

铝蜂窝结构单向压缩、失稳和破坏机制研究¹⁾

王 飞 李剑荣 虞吉林

(中国科学技术大学力学与机械工程系, 合肥 230026)

摘要 采用结构代表胞元模型数值模拟了在不同相对密度范围的单型铝蜂窝结构在单向压缩过程中的变形、失稳和破坏现象. 我们推广了转角刚度方法, 并结合数值模拟结果分析了结构失稳和破坏的三种不同特征及相应的细观力学机制, 计算了结构代表胞元开始失稳分岔时的宏观应力 σ_r , 其值与有限元数值计算和实验得到的结构宏观极限应力 σ_u 一致吻合.

关键词 铝蜂窝结构, 代表胞元, 胞壁梁, 失稳分岔, 塑性崩塌

引 言

近年来, 由于生产技术的成熟和完善, 实际工程结构中广泛地应用金属孔洞材料或结构. 与有机孔洞材料相比, 金属孔洞材料或结构具有更高的孔隙率和比强度, 因此被广泛地应用于热结构和超轻结构中作为冲击吸能材料、热扩散介质或隔声材料^[1~4]. 例如, 二维铝蜂窝结构的相对密度可以从 1% ~ 10%, 作为超轻结构材料得到广泛的应用.

Gibson 等^[5,6] 采用梁模型最早研究了单型²⁾ 蜂窝结构静态压缩过程中的变形和失稳及破坏现象, 并指出蜂窝结构失稳存在两种典型机制, 即弹性屈曲和以梁端形成“塑性铰”为特征的结构塑性崩塌 (plastic collapse). 他们得到两种失稳和破坏形式的宏观极限应力为

$$\sigma_u = \begin{cases} 0.223E_s(t/l)^3 & (\text{弹性屈曲}) \\ 2\sigma_0(t/l)^2/3 & (\text{塑性屈曲}) \end{cases}$$

其中 E_s 和 σ_0 分别为金属基体的弹性模量和屈服应力, t 和 l 分别为胞壁厚度和长度. 此外, 他们还对不同材料的蜂窝结构进行了单向压缩实验. 实验表明结构在邻近失稳和塑性崩塌点时的变形模式和力学响应出现分岔现象, 即由失稳前的均匀对称变形模式 (1 型) 转变为非对称的倾斜剪切变形模式 (2 型), 并出现塑性局部变形和崩塌带. 同时, 实验还发现金属蜂窝的极限应力明显地低于公式 (1) 得到的理论结果.

Kyriakides^[7] 指出, 结构的失稳及失稳扩展问题可以通过分析与母体力学结构相似的结构特征单元在相同载荷下的失稳现象得到比较简单而又直接的解决. Papka 和 Kyriakides^[8] 利用代表胞元模型从实验和数值模拟的角度研究了双型铝蜂窝结构在单向压缩过程中的结构宏观变形和塑性失稳, 得到的数值模拟结果与实验现象符合得很好. 此后文献 [9, 10] 利用类似的代表胞元模型, 研究了蜂窝结构起始失稳和失稳后的非线性变形演化规律, 并探讨了结构塑性失稳和崩塌的局部化问题, 其结果与实验基本符合.

2000-10-24 收到第一稿, 2001-05-08 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (10072059) 和中国科学院“九五”基础研究重大项目 (KJ951-1-201) 资助课题.

2) 单型 (single type) 蜂窝结构各胞壁梁的厚度相等, 而双型 (double type) 蜂窝结构, 其纵向胞壁梁的厚度是斜向胞壁梁的两倍.

