

冲击载荷下软钢梁早期响应的 数值模拟和简化模型¹⁾

虞吉林 黄 锐

(中国科学技术大学五系, 合肥 230026)

摘要 冲击载荷作用下, 梁的早期响应既有弹性变形也有塑性变形, 两者相互耦合. 有限元数值模拟的结果表明, 弹性弯曲波的传播是梁早期变形的主要机制, 刚塑性简化理论预言的初始阶段中梁的“移行塑性铰”实际上是不存在的. 本文提出的弹性-理想塑性简化模型可以很好地模拟固支软钢梁的早期响应.

关键词 结构撞击, 塑性铰, 弯曲波, 数值模拟, 简化分析模型

引 言

结构在冲击载荷作用下的响应的研究在工程和理论上都有极其重要的意义. 通常认为, 当冲击能量远大于结构所能吸收的最大弹性应变能时, 只要对应硬化、应变率硬化、转动惯性以及剪切力、轴向力的影响等所谓二阶效应进行适当的修正, 刚性-理想塑性近似可以满意地预言结构的动态响应. 由于该模型非常简单, 在理论分析和工程设计中得到了广泛的应用. 但是, 在结构冲击响应早期, 材料弹性的影响和应力波的传播仍起重要作用. 因此, 刚塑性模型无法预言结构的早期变形和破坏, 更无法处理涉及波与结构支座或结构中裂纹的相互作用的问题. 此外, 按照刚性-理想塑性模型, 结构响应早期往往出现移行塑性铰, 而根据应力波理论, 理想塑性情况下塑性波的传播速度为零. 两者间的不一致性也是一个值得探讨的问题.

由于弹性变形与塑性变形在结构中相互耦合, 弹塑性边界不断变化, 即使对最简单的结构如梁、板、壳的冲击响应, 考虑弹性影响后, 问题也变得非常复杂, 通常只能用数值方法求解. 因此, 尽管人们已逐渐认识到材料的弹性对结构动态响应特别是早期响应的重要性^[1], 对这一问题的研究仍不多见, 适合工程应用的方法更显缺乏.

一个典型的问题是端部带有集中质量并受到撞击的悬臂梁的响应, 即 Parks 问题^[2]. 刚塑性理论预言在响应的第一阶段将出现一个由撞击点向支座移动的塑性铰 (即移行铰). 然而, Symonds and Fleming^[3]用有限元方法根据弹性-理想塑性模型对这一问题的研究表明, “移行铰”的存在性是有疑问的. 而且, 梁中的弯矩分布和塑性功耗散的分布与刚塑性理论的预言也有很大差别. 即使当冲击能量远大于结构所能吸收的最大弹性应变能时, 情况也是如此. 后来 Reid and Gui^[4]对这一问题作了更深入的研究. 他们通过对弯矩分布曲线的分析发现, 在前驱弹性弯曲波的后方确实存在一个大小为极限弯矩的峰值, 其位置在受到反射弯曲波干扰之前与刚塑性解的移行铰位置基本一致, 因此可将该峰值视为“移行铰”. 他们认为, 可能是由于反射弯曲波与移行铰的相互作用, 削弱并阻挡了后者的前进, 造成梁中部的高曲率区域并推迟了

¹⁾国家自然科学基金资助项目.

1996-03-18 收到第一稿, 1996-11-15 收到修改稿.

梁根部塑性铰的形成。

为了进一步揭示材料的弹性、硬化及应变率效应对结构动塑性响应的影响，本文用 ABAQUS 程序对一个中点受横向撞击的固支软钢梁的动态响应作了详细的二维有限元分析，所采用的弹-粘塑性材料本构模型和数据及实验参数直接取自实际的固支软钢梁横向撞击实验和相应的材料性能试验^[5]。基于有限元分析的结果，本文提出一个弹性（弯曲波）—理想塑性（驻定塑性铰）耦合的模型，并将基于这一模型用特征线法得到的梁的早期响应的预言与有限元数值结果作了比较，两者吻合得非常好。数值模拟和简化模型的结果表明，支座处反射的弹性弯曲波并不如前人所认为的削弱和阻挡“移行铰”的前进，而是与后继弹性弯曲波相互作用，迭加增强后造成局部塑性变形，“移行铰”实际上并不存在。

1 固支软钢梁横向撞击实验^[5]

