知识表示与推理 II

吉建民

USTC
jianmin@ustc.edu.cn

2022 年 4 月 11 日

Used Materials

Disclaimer: 本课件采用了部分网络资源

Table of Contents

Situation Calculus 背景

- 用逻辑的方法刻画 dynamical systems。需要考虑的问题：
  - 刻画行动效果的因果规则，行动执行条件；
  - 外部行动和事件；
  - 并发执行；
  - 复杂行动和程序；
  - 感知行动及其对 agent's mental state 的影响；
  - Agent 的 BDI 状态；
  - 不确定行动执行和效果，观察有噪音；
  - 离散时间或连续时间；
  - 行动规划，决策，信念修正；
  - 监控执行过程，识别失败，并从失败中恢复；等
- 从而可以通过逻辑推理处理，system control, simulation, and analysis.

使用逻辑来规划

- 需要用逻辑来刻画：
  - 世界、环境, world
  - 目标, goal
  - 行动如何影响世界, how actions change the world
- 行动对世界的影响：新的事实变为真，旧的事实变为假
- 基本概念：
  - 状态（state）：一个系统在某时刻的情况
  - 行动（action）：状态空间上的部分映射
- 情形演算：特殊的一阶逻辑系统（增加少量的二阶逻辑公理）

基本语法和预期解释

- 情形常元（记为 S_0，S_1，...）和情形变元（记为 s_0，s'，s，s_1，...），用作状态的标识（名字）
- 行动函数符号，用于表示原子行动（不可再分解的行动）。一个行动函数代表一个行动模式，函数自变量为此行动主体（和受体）
    - 例如：$move(agt, x, y, z)$ 个体变元 agt 代表这个行动的主体，变元 x, y, z 为受体。表示 agt 将 x 从 y 上移到 z 上
- 行动复合函数 do，二元，将行动个体和情形映射为情形。$do(a, s)$ 为在 s 上执行 a 的结果状态，从而间接将行动解释为状态变换。do 嵌套使用表示行动序列
    - 例如：$do(a_2, do(a_1, S_0))$ 表示在 S_0 中顺序执行 a_1，a_2 的结果状态
- 变式（fluent）代表其值依赖于情形的谓词和函数，同时允许普通谓词和函数

情形演算基本假设

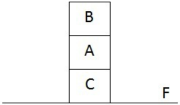
- “世界”的任何变化都是由有名行动产生的
- 每一行动有唯一的名字
- 任何情形 S，只要给定 $a_1, \ldots, a_n$，则后继状态

$$
\begin{aligned}
& do(a_1, S) \\
& do(a_2, do(a_1, S)) \\
& \ldots \\
& do(a_n, do(a_{n-1}, \ldots, do(a_1, S) \cdots))
\end{aligned}
$$

都是唯一确定的。因此，一个行动序列代表一个“历史”。

状态描述

- 采用逻辑表示法，描述状态、状态集
- 例如：（积木世界）图示状态 S_0



$$\text{(F1)} \quad on(B, A, S_0) \wedge on(A, C, S_0) \wedge on(C, F, S_0) \wedge clear(B, S_0)$$

  - $clear(x, s)$：在 s 中 x 上有足够的（剩余）空间放置一块积木
  - 类似表示“领域知识”（包括“领域不变性”）

$$\text{(R1)} \quad \forall s\, clear(F, s)$$

$$\text{(R2)} \quad \forall x\, y\, s\, (on(x, y, s) \wedge \neg(y = F)) \supset \neg clear(y, s)$$

