

准脆性材料的细观损伤演化模型*

赵爱红, 虞吉林

(中国科学技术大学 力学和机械工程系, 合肥 230027)

文 摘: 针对以缺陷密度为参量的细观损伤演化模型的局限性, 着重研究了微裂纹尺寸对损伤演化的影响。提出了含三相正交分布等尺寸微裂纹的准脆性材料稳定扩展的细观损伤演化模型。给出了微裂纹特征尺寸随应力变化的显式表达式, 并由此得到了含微裂纹的准脆性材料损伤本构关系。通过实例, 对初始含有相同密度、不同尺寸和数量的微裂纹的两种混凝土材料在单向拉伸载荷下的损伤演化进行了数值计算和比较。结果证实: 含大尺寸微裂纹的材料损伤发展较快, 相应地, 加载到同一应力水平时, 具有较大的应变。

关键词: 准脆性材料; 细观损伤演化; 尺寸效应; 微裂纹稳定扩展

中图分类号: O 346 5

文献标识码: A

文章编号: 1000-0054(2000)05-0088-04

损伤演化是材料损伤研究的难点和重点, 目前仍不成熟。其研究方法主要有两种, 一是在热力学框架下, 提出以实验为基础的经验损伤演化规律; 二是考虑材料的细观结构, 将断裂力学、细观力学、弹塑性分析方法应用于微裂纹、微孔洞的形核、扩展, 从而建立材料的损伤演化规律。后者比前者更接近于材料损伤演化的物理过程, 但却存在一些局限性。事实上, 材料损伤的演化往往取决于多个细观结构参数及其极端值, 如微裂纹的尺寸、排列方式和间距等。其中, 微裂纹尺寸对材料损伤演化起重要作用。因此, 一个合理的细观损伤模型必须包含有微尺度参量。

本文在以微缺陷密度为细观参量的细观损伤表征模型^[1]的基础上, 提出了含三相正交分布等尺寸

微裂纹的准脆性材料的细观损伤演化模型。以断裂力学、细观力学的方法, 建立了微裂纹稳定扩展的演化规律和材料损伤本构方程。计算比较了初始含相同密度、不同大小和数量的微裂纹的两种混凝土材料在单向拉伸载荷下的损伤演化, 建立了一个考虑含微缺陷尺度效应的损伤本构关系。

1 一维损伤演化模型

准脆性材料典型的应力应变曲线如图 1 所示。从实验观测可知, OA 段为未损伤的线弹性阶段, 这一阶段仅存在初始的微裂纹, 并不扩展。 AC 段为损伤均匀扩展阶段, B 点是 AC 段任意一点(下面问题中用到), D 点以后, 出现损伤局部化, D 点的位置与材料内部的初始缺陷分布的均匀性有关。在载荷控制的加载条件下, C 点以后材料失稳。但在位移控制的加载条件下, C 点以后, 材料仍是稳定的, 直至 D 点。

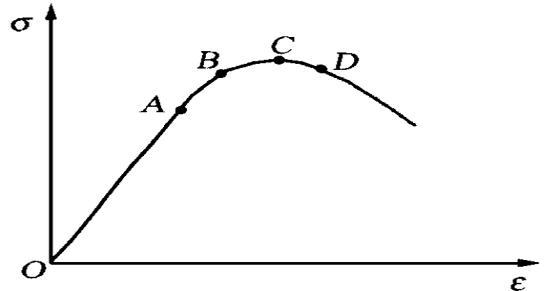


图 1 准脆性材料的应力应变曲线

下面研究载荷控制的加载条件下的损伤稳定扩展阶段。设材料内含有平行的圆币状微裂纹, 受到与之垂直方向上平均应力 $\bar{\sigma}$ 的单向拉伸载荷。忽略应力场和材料在细观层次上的不均匀性, 某一微裂纹的应力强度因子可表示为

$$K_I = 2\sqrt{a/\pi\sigma}, \quad (1)$$

其中 σ 为某一微裂纹无穷远处的、与微裂纹相垂直的正应力, 它受其他各微裂纹存在及扩展的影响。

收稿日期: 1999-09-13

作者简介: 赵爱红(1960-), 女(汉), 山东, 副教授(现工作单位: 清华大学 精仪系 摩擦学国家重点实验室)