固支软钢梁横向撞击实验如图 1 所示。落锤速度用 Doppler 激光测速计 (LDV) 测量，应变值由应变片测量，同时用一架高速摄影机记录梁的变形。关于实验的细节描述可参考文献^[5]。

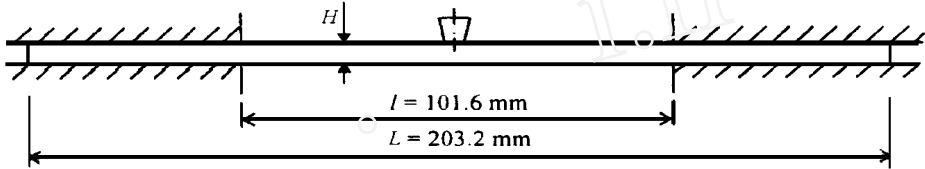


图 1 固支软钢梁横向撞击实验示意图

Fig. 1 Sketch of the experiment setup of a clamped mild-steel beam under transverse impact

本文的计算针对文献 [5] 中的试件 SB08 进行。该试件中点受一质量为 5 kg 的落锤撞击，初始撞击速度 $V_0 = 10.6 \text{ m/s}$ ，梁的几何尺寸为 $B \times H \times L = 10.13 \text{ mm} \times 6.20 \text{ mm} \times 203.2 \text{ mm}$ ，两端固支，跨距 $l = 101.6 \text{ mm}$ 。

材料在不同应变率下的真应力应变曲线（图 2）由相应的拉伸试验得到，并用 Cowper-Symonds 关系拟合得到材料的弹-粘塑性本构关系^[5]

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \left[\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right]^{1/p} \right)^{1/n} \quad \text{响应 } r_k \quad \text{言 } a$$

其中 $\sigma_0(\epsilon)$ 为拟合得到的静态应力应变曲线，如图 2 所示， $D = 1.05 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ ， $p = 8.30$ 为材料参数。

2 有限元模型和结果

使用非线性有限元程序 ABAQUS 对上述撞击实验进行数值模拟，采用二维八节点平面应力等参单元，落锤与梁的接触面采用界面单元以允许两者部分接触或脱离接触。有限元网格的划分如图 3 所示。材料本构关系采用上述由实验拟合得到的 Cowper-Symonds 弹-粘塑性模型。计算中考虑了几何非线性。有限元数值模拟预言的梁的最终挠度和应变历史与实验结果吻合得很好^[6]。

从撞击早期（前 50 μs ）梁内的弯矩分布（图 4）可明显看出弯曲波的弥散性质以及反射弯曲波对主反向弯矩峰值的移动的阻挡作用。计算结果表明，塑性变形在响应早期局限于撞击

点附近，梁中其它部分仅有弹性变形，稍后也只是在梁的夹持端以及梁中局部区域的上下表面附近出现塑性变形。尽管从表面上看，弯矩峰值的位置在最初阶段与刚塑性理论预言的移行铰位置相近，但两者的速度历史完全不同，没有迹象表明这一峰值就是移行铰。