本文利用代表胞元模型数值模拟了在不同相对密度范围的单型铝蜂窝结构在单向压缩过程中的变形、失稳和破坏现象,并将转角刚度方法加以推广,结合数值模拟分析了结构失稳和破坏的三种不同特征及其相应的细观力学机制,指出无论铝蜂窝结构失稳和破坏的形式是弹性屈曲还是塑性崩塌,结构变形分岔是引发结构失稳(局部或全场)和塑性软化破坏的直接原因。由推广的转角刚度方法计算得到的代表胞元起始失稳分岔时的应力 σ_r 与有限元数值计算和实验得到的结构极限应力 σ_u 一致吻合,消除了Gibson公式预言的极限应力理论值与实验结果的偏差。

1 铝蜂窝代表胞元及数值模拟模型

我们采用与Papka^[8]文中相似的铝蜂窝代表胞元模型,图1显示我们数值模拟中所采用的单型规则铝蜂窝代表胞元的几何尺寸及形状。模型中胞元的尺寸 $l = 6.5 \text{ mm}$ 保持不变,胞壁厚度 t 在 $0.025 \sim 0.35 \text{ mm}$ 范围内选取。数值计算采用通用的ABAQUS/Standard有限元分析软件。胞元中的各胞壁近似取梁模型。胞元每边的胞壁沿全长 l 被划分成10个3节点的梁单元,采用了Timoshenko梁单元模型以允许梁单元节点有较大的旋转变形和切向膜应力。模型中引入了初始几何缺陷,使图2中的两纵向胞壁梁顺时针偏斜 0.2° 角。根据Papka^[8]的分析,为了使代表胞元模型能正确反映出全场大范围蜂窝结构的变形和失稳扩展特征,必须使代表胞元满足三个方面的条件。鉴于此,我们对代表胞元施加与Papka文中相同的边界条件和对称性条件。胞元基体材料为Al-5052-H39,材料的应力应变响应近似取为双线性模型,杨氏模量 $E_s = 68.97 \text{ GPa}$,屈服应力 $\sigma_0 = 292 \text{ MPa}$,硬化模量 $E_1 = 0.690 \text{ GPa}$,并假设基体材料的塑性流动遵循 J_2 流动法则并产生各向同性强化。

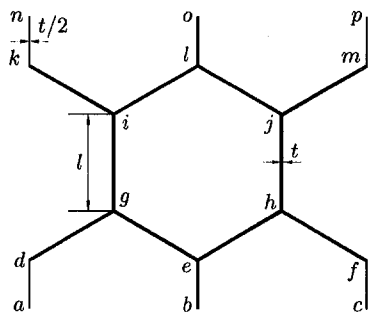


图1 单型铝蜂窝代表胞元几何模型

Fig.1 Geometry of representative unit cells (RUC)

模型中引入了初始几何缺陷,使图2中的两纵向胞壁梁顺时针偏斜 0.2° 角。根据Papka^[8]的分析,为了使代表胞元模型能正确反映出全场大范围蜂窝结构的变形和失稳扩展特征,必须使代表胞元满足三个方面的条件。鉴于此,我们对代表胞元施加与Papka文中相同的边界条件和对称性条件。胞元基体材料为Al-5052-H39,材料的应力应变响应近似取为双线性模型,杨氏模量 $E_s = 68.97 \text{ GPa}$,屈服应力 $\sigma_0 = 292 \text{ MPa}$,硬化模量 $E_1 = 0.690 \text{ GPa}$,并假设基体材料的塑性流动遵循 J_2 流动法则并产生各向同性强化。

2 铝蜂窝结构单向压缩时的变形、失稳及破坏特征

2.1 变形、失稳及破坏特征分析

对于胞体尺寸为 $l = 6.5 \text{ mm}$, $t = 0.043 \text{ mm}$ 和 $t = 0.25 \text{ mm}$ 两种不同胞壁厚度的铝蜂窝结构的代表胞元,图2显示出铝蜂窝代表胞元在单向压缩变形过程中,结构变形构型由初始均匀对称压缩变形模式(1型)转变为失稳时的非对称剪切变形模式(2型),即在失稳点时出现结构的变形分岔现象。在后失稳阶段,胞元斜变形的非对称性进一步增大,导致结构整体的进一步失稳和崩塌。图3显示了相应代表胞元的宏观承载应力随宏观压缩位移量的变化曲线。