  - 还可以方便的描述条件（目标等）
    - 例如，给定目标“ A 在 F 上”表示为 $on(A, F, S)$

效果公设

- 效果公设：描述变式被行动改变的情况，是一个蕴含式，前、后件分别描述行动的前提条件和效果，又分为“正效果”（从假变真）和“负效果”（从真变假）
- 例如：给定行动“将 x 从 y 上移到 z 上”，用 $move(x, y, z)$ 表示：

$$
\begin{array}{ll}
\text{(R3)} & on(x, y, s) \wedge clear(x, s) \wedge clear(z, s) \wedge \neg(x = z) \supset \\
& on(x, z, do(move(x, y, z), s)) \\
\text{(R4)} & on(x, y, s) \wedge clear(x, s) \wedge clear(z, s) \wedge \neg(x = z) \supset \\
& \neg on(x, y, do(move(x, y, z), s)) \\
\text{(R5)} & on(x, y, s) \wedge clear(x, s) \wedge clear(z, s) \wedge \neg(x = z) \wedge \\
& \neg(y = z) \supset clear(y, do(move(x, y, z), s)) \\
\text{(R6)} & on(x, y, s) \wedge clear(x, s) \wedge clear(z, s) \wedge \neg(x = z) \wedge \\
& \neg(z = F) \supset \neg clear(z, do(move(x, y, z), s))
\end{array}
$$

框架公设

- S 经过行动 a 变为 S'，依效果公设，可以推出 S' 相对于 S 改变了的所有谓词变式
  - 例中，令 $a = move(B, A, F)$，$S' = do(a, S_0)$，依 (R3 - 6) 可推出：$on(B, F, S')$，$\neg on(B, A, S')$，$clear(A, S')$
- 再用领域知识，可推出 S' 相对于 S 不变的变式，例如：$clear(F, S')$
- 一般的，S' 总有一些未改变的变式无法由效果公设和领域知识推出　它们的不变不是由领域不变性决定的，说明领域知识加效果公设不足以描述行动未改变的变式。"直接"办法是引入框架公设

$$\text{(R7)} \quad on(u, v, s) \wedge \neg(u = x) \supset on(u, v, do(move(x, y, z), s))$$

$$\text{(R8)} \quad \neg on(u, v, s) \wedge \neg(v = y) \supset \neg on(u, v, do(move(x, y, z), s))$$

$$\text{(R9)} \quad clear(u, s) \wedge \neg(u = z) \supset clear(u, do(move(x, y, z), s))$$

$$\text{(R10)} \quad \neg clear(u, s) \wedge \neg(u = y) \supset \neg clear(u, do(move(x, y, z), s))$$

情形演算中框架问题

- 框架问题（Frame Problem）：每次状态改变只影响少量变式，大量变式不变，但仍需刻画。
- 情形演算中解决方案：
  - 只处理 deterministic actions without ramifications 的情况。
  - 使用 closed world assumption，假设导致变式改变的所有行动（因素）都已经被刻画出来，没说明的则保持不变。
- 使用 successor state axiom，构造过程：
  - 已知 effect axioms:

$$\gamma_F^+(\vec{x}, a, s) \supset F(\vec{x}, do(a, s)),$$
$$\gamma_F^-(\vec{x}, a, s) \supset \neg F(\vec{x}, do(a, s)).$$

  - 根据 CWA 得到 Explanation closure axioms:

$$F(\vec{x}, s) \wedge \neg F(\vec{x}, do(a, s)) \supset \gamma_F^-(\vec{x}, a, s),$$
$$\neg F(\vec{x}, s) \wedge F(\vec{x}, do(a, s)) \supset \gamma_F^+(\vec{x}, a, s).$$

情形演算中框架问题 (con't)

- 上述四个 axioms 可以用一个 successor state axiom 表达：

$$F(\vec{x}, do(a, s)) \equiv \gamma_F^+(\vec{x}, a, s) \vee [F(\vec{x}, s) \wedge \neg\gamma_F^-(\vec{x}, a, s)].$$

- 对于 function fluent f:

$$f(\vec{x}, do(a, s)) = y \equiv \gamma_f(\vec{x}, y, a, s) \vee [f(\vec{x}, s) = y \wedge \neg(\exists y')\gamma_f(\vec{x}, y', a, s)].$$

- 当然整个过程需要给出： Unique names axioms for actions.