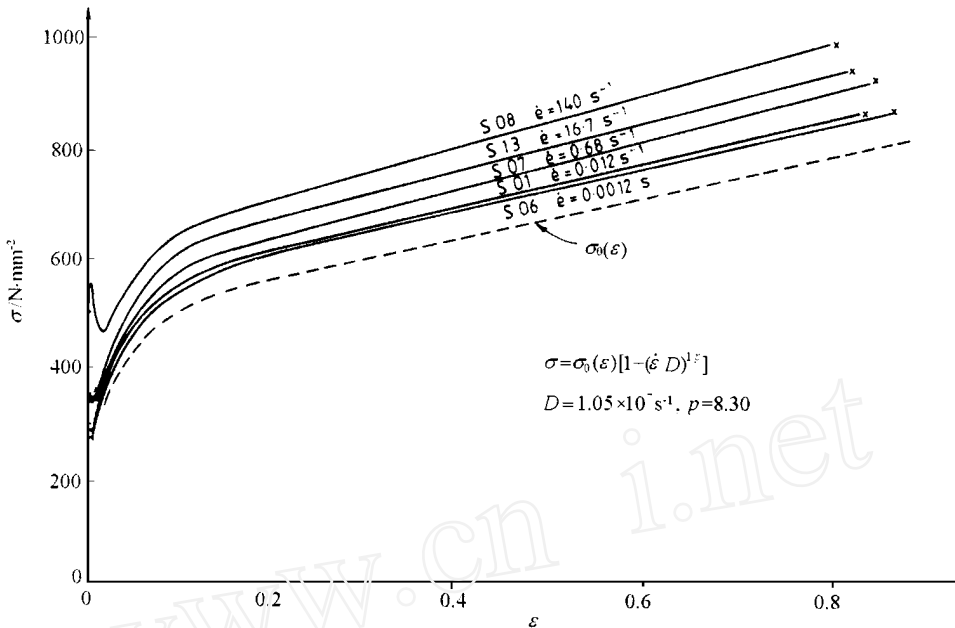


图 2 材料在不同应变率下的真应力-应变曲线

Fig. 2 True stress-true strain curves of the material at different strain rates

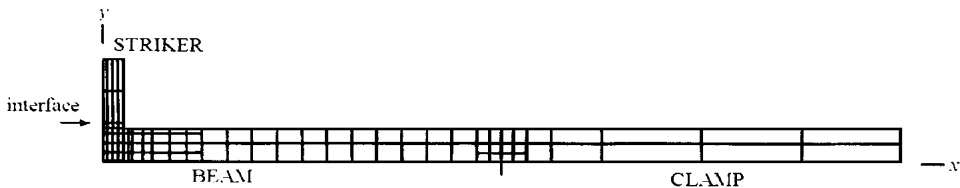


图 3 有限元网格划分

Fig. 3 Mesh of the finite element model

数值模拟预言梁与落锤在 $40 \mu s < t < 45 \mu s$ 以及 $50 \mu s < t < 100 \mu s$ 期间脱离接触。

3 弹性-理想塑性简化模型

从有限元模拟得到的弯矩分布曲线（图 4）可以看出，由于塑性波的传播速度远小于弹性波，对于梁的早期响应，除了在某些局部可能发生塑性变形以外，梁的其它部分基本上没有屈服。扰动主要是以弹性弯曲波的形式传播的。基于这一事实，可以将梁离散化为弹性的小段，只在段与段的结点处允许发生塑性变形。弹性部分采用 Timoshenko 梁的理论，结点处的塑性变形用塑性铰来近似。当考虑材料应变率敏感性的影响时，作为最简单的处理，可根据结构动态响应的特征应变率，引入应变率强化系数，采用动态极限弯矩 $M_p = M_0$ ，其中 M_0 为静态极限弯矩，即当某结点的弯矩达到动态极限弯矩时就在该点出现驻定的塑性铰。对于 SB08 试件，其特征应变率为 325 s^{-1} ，相应的应变率强化系数 $= 1 + (\dot{\epsilon}/D)^{1/p} = 1.286$ 。分析中忽略了剪力可能引起的塑性变形。

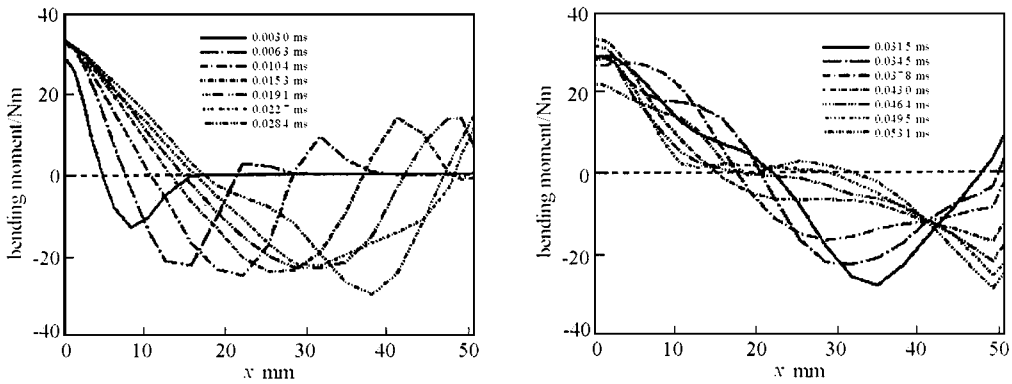


图 4 撞击早期梁内弯矩分布的有限元结果

Fig. 4 Bending moment distributions during the early stage of response for specimen SB08 by FEM