图3表明,胞元的应力响应随结构相对密度的不同而具有不同的特征。胞壁厚度 $t = 0.043 \text{ mm}$ 的胞元,由于密度较小,结构在失稳前一直处在弹性阶段,失稳后应力出现转折并维持较长的一段平台,同时各胞壁梁出现显著的弯曲变形。而 $t = 0.25 \text{ mm}$ 的胞元,由于相对密度较大,结构中各胞壁梁的弯曲变形并不明显(尤其是纵向胞壁梁),变形响应出现分岔前,梁端节点处已出现塑性变形,整体失稳时结构的应力达到峰值应力 σ_u (宏观失稳的标志),并在失稳后跌落,

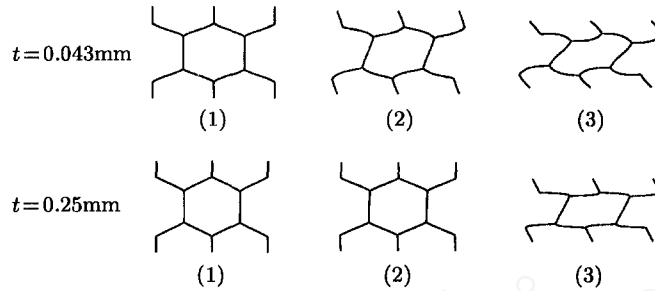


图 2 两种不同胞壁厚度的代表胞元单向压缩变形构型

Fig.2 Calculated sequence of deformed configurations of two RUCs with different cell-wall thickness

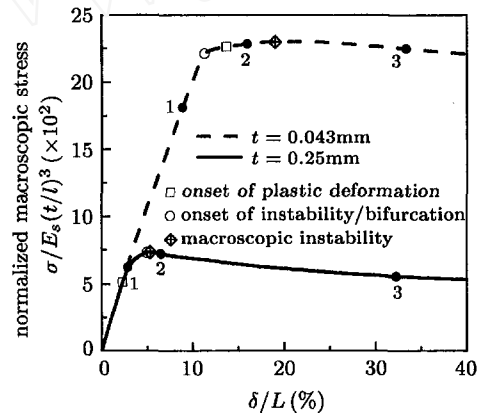


图 3 两种不同胞壁厚度的代表胞元随压缩变形量变化的承载应力曲线

Fig.3 Calculated macroscopic force-displacement responses for two RUCs with different cell-wall thickness, numbers 1, 2, 3 represent the sequence of deformation shown in Fig.2

而胞元的斜变形构型不再具有稳定性，即出现所谓的塑性崩塌。

在邻近失稳和变形分岔点时胞元中各节点相连的两斜向胞壁梁梁端弯矩和最大塑性应变 ε_p 随结构宏观变形出现不一致的发展趋势。其中一个斜向胞壁梁在分岔起始后梁端弯矩和塑性应变继续保持增长，而另一斜向胞壁梁的梁端弯矩和塑性应变发展则受结构非对称变形的影响而遭到抑制，梁端弯矩在结构达到应力极限后很快降低，塑性应变不再增加。同时，各纵向胞壁梁梁端开始出现明显的弯矩并不断增加。

需要指出的是，从本质上说，蜂窝结构在失稳区出现的变形形式转变还是一种随机的分岔现象，即初始小缺陷扰动并没有完全抑制结构均匀压缩变形模式，随机分岔现象仅在胞壁厚度分布的几个孤立狭带处出现，其厚度域宽非常小，其个数与初始缺陷偏角的大小有关。计算表明，当初始缺陷偏角为 0.2° 时，出现变形和失稳随机分岔现象的结构胞壁厚度在孤立狭带中心点处的值分别为 $t = 0.07, 0.12, 0.23, 0.32$ mm 等，各狭带的厚度域宽约为 0.002 mm。除了这些孤立狭带处的胞壁厚度之外，胞体结构在接近失稳时出现剪切型的变形和失稳分岔。由此可见，由于初始几何缺陷的存在，变形和失稳分岔的随机性受到严重抑制，1型的变形成为非稳定的，而2型的失稳变形成为主要而确定的变形模式。