情形演算中条件问题

- 谓词 *Poss* 用来刻画行动的前提，例如：

$$
\begin{aligned}
Poss(pickup(r,x),s) \supset {} & [(\forall z)\neg holding(r,z,s)] \wedge \neg heavy(x) \\
& \wedge nextTo(r,x,s), \\
Poss(repair(r,x),s) \supset {} & hasGlue(r,s) \wedge broken(x,s).
\end{aligned}
$$

- 条件问题（Qualification Problem）：我们很难刻画行动能执行的所有前提。
- 情形演算中解决方案：
  - 通过 action precondition axioms 来刻画行动前提:

    $$Poss(A(\vec{x}),s) \equiv \Pi_A(\vec{x},s),$$

    其中 $\Pi_A(\vec{x},s)$ 为一阶公式，不出现 *do*.
  - 在 SC 中选择 ignore all the “minor” qualifications，而将 “important” qualifications 作为充分必要条件。

情形演算简介

- Foundational Axioms for Situations:

$$
\begin{aligned}
& do(a_1, s_1) = do(a_2, s_2) \supset a_1 = a_2 \wedge s_1 = s_2, \\
& (\forall P).P(S_0) \wedge (\forall a, s)[P(s) \supset P(do(a, s))] \supset (\forall s) P(s), \\
& \neg s \sqsubset S_0, \\
& s \sqsubset do(a, s') \equiv s \sqsubseteq s'.
\end{aligned}
$$

- 一个 basic theories of Action 为:

$$
\mathcal{D} = \Sigma \cup \mathcal{D}_{ss} \cup \mathcal{D}_{ap} \cup \mathcal{D}_{una} \cup \mathcal{D}_{S_0}.
$$

  - 其中 Σ 为上面的四条 foundational axioms,
  - $\mathcal{D}_{ss}$ 为相关的 successor state axioms,
  - $\mathcal{D}_{ap}$ 为相关的 action precondition axioms,
  - $\mathcal{D}_{una}$ 为相关的 unique names axioms for actions,
  - $\mathcal{D}_{S_0}$ 为刻画 S_0 的公式。

情形演算应用

- Situation Calculus 在 Planning 上应用:
  - The planning problem: Given an axiomatized initial situation, and a goal statement, find an action sequence that will lead to a state in which the goal will be true.
  - 在 SC, plans can be synthesized as a side-effect of theorem proving.
  - $Axioms \vdash (\exists s) G(s)$.
  - $executable(s) =_{df} (\forall a, s^*).do(a, s^*) \sqsubseteq s \supset Poss(a, s^*)$.
  - σ is a plan for G iff $\mathcal{D} \models executable(\sigma) \wedge G(\sigma)$.
- SC 在 Database Transactions 上应用:
  - 可以考虑 projection problem in Database，即推理计算执行某些行动后的效果。

Table of Contents

Golog 背景

- Complex actions and procedures 用来 high level control of robots and industrial processes, intelligent software agents, discrete event simulation, etc.
- Golog 目的： provide a situation calculus based account of complex actions and procedures.
- Golog is a program language based on the situation calculus which allows for expressing and reasoning with complex actions and procedures.
- a Golog program δ is based on Situation Calculus.
- $Do(\delta, s, s')$ will be macro-expand to a SC formulas that says that it is possible to reach s' from s by executing a sequence of actions specified by δ.

Golog 中 complex actions

- Primitive actions: a

$$Do(a, s, s') =_{df} Poss(a[s], s) \wedge s' = do(a[s], s)$$

- Test actions: $\phi?$

$$Do(\phi?, s, s') =_{df} \phi[s] \wedge s = s'$$

- Sequence: $\delta_1; \delta_2$

$$Do(\delta_1; \delta_2, s, s') =_{df} (\exists s'').Do(\delta_1, s, s'') \wedge Do(\delta_2, s'', s')$$

Golog 中 complex actions (con't)

- Nondeterministic choice of two actions: $\delta_1 \mid \delta_2$

$$Do(\delta_1 \mid \delta_2, s, s') =_{df} Do(\delta_1, s, s') \vee Do(\delta_2, s, s')$$