Timoshenko 弹性梁的解可由特征线法得到。以弯矩 M ，剪力 Q ，转动角速度 θ 和横向速度 V 为未知变量，其控制方程可以写成

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial x} - I \frac{\partial \theta}{\partial t} &= Q \\ \frac{\partial Q}{\partial x} + BH \frac{\partial V}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial M}{\partial t} - EI \frac{\partial \theta}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + k \frac{\partial V}{\partial x} &= k \end{aligned}$$

其中， $k = \frac{2}{3} BH\mu$ ， $I = \frac{BH^3}{12}$ ， E ， μ 分别为材料的杨氏模量和剪切模量， ρ 为梁的材料密度。

由特征线理论得到四族特征线及对应的特征关系为

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = \pm c_1: \quad dM \mp \sqrt{EI^2}d\theta \mp \sqrt{E}Qdt &= 0 \\ \frac{dx}{dt} = \pm c_2: \quad dQ \pm \sqrt{kBH}dV - k dt &= 0 \end{aligned}$$

其中特征波速： $c_1 = \sqrt{\frac{E}{I}}$ ， $c_2 = \sqrt{\frac{2\mu}{3}}$ ，且 $c_1 > c_2$ 。

实际计算中，将梁的右半段离散成 100 个等长的小段，每段 $x = l/200$ ，计算时间步长 $t = x/c_1$ ，于是由四组特征线及特征关系可求出各结点的四个变量 (M ， Q ， θ ， V)，其中非结点处的值由其前后结点的相应值线性插值得到。当结点弯矩达到动态极限弯矩 M_p 时，在该点发生塑性变形，角速度 θ 则可能不连续。

梁的夹持端理想化为固支端，两个边界条件为：(1) 横向速度为零 ($V = 0$)；(2) 无塑性变形时转动角速度为零，即当 $|M| < M_p$ 时， $\theta = 0$ ；若有塑性变形发生，则 $\theta \neq 0$ ，但 $|M| = M_p$ 。对撞击端，将落锤简化为一个带有集中质量的刚性点，于是面撞击简化为点撞击。根据对称性关系，也应该有上述条件 (2)，但另一个边界条件须通过梁与落锤的动力学耦合关系建立，并考虑落锤与梁可能的脱离和再撞击。

落锤的控制方程为： $GdV_G = -Qdt$ 。落锤与梁的耦合关系由剪力或横向位移给出。当落锤与梁撞击接触时， $Q < 0$ ， $U_G = U_B$ ；而当两者脱离接触时， $Q = 0$ ， $U_G > U_B$ ，这里 U 为横

向位移, 可由速度 V 积分得到, 下标 G, B 分别代表落锤和梁.

为了克服由于一维简化在初始撞击或再撞击时可能引起的数值振荡, 必须考虑横向应力波传播的影响. 可以认为, 梁在撞击点的上表面局部先达到撞击速度, 而由特征线法得到的该截面平均速度相对滞后一段时间. 以弹性纵波波速 c_1 近似表达横向应力波的传播, 则梁在撞击点处的局部速度与该截面平均速度的关系可以写成

$$V_B(t) = V(t) - (-1)V(t^*) \quad \left\{ \begin{array}{l} t - t^* < \frac{H}{C_1} \end{array} \right.$$

其中 $\frac{H}{c_1(t-t^*)}$, V_B 和 V 分别为梁的局部速度和截面平均速度, t^* 为撞击时刻.

采用这一简化模型计算得到的响应早期弯矩分布曲线 (图 5) 与有限元结果相当一致, 因此肯定了梁的动态弹塑性响应在早期的波动机制. 特别值得指出的是, 根据所得到的撞击点的剪力历史, 由锤与梁脱离时剪力为零这一条件预言梁与落锤在 $38 \mu s < t < 41 \mu s$ 以及 $54 \mu s < t < 95 \mu s$ 期间脱离接触, 这与有限元分析的结果非常吻合.