* 基金项目: 中国科学院“九五”基础性研究重大项目 (KJ951-1-201)

进一步假设材料代表体元 (representative volume element, RVE) 内所有微裂纹所受的力是相同的, 等于 RVE 的平均应力, 即 $\sigma = \bar{\sigma}$ 已由文[1]按 Mori-Tanaka 方法求出。以下为了简化, 将 $\bar{\sigma}$ 简写为 σ

对于存在宏观裂纹的固体, 在小尺度屈服条件下, 断裂力学已成功地用于处理裂纹扩展问题。一般认为, 对脆性材料, 当应力强度因子达到某一临界值时, 裂纹便失稳扩展, 而对于韧性材料, 存在一条裂纹扩展阻力曲线即 R 曲线^[2]以及相应的稳定扩展阶段。图 2 为在载荷控制实验中的裂纹阻力曲线和裂纹驱动力曲线。由于缺乏实验数据, 微裂纹的扩展规律是一个尚不清楚的问题。但是, 即使对于脆性很好的材料, 在微裂纹的扩展过程中, 微裂纹尖端附近也存在着复杂的能量耗散机制, 如细观塑性变形、微孔洞的形核等^[3,4]。考虑到裂端非线性区的大小已可与微裂纹本身的尺度相比较, 假设微裂纹的扩展也存在一条如图 2 所示的 R 曲线。

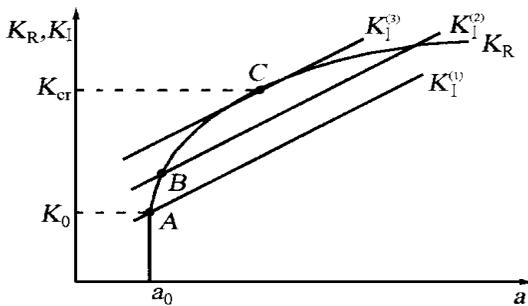


图 2 裂纹阻力曲线和裂纹驱动力曲线示意图

设扩展阻力 K_R 与微裂纹的尺寸 a 的关系为

$$K_R = K_0 + b_1 \sqrt{a - a_0}, \quad (2)$$

其中: K_R 是以应力强度因子标志法表示的 R 曲线, a_0 为微裂纹的初始尺寸, K_0 为微裂纹开始扩展时材料的扩展阻力值, b_1 是材料常数。

对于每一载荷而言, 其 K_I 曲线与 K_R 曲线的交点即为裂纹扩展的一个平衡状态。随着裂纹逐渐扩展, 如图 2 中的 A, B, C 点。给定应力下的微裂纹尺寸可由式