- Nondeterministic choice of action arguments: $(\pi x)\delta(x)$

$$Do((\pi x)\delta(x), s, s') =_{df} (\exists x) Do(\delta(x), s, s')$$

- Nondeterministic iteration:

$$\begin{aligned} Do(\delta^*, s, s') =_{df} (\forall P).\{ & (\forall s_1) P(s_1, s_1) \\ & \wedge (\forall s_1, s_2, s_3)[Do(\delta, s_1, s_2) \wedge P(s_2, s_3) \supset P(s_1, s_3)]\} \supset P(s, s') \end{aligned}$$

Golog 的 program

- Conditions: if ϕ then δ_1 else δ_2 endIf $=_{df} [\phi?;\delta_1] \mid [\neg\phi?;\delta_2]$.
- While-loops: while ϕ do δ endWhile $=_{df} [\phi?;\delta]^*;\neg\phi?$.
- Predicate P: $Do(P(t_1,\ldots,t_n),s,s') =_{df} P(t_1[s],\ldots,t_n[s],s,s')$.
- Program:
  $proc\, P_1(\vec{v}_1)\,\delta_1\; endProc;\; \cdots\; ;\; proc\, P_n(\vec{v}_n)\,\delta_n\; endProc;\; \delta_0$

$$Do(\{proc\, P_1(\vec{v}_1)\,\delta_1\; endProc;\; \cdots\; ;\; proc\, P_n(\vec{v}_n)\,\delta_n\; endProc;\; \delta_0\},s,s') =_{df}$$

$$(\forall P_1,\ldots,P_n).[\bigwedge_{i=1}^{n}(\forall s_1,s_2,\vec{v}_i).Do(\delta_i,s_1,s_2) \supset P_i(\vec{v}_i,s_1,s_2)] \supset Do(\delta_0,s,s')$$

- 其中 $P_i(\vec{v}_i)$ 相当于子程序声明，δ_i 为子程序主体。δ_0 为当前程序的主体。
- 此定义为二阶公式，含义为：When $P_1,\ldots,P_n$ are the smallest binary relations on situations that are closed under the evaluation of their procedure bodies $\delta_1,\ldots,\delta_n$, then any transition (s,s') obtained by evaluation the main program δ_0 is a transition for the evaluation of the program.

Golog 的性质

- Golog 程序不能用 planning 方式计算。
  $Axioms \models (\exists\delta, s).Do(\delta, S_0, s) \wedge Goal(s)$ 是不允许的，因为 δ 对应 SC 中的公式，而不是里面的 object（项）。δ 可能的组合方式也是无穷的。
- Golog 程序可以证明很多性质：
  - Correctness: $Axioms \models (\forall s).Do(\delta, S_0, s) \supset P(s)$.
  - Termination: $Axioms \models (\exists s)Do(\delta, S_0, s)$.
- 总的来说，现有定义方式 is well-suited to applications where a program δ is given and the job is to prove it has some property.
- 运行 Golog program 的主要任务是：找到一个状态 s，使得 s 是 program 的 terminating situation，即，从 S_0 出发的行动序列。即：$Axioms \models (\exists s)Do(\delta, S_0, s)$.

Golog 的性质 (con't)

- Golog program 一般对应 SC 中 second-order sentence.
- 利用 Prolog 可以写出一个 Golog interpreter.
- 可以用 Golog 定义 complex action schemas,
  without specifying in detail how to perform these actions. 例如:

  $$\mathit{while}\ [(\exists \mathit{block})\mathit{ontable}(\mathit{block})]\ \mathit{do}\ (\pi b)\mathit{remove}(b)\ \mathit{endWhile}$$

- Classical planning 可以表达为一个 Golog program:

  $$\mathit{while}\ \neg \mathit{Goal}\ \mathit{do}\ (\pi a)[\mathit{Appropriate}(a)?; a]\ \mathit{endWhile}$$

