie)$

e. $Descendant(x,y) \Rightarrow Parent(y,x)$

$Parent(x,y) \Rightarrow Descendant(y,x)$

f. $Mammal(x) \Rightarrow Parent(Gen(x), x)$，其中 $Gen(x)$ 是一个 Skolem 范式

$$\forall x \exists y R(x,y) \iff \forall x R(x, f(x))$$

Skolem 化的本质是对如下形式的公式的观察

$$\forall x_1 \ldots \forall x_n \exists y R(x_1, \ldots, x_n, y)$$

它在某个模型中是可满足的，在这个模型中必定对于所有的 $x_1, \ldots, x_n$ ，

有某些点 y 使得$R(x_1, \ldots, x_n, y)$ 为真，并且必定存在某个函数 $y = f(x_1, \ldots, x_n)$

使得公式 $\forall x_1 \ldots \forall x_n R(x_1, \ldots, x_n, f(x_1, \ldots, x_n))$ 为真。

函数 f 叫做**Skolem 函数。**

9.13(abc)

9.13 本题中需要用到你在习题 9.6 中写出的语句，运用反向链接算法来回答问题。

a. 画出用穷举反向链接算法为查询$\exists h\ horse(h)$生成的证明树，其中子句按照给定的顺序进行匹配。

b. 对于本领域，你注意到了什么？

c. 实际上从你的语句中得出了多少个 h 的解？

9.6

a. $Horse(x) \Rightarrow Mammal(x)$
$Cow(x) \Rightarrow Mammal(x)$
$Pig(x) \Rightarrow Mammal(x)$

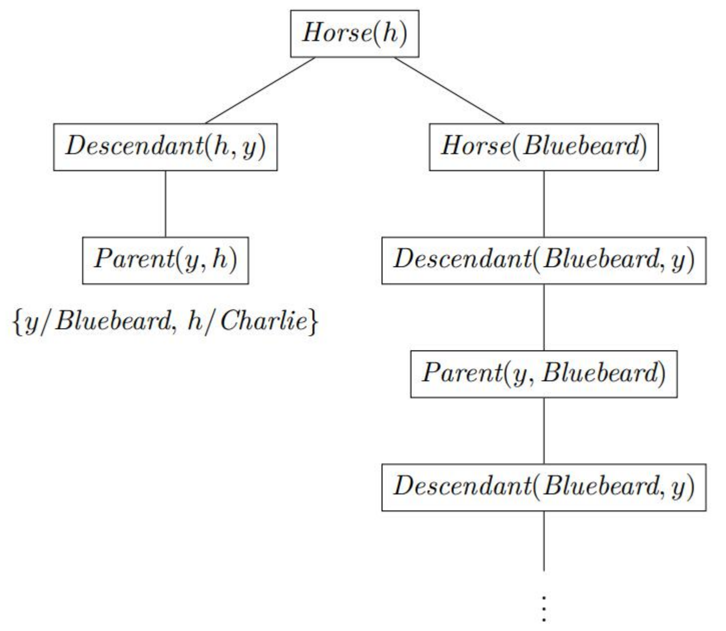
b. $Descendant(x, y) \land Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$

c. $Horse(Bluebeard)$

d. $Parent(Bluebeard, Charlie)$

e. $Descendant(x, y) \Rightarrow Parent(y, x)$
$Parent(x, y) \Rightarrow Descendant(y, x)$

f. $Mammal(x) \Rightarrow Parent(Gen(x), x)$，其中 $Gen(x)$ 是一个 Skolem 范式



b 注意到树中出现的无限延伸，这实际上是由于规则子句的顺序引起的，可以通过在规则 $Descendant(x, y) \land Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$ 之前指定匹配顺序来得到解，但是如果要求穷举所有的解，那与子句顺序无关，循环一定会发生。

$Bluebeard$ 和 $Charlie$ 两个解