$$K_I = K_R(a) \quad (3)$$

来确定。在应力控制的加载条件下, 当 K_R 曲线与 K_I 曲线相切时, 微裂纹发生失稳扩展, 此时,

$$\partial K_I / \partial a = \partial K_R / \partial a, \quad (4)$$

由式(1), (2), (3)可得微裂纹扩展长度 a 随 σ 的演化规律

$$a = \pi \{ c_1 b_1^2 a_0 + K_0 [(b_1^2 \pi + 4\sigma^2) K_0 -$$

$$4b_1 \sigma \sqrt{\pi K_0^2 + a_0 c_1}] \} / c_1^2, \quad (5)$$

式中, $c_1 = b_1^2 \pi - 4\sigma^2$ 。注意到解存在的条件是

$$(\pi b_1^2 - 4\sigma^2) a_0 + \pi K_0^2 \geq 0 \quad (6)$$

上式当等号成立时, 即得到材料所能承受的最大应力值。由失稳条件式(4)可确定载荷控制下的微裂纹失稳扩展的临界尺寸 a_{cr} 和临界应力 σ_{cr}

$$a_{cr} = a_0 + a_0^2 b_1^2 / b_0^2, \quad (7)$$

$$\sigma_{cr} = b_1 \sqrt{\pi a_{cr} / [2 \sqrt{a_{cr} - a_0}]}, \quad (8)$$

其中, b_1 可由某些已知条件确定。例如已知 B 点的应力 σ_B 和微裂纹扩展量 a_B , 由式(2)和式(3)求解。

在位移控制情况下, 裂纹可继续扩展, 直到出现损伤局部化。如图 1 中的 D 点, 但随着位移的增大, 应力减小。

下面研究材料的损伤本构方程。设损伤本构方程为

$$\epsilon = \sigma / \tilde{E}, \quad (9)$$

其中 \tilde{E} 为等效弹性模量。在文[1]中已由 Mori-Tanaka 方法求出

$$\frac{\tilde{E}}{E_0} = \frac{1}{1 + 16(1 - \nu_0^2) \eta / 3} = \frac{1}{1 + 16(1 - \nu_0^2) f_n a^3 / 3}, \quad (10)$$

其中: E_0, ν_0 分别为未损伤材料的弹性模量和泊松比, $\eta = N a^3 / V, f_n = N / V, V$ 为代表单元 RVE 的体积, N 为 RVE 内的微裂纹数量。引入

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E_0} = 1 - \frac{1}{1 + 16(1 - \nu_0^2) f_n a^3 / 3}, \quad (11)$$

则式(9)化为

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0(1 - D)}. \quad (12)$$

在许多情形下, 微裂纹的成核并不存在或可以忽略。如岩石、混凝土和有些多晶的陶瓷, 在材料未受力以前就存在着微裂纹^[5]。实验表明, 混凝土的大部分能量耗散机制是初始存在的微裂纹的扩展^[6]。因此, 这里暂不研究材料微裂纹的形核规律, 于是 N 为常量, $N = N_0$ 。利用式(5), 得到损伤本构方程为

$$\epsilon = \sigma \{ 1 - 16 f_n \pi^3 \{ a_0 b_1^2 c_1 + K_0 [(b_1^2 \pi + 4\sigma^2) K_0 - 4b_1 \sigma \sqrt{\pi K_0^2 + a_0 c_1}] \}^3 (\nu_0^2 - 1) / 3 c_1^6 \} / E_0, \quad (13)$$

其中: $f_n = N_0 / V, c_1 = b_1^2 \pi - 4\sigma^2$ 。

2 三维损伤演化模型

设 RVE 内含有三相正交的圆币状微裂纹, 此

时 3 个方向的弹性性质仅与相应的微裂纹簇有关,并不相互耦合^[1]。因此,微裂纹的扩展仅与之相垂直的主应力有关, i 方向 ($i = 1, 2, 3$) 的微裂纹的应力强度因子为

$$K_I^{(i)} = 2\sqrt{a_i/\pi} \sigma_{(i)} = 2\sqrt{a_i/\pi} \bar{\sigma}_i, \quad (14)$$

其中: $\bar{\sigma}_i$ 为第 i 方向的平均体积主应力, a_i 为第 i 方向裂纹的半径。在缓慢加载、准静态条件下, 第 i 方向的微裂纹在扩展平衡状态时有

$$K_I^{(i)} = K_R. \quad (15)$$

当基体是各向同性时, 3 个正交方向的微裂纹的扩展阻力是相同的, 均为式(2), a_i 的演化规律也类同于式(5), 仅需把 a, σ 分别替换为 a_i, σ_i 即可。

对于含三相正交圆币状裂纹, 已推导出^[1]

$$\begin{aligned} \tilde{E}_i &= \frac{1}{1 + 16(1 - \nu_0^2)\eta/3}, \quad (i = 1, 2, 3), \\ \tilde{G}_{ii} &= \frac{1}{1 + 16(1 - \nu_0)(\eta + \eta)/[3(2 - \nu_0)]}, \\ &\quad (i = j, i, j = 1, 2, 3), \\ \tilde{\nu}_{ii} &= \frac{1}{1 + 16(1 - \nu_0^2)\eta/3}, \\ &\quad (i = j, i, j = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (16)$$