Table of Contents

非单调推理

- 经典逻辑（即单调推理）：以一个无矛盾的公式系统 Γ 为基础。如果 $\Gamma \models A$，则 $\Gamma \cup \Gamma' \models A$
- 非单调推理：人类思维本质上是非单调的。由于对客观条件掌握的不充分，当有新的事实被认识时，可能导致原来的某些结论被推翻。$\Gamma \models A$，但可能 $\Gamma \cup \Gamma' \not\models A$
- 非单调推理应用：
  - 封闭世界假设（CWA）：当前不是已知的事物都假定为假
  - 失败即否定（Negation As Failure）：推不出的假定为假
  - 框架问题（Frame Problem）：没提到的假设不受影响
  - 分支问题（Ramification Problem）：行动的间接效果
  - 常识推理（Commonsense Reasoning）

非单调推理例子

- 鸟会飞，特威蒂是鸟，所以，特威蒂会飞。
- 鸟会飞，特威蒂是鸟，但特威蒂不会飞，所以，特威蒂不会飞。
- 鸟会飞，企鹅不会飞，特威蒂是鸟，特威蒂是企鹅，所以，特威蒂？(会飞还是不会飞？)
- 企鹅是鸟，鸟会飞，企鹅不会飞，特威蒂是鸟，特威蒂是企鹅，所以，特威蒂不会飞。
- 贵格会教徒是和平主义者，共和党人不是和平主义者，尼克松是贵格会教徒，所以，尼克松是和平主义者。
- 贵格会教徒是和平主义者，共和党人不是和平主义者，尼克松是贵格会教徒，尼克松是共和党人，所以，尼克松是？(是不是和平主义者？)

主要工作

- 非单调推理的主要工作：
  - McCarthy 的“限定理论”（Circumscription）：ϕ:
    $Bird(x) \wedge \neg Abnormal(x) \supset Flies(x)$，$CIRC(\phi, Abnormal)$.
  - Reiter 的“缺省逻辑”（Default Logic）：

$$\frac{\alpha(x) : \beta_1(x), \ldots, \beta_m(x)}{\gamma(x)}$$

  - Moore 的“自认知逻辑”（Autoepistemic logic）：采用模态词 L，刻画认知。
- 非单调推理的核心：Assumption $=$ Minimal Knowledge

Table of Contents

逻辑程序回顾

- 逻辑程序（正程序）为规则的集合

$$A \leftarrow A_1, A_2, \ldots, A_m.$$

- 逻辑程序（正程序）有唯一的极小 Herbrand 模型

逻辑程序中引入 ‘not’

- 逻辑程序中规则定义为如下形式：

$$A \leftarrow A_1, \ldots, A_m, \mathit{not}\, A_{m+1}, \ldots, \mathit{not}\, A_n.$$

- 引入 ‘not’，从而引入非单调的表达能力。
- ‘not’ 表示 “推不出”，逻辑程序下的推出（推不出）关系。
- 对于正程序有唯一的极小 Herbrand 模型，对于一般逻辑程序极小 Herbrand 模型不是唯一的。(哪些才是合理的 ?)

稳定模型语义 (Stable Model Semantics)

The stable model semantics for logic programming (Gelfond & Lifschitz 1988).

- Assumption = Minimal Knowledge.
- 对于含 'not' 的规则，我们不得不预先合理的假定一些知识 (assumption)。所谓的合理在这里解释为：与最后推导出的知识 (minimal knowledge) 一致。
- 对于任意原子的集合 S，P^S 定义为 P 中按下列方式处理得到的程序：
  1. 如果规则体中有 $not\, a$，并且 $a \in S$，则删除这条规则；
  2. 删除剩余的含 not 文字。
- S 是 P 的稳定模型 iff S 是 P^S 的极小模型。

$$S = AS(P^S)$$

Stable model 性质

定理

S 是程序 P 的 *Herbrand* 模型当且仅当 S 是 P^S 的 *Herbrand* 模型。

定理

程序 P 的任何一个稳定模型都是 P 的一个极小 *Herbrand* 模型。

- 正程序有唯一的稳定模型，即该程序的极小模型；
- 有些程序没有稳定模型，例如 $\{\, p \leftarrow not\, p. \,\}$；
- 有些程序有多个稳定模型，例如 $\{\, p \leftarrow not\, q.\ \ q \leftarrow not\, p. \,\}$；
- 有些程序只有空集作为稳定模型，例如 $\{\, p \leftarrow p. \,\}$；
- 一个程序的稳定模型彼此互不为子集。