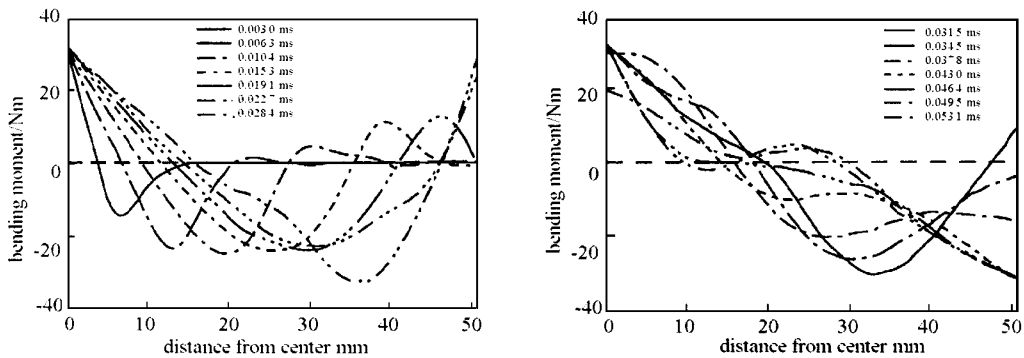


图 5 简化模型得到的弯矩分布曲线
Fig. 5 Bending moment distributions during the early stage of response for specimen SB08 by the present simplified model

4 结果讨论

有限元分析的结果对刚塑性理论中的“移行铰”概念提出了疑问, 通过简化模型的分析进一步看出所谓的“移行铰”实际上并不存在, 它只是刚塑性模型由于刚性波速无穷大造成的假象. 在响应的早期, 梁中的弯矩主要以弹性弯曲波的形式存在, 而只在局部区域发生塑性变形; 另外, 固支端反射的弹性弯曲波并非如 Reid and Gui^[4]所认为的削弱和阻挡了“移行铰”的前进, 而是与后继弹性波相互作用, 迭加增强后造成局部塑性变形.

本文提出的弹性-理想塑性简化模型可以很好地模拟梁的早期响应, 并且准确地反映了梁的早期响应的主要机理和特征, 其计算程序简单, 工作量远小于同类问题的有限元分析. 在简化模型的分析中, 对于应变率强化效应仅考虑了它对动态塑性极限弯矩的影响, 由此得到的结果与采用真实材料本构的有限元分析结果基本吻合. 因此, 对于应变率效应的这种近似处理是合理可行的. 该模型对于其它结构响应问题的适用性则有待进一步研究.

感谢 本文的有限元数值模拟结果是虞吉林访问英国期间在利物浦大学完成的, 作者感谢英国皇家学会和中国科学院的支持.

参 考 文 献

- 1 Yu TX. Elastic effects in the dynamic plastic response of structures, *Structural Crashworthiness and Failure*, eds. Jones N, Wierzbicki T, Elsevier Applied Science, 1993. 341 ~ 384
- 2 Parkes EW. The permanent deformation of a cantilever struck transversely at its tip. *Proc. Royal Society London*, 1955, A228: 462 ~ 476
- 3 Symonds PS, Fleming Jr WT. Parkes revisited: on rigid-plastic and elastic-plastic dynamic structural analysis. *Int. J. Impact Engng*, 1984, 2: 1 ~ 36
- 4 Reid SR, Gui XG. On the elastic-plastic deformation of cantilever beams subjected to tip impact. *Int. J. Impact Engng*, 1987, 6: 109 ~ 127
- 5 Yu JL, Jones N. Further experimental investigations on the failure of clamped beams under impact loads. *Int. J. Solids Structures*, 1991, 27: 1113 ~ 1137
- 6 Yu JL, Jones N. Numerical simulation of impact loaded steel beams and the failure criteria. Accepted by *Int. J. Solids Structures*

NUMERICAL SIMULATION AND A SIMPLIFIED MODEL FOR THE EARLY-STAGE RESPONSE OF A MILD STEEL BEAM UNDER IMPACT LOADING

Yu Jilin Huang Rui

(*University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

Abstract There are both elastic and plastic deformation coupled in the early-stage response of a beam under impact loading. The results of finite element simulation indicate that the travelling plastic hinge predicted by the rigid-plastic idealisation actually does not exist. The propagation of elastic flexural waves is the dominant deformation mechanism in the early stage. In this paper, a simplified elastic-perfectly plastic coupled model is proposed which gives an excellent prediction of the early-stage response of a mild steel beam under transverse impact loading.

Key words structural impact, plastic hinge, flexural wave, numerical simulation, simplified analytical model