且

$$\tilde{\nu}_{12}/\tilde{E}_1 = \tilde{\nu}_{23}/\tilde{E}_2 = \tilde{\nu}_{31}/\tilde{E}_3 = \nu_0/E_0, \quad (17)$$

由此可得

$$\begin{aligned} \epsilon_i &= \sigma_i/\tilde{E}_i - \nu_0(\sigma_j + \sigma_k)/E_0, \\ &\quad (i = j = k, i, j, k = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (18)$$

在文[1]中已指出, 对于含有三相正交圆币状微裂纹的材料, 其独立的损伤变量为 3 个。设材料的第 i 主方向的损伤变量为 D_{E_i} ($i = 1, 2, 3$), 下标 E_i 表示该损伤变量是反映第 i 方向拉伸弹性模量变化的, 则 $D_{E_i} = 1 - \tilde{E}_i/E_0$ 。于是, 式(18)可写为

$$\epsilon_i = [\sigma_i/(1 - D_{E_i}) - \nu_0(\sigma_j + \sigma_k)]/E_0 \quad (19)$$

3 算例

作为例子, 下面讨论混凝土材料在单向拉伸载荷下的损伤演化。参考文[6]中给出的混凝土参数, 这里取 $K_0 = 0.165 \text{ MN/m}^{3/2}$, $K_B = 0.301 \text{ MN/m}^{3/2}$, $a_{01} = 3.4 \text{ mm}$, $a_B = 4.9 \text{ mm}$, $E_0 = 34.45 \text{ GPa}$, $\nu_0 = 0.3$ 和 $f_{n1} = 4.516 \times 10^5 \text{ m}^{-3}$, 其中 a_{01} 是微裂纹初始尺寸, K_0 为微裂纹开始扩展的 K 因子临界值, a_B 是图 1 B 点的尺寸, K_B 为与 a_B 对应的 K 因子。由式(7)和式(8)得出应力载荷下微裂纹失稳扩展时的临界尺寸和临界应力分别为 $a_{cr} = 8.6 \text{ mm}$, $\sigma_{cr} = 3.997 \text{ MPa}$ 。

作为比较, 考虑另一种混凝土材料, 其微裂纹数目密度为 $f_{n2} = 1.8 \times 10^6 \text{ m}^{-3}$, 初始裂纹尺寸为 $a_{02} = 2.144 \text{ mm}$, 则两种材料具有相同的 η 即在微裂纹进一步扩展前, 两者具有相同的弹性行为。由式(7)得出应力载荷下微裂纹失稳扩展时的临界尺寸 $a_{cr} = 3.2 \text{ mm}$ 。

设 K_0, b_1 不变, $\sigma_k = K_0 \sqrt{\pi/a_{02}} = 3.15 \text{ MPa}$, a_B 不变, $\sigma_{cr} = 3.904 \text{ MPa}$, 由式(5)得出两组材料的微裂纹尺寸 a 与应力 σ 的变化曲线如图 3 所示。由式(13)得出两组材料 $\sigma-\epsilon$ 的曲线如图 4 所示。比较两种材料的应力与应变关系, 在同一应力水平下, a_{01} 对应的应变大。由此可见, 对于给定的微裂纹密度的材料, 若微裂纹数量和大小不同, 其损伤演化是不同的。