稳定模型语义举例

- 企鹅与鸟的例子：

$$
\begin{aligned}
&\mathit{fly}(X) \leftarrow \mathit{bird}(X), \mathit{not}\ \mathit{nfly}(X).\\
&/*\ \text{通常，鸟会飞}\ */\\
&\mathit{bird}(X) \leftarrow \mathit{penguin}(X). \quad /*\ \text{企鹅是鸟}\ */\\
&\mathit{nfly}(X) \leftarrow \mathit{penguin}(X), \mathit{not}\ \mathit{fly}(X).\\
&/*\ \text{通常，企鹅不会飞}\ */\\
&\mathit{penguin}(\mathit{tweety}). \quad /*\ \text{tweety 是企鹅}\ */
\end{aligned}
$$

- tweety 会不会飞？
- 此程序的所有稳定模型为：

$$
\begin{aligned}
&\{\ \mathit{bird}(\mathit{tweety}), \mathit{penguin}(\mathit{tweety}), \mathit{fly}(\mathit{tweety})\ \},\\
&\{\ \mathit{bird}(\mathit{tweety}), \mathit{penguin}(\mathit{tweety}), \mathit{nfly}(\mathit{tweety})\ \}.
\end{aligned}
$$

经典否定

- 前面的介绍中，没有涉及经典否定 $\neg$。在程序中其实可以加入经典否定:

$$L \leftarrow L_1, \ldots, L_m, not\, L_{m+1}, \ldots, not\, L_n.$$

  其中，L 和 L_i 是文字，即原子或原子的否定 ($\neg$)。
- 对于含经典否定的正逻辑程序，仍然可以定义极小 Herbrand 模型，只不过此时 Herbrand 解释对应为文字的集合。
- 程序的 Herbrand 模型是一致的（不同时存在 p 和 $\neg p$）或者是文字的全体集合 Lit。在此约束下，逻辑程序保持前面介绍的各种性质。
- 程序的 Answer set 为一个文字集 S，满足 $S = AS(P^S)$。

逻辑程序与其常例

- 一个逻辑程序规则 R 在一个 Herbrand 解释下为真，当且仅当它的所有常例解释为真。
- 在有限常元的情况下，如果没有函数词，Herbrand 域是有限的，则规则的所有常例也是有限的。
- 逻辑程序和它的常例有相同的稳定模型。
- 在标准 ASP 程序里面，函数词禁止出现，我们只考虑常例程序，而含变量的程序作为其常例的缩写。ASP 本质是命题的。
- 经典非在 ASP 里面只是语法糖，可以用其他方式替代，以后也不再涉及。

ASP 程序

- 一个 ASP 程序是下列形式规则的集合：

$$H \leftarrow a_1, \ldots, a_m, not\ a_{m+1}, \ldots, not\ a_n.$$

  其中 a_i 为原子（常原子），H 为空或者是一个原子。
- 当 H 为空时，我们称这个规则为"约束"。

$$\leftarrow a_1, \ldots, a_m, not\ a_{m+1}, \ldots, not\ a_n.$$

- 约束的直观含义：约束体中的文字不应该同时满足。

Answer Sets

- 对于任意原子的集合 S，P^S 定义为 P 中按下列方式处理得到的程序：
  1. 如果规则体中有 $not\, a$，并且 $a \in S$，则删除这条规则；
  2. 删除剩余的含 not 文字。
- 令 P' 为 P 中不含约束的部分，S 是 P 的 Answer set，当且仅当 S 是 P'^S 的极小模型并且 S 满足 P 中的所有约束。
- 约束可以下面规则替换（f 为新原子）：

$$f \leftarrow a_1, \ldots, a_m, not\, a_{m+1}, \ldots, not\, a_n, not\, f.$$

ASP 基本性质

- 逻辑程序可以有多个，一个，或者没有 answer set。
- 逻辑程序的 answer set 一定是头原子集合的子集。
- Minimality：程序 P 的 answer set 也是 P 的极小模型。
- Supportedness：原子 a 属于程序 P 的一个 answer set S，则存在 P 的一个规则 r 使得 $body(r)$ 在 S 中为真且 $head(r) = a$。
- answer set $\neq$ minimal $+$ supported.
- 原子 a 属于程序 P 的所有 answer set，程序 P 的 answer set 都是程序 $P \cup \{a.\}$ 的 answer set，但反过来不一定成立。例如程序 P_1：

$$\begin{aligned} &\leftarrow not\, a. \\ a &\leftarrow c. \\ c &\leftarrow not\, b. \\ b &\leftarrow not\, c. \end{aligned}$$

ASP 求解问题

- ASP 求解问题，只需要将问题本身描述出来。
- ASP 描述问题的方式：Generate-and-test，先构造问题可能的解，再用刻画约束解的条件。
- 对问题表达为通用的问题描述部分和问题实例，这样同一段问题描述的代码可以处理不同的问题实例。
- ASP 计算复杂性为 NP-complete.
- 主流的几个 ASP 求解器：
  - smodels: `http://www.tcs.hut.fi/Software/smodels/`
  - cmodels: `http://www.cs.utexas.edu/~tag/cmodels/`
  - clasp: `http://www.cs.uni-potsdam.de/clasp/`
  - dlv: `http://www.dbai.tuwien.ac.at/proj/dlv/`

n 着色问题

- 图的 n 着色问题：用 n 种颜色给图的各顶点着色，相邻顶点不能有相同颜色。
- ASP 编码：

$$
\begin{aligned}
&color(V, C) \leftarrow vertex(V), col(C), not\ othercolor(V, C).\\
&othercolor(V, C) \leftarrow vertex(V), col(C), col(C1), C! = C1,\\
&\qquad\qquad color(V, C1).\\
&\leftarrow arc(V1, V2), col(C), color(V1, C), color(V2, C).
\end{aligned}
$$

n 皇后问题

- n 皇后问题：在 n 行 n 列的棋盘上，如果两个皇后位于棋盘上的同一行或者同一列或者同一对角线上，则称他们为互相攻击。现要求找出使 n 元棋盘上的 n 个皇后互不攻击的所有布局。
- ASP 编码：

$$queen(R, C) \leftarrow not\ no\_queen(R, C), num(R), num(C).$$

$$no\_queen(R, C) \leftarrow not\ queen(R, C), num(R), num(C).$$

$$occupied(R) \leftarrow queen(R, C), num(R), num(C).$$

$$\leftarrow not\ occupied(R), num(R).$$

$$\leftarrow num(R), num(C), num(C1), C! = C1, queen(R, C), queen(R, C1).$$

$$\leftarrow num(R), num(R1), num(C), R! = R1, queen(R, C), queen(R1, C).$$

$$\leftarrow num(R), num(R1), num(C), num(C1), R! = R1, queen(R, C), queen(R1, C1), abs(R - R1) == abs(C - C1).$$

哈密尔顿回路

- 哈密尔顿回路：经过图中所有顶点有且仅有一次的回路。
- ASP 编码：

$$hc(V1, V2) \leftarrow arc(V1, V2), not\ otherroute(V1, V2).$$

$$otherroute(V1, V2) \leftarrow arc(V1, V2), arc(V1, V3), hc(V1, V3), V2! = V3.$$

$$otherroute(V1, V2) \leftarrow arc(V1, V2), arc(V3, V2), hc(V3, V2), V1! = V3.$$

$$reached(V2) \leftarrow arc(V1, V2), hc(V1, V2), reached(V1), not\ initialnode(V1).$$

$$reached(V2) \leftarrow arc(V1, V2), hc(V1, V2), initialnode(V1).$$

$$initialnode(0).$$

$$\leftarrow vertex(V), not\ reached(V).$$

小结

- 逻辑程序的基本动机：只需要描述问题，程序自动求解。
- ASP 的语义基于稳定模型语义。
- ASP 是一种非单调推理工具，其核心

  $$assumption = minimal\ knowledge.$$

- ASP 编程的基本方式是：Generate-and-test.
- ASP 本身没有多项式算法可以求解。