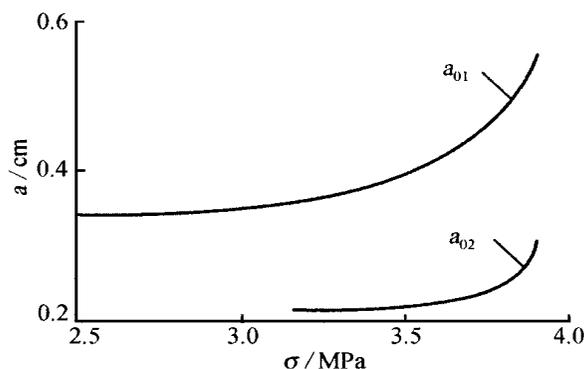


图 3 两种材料的 a 与 σ 的变化曲线

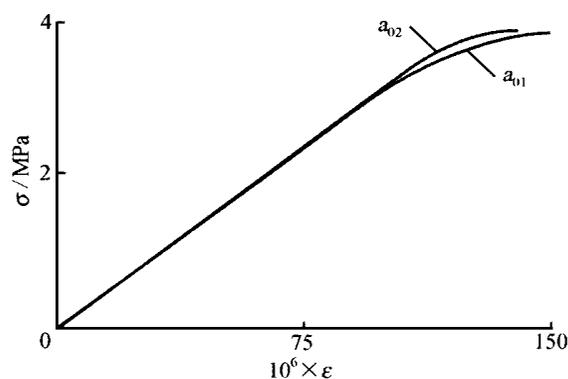


图 4 两种材料的应力应变曲线

4 结语

文中探讨了含微缺陷的材料损伤演化问题, 建立了含三相正交分布的等尺寸微裂纹的准脆性材料稳定扩展的细观损伤演化模型。混凝土材料损伤的计算证实了这样的结论, 对于给定的微裂纹密度的材料, 若微裂纹数量和大小不同, 其损伤演化是不同的。

研究表明, 损伤演化的尺寸效应有可能通过引

入细观裂纹扩展规律而包含于损伤演化方程中, 但这种细观裂纹扩展规律还有待于实验研究。文中模型的特点是从细观直接求解, 无需引入经验材料参数, 所得到的本构关系具有解析解。本模型可以进一步推广到含一般分布、各种形状的微缺陷的弹塑性材料稳定扩展的细观损伤演化的研究。其局限性在于仅适应于含同一尺寸的孔洞或裂纹材料, 未研究微裂纹的成核规律。此外, 材料非稳定阶段的损伤演化, 也需要进一步深入研究。

[参考文献] References

- [1] 赵爱红, 虞吉林. 含正交排列夹杂和缺陷的材料的有效弹性模量和损伤[J]. 力学学报, 1999, 31(4): 465 - 483
Zhao Aihong, Yu Jilin, The overall elastic moduli and damage of the material containing orthogonal inclusions and defects[J]. Acta Mechanica Sinica, 1999, 31(4): 465 - 483 (in Chinese)
- [2] Ewalds H L, Wanhill R J H. 断裂力学[M]. 朱永昌, 蒲素云, 译. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1988
Ewalds H L, Wanhill R J H. Fracture Mechanics[M]. Zhu Yongchang, Pu Suyun, trans. Beijing: Beijing University Aeronautics and Astronautics Press, 1988 (in Chinese)
- [3] Basista M, Gross D. One-dimensional constitutive model of microcracked elastic solid[J]. Arch Mech, 1985, 37: 587 - 601
- [4] Broek D. Elementary Engineering Fracture Mechanics[M]. The Netherlands: Sijthoff & Noordhoff, 1974
- [5] Krajcinovic D. Damage mechanics[J]. Mechanics of Materials, 1989, 8: 117 - 197
- [6] Fanella D, Krajcinovic D. A micro-mechanical model for concrete in compression[J]. Eng Fracture Mech, 1988, 29(1): 44 - 66

A micro-mechanical damage model for quasi-brittle materials

ZHAO Aihong, YU Jilin

(Department of Mechanics and Mechanical Engineering,
University of Science and Technology of China,
Hefei 230027, China)

Abstract: The effect of the microcracks size on damage evolution was investigated to overcome the limitations of damage models based only on defect density. A micro-mechanical damage-evolution model with the crack-size effect was proposed for quasi-brittle materials. The stable growth of cracks in a brittle material with three mutually perpendicular families of microcracks under proportional tensile loads was studied. An explicit expression was derived for the variation of crack size with stress. A micro-mechanical damage constitutive equation was then given. As an example, the damage evolutions in two kinds of concrete, initially having the same crack density but different crack sizes and quantities, were compared numerically. The results verify that the material damage with large microcracks develops more rapidly than that with small microcracks. Accordingly, for the same stress level, the strain of the material with large cracks is greater than that with small cracks.

Key words: quasi-brittle material; micro-mechanical damage evolution; microcrack size effect; stable growth of microcrack