2.2 与理论及实验结果的比较

图 4 显示了数值计算得到的不同相对密度的代表胞元失稳或崩塌时的极限应力 σ_u 与理论

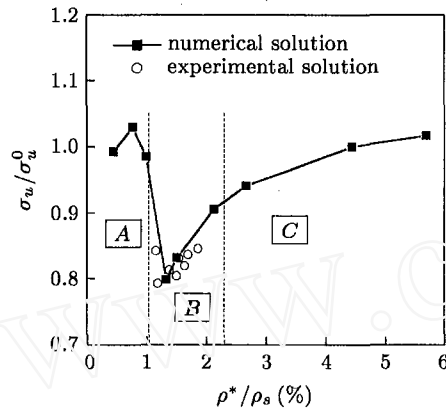


图 4 极限应力数值计算值 (代表胞元) 与理论值及实验结果 [6] 的比较

Fig.4 Comparison of the calculated critical macroscopic stress with the corresponding theoretical and experimental results, domains A, B and C denote the different ranges of relative density of single-type aluminum honeycombs

极限应力值 σ_u^0 (公式 (1)) 及单向压缩实验结果 [6] 的比较。从图中不难看出, 当铝蜂窝的相对密度 $\rho^*/\rho_s (= 2t/\sqrt{3}l)$ 较小或较大时 (图中区域 A 和 C), 数值计算得到的 σ_u 与公式理论值 σ_u^0 符合得很好, 相对误差小于 5%, 但是当相对密度在 1.2% ~ 2.1% 范围时 (图中区域 B), σ_u 明显地要小于理论值 σ_u^0 , 最低处要小 20%。然而, 图中实验结果表明, 相对密度在 1.2% ~ 1.8% 范围内的规则铝蜂窝结构发生塑性崩塌时的极限应力值亦明显地低于理论结果, 但与我们数值计算得到的极限应力曲线符合得很好。由此可见, 探讨在不同相对密度范围内铝蜂窝结构变形和失稳破坏的细观力学机制成为分析其宏观承载和变形响应的客观依据和前提。

3 铝蜂窝结构失稳和破坏的细观力学机制

3.1 转角刚度方法

Gibson [5] 首先采用胞壁梁假设, 根据胞壁梁端转角刚度相等的协调要求, 理论计算出二维蜂窝结构发生弹性屈曲失稳及响应分岔时的失稳应力。Zhang 等 [11] 进一步利用转角刚度方法计算出蜂窝结构有限变形情况下弹性失稳时的失稳应力。然而, 当胞基体材料为弹塑性时, 蜂窝结构失稳和破坏可能由斜向胞壁梁塑性变形与纵向胞壁梁弹性失稳的相互耦合作用而产生。因此, 我们将转角刚度方法直接推广并分析蜂窝结构弹塑性的失稳和破坏现象及其细观机制。

设 G_v 为胞体中纵向胞壁梁发生微弯曲扰动 (失稳前) 梁端所具有的转角刚度, G_b 为胞体中纵向胞壁梁弹性屈曲失稳时梁端的临界转角刚度, G_0 为理想情况斜向胞壁梁在弹性阶段梁端所具有的转角刚度, G_s 为斜向胞壁梁梁端塑性变形后某时刻转角刚度, 假设结构失稳前小变形, 则根据 Gibson [5] 有

$$G_b = \frac{2E_s I}{l} u \tan u, \quad G_0 = \frac{2E_s I}{l} \quad (2)$$

其中 $u = (l/2)\sqrt{P/E_s I}$ 。

根据胞壁梁端节点刚性连接的要求, 共节点的纵向胞壁梁和斜向胞壁梁在梁端节点处的转动刚度应协调, 即:

(a) ρ^*/ρ_s 较小时, 系统发生失稳和变形分岔时斜壁梁保持弹性状态, 此时有

$$G_b = 2G_0 \text{ 或 } u \tan u = 2 \quad (3)$$

(b) ρ^*/ρ_s 超过某一范围, 系统中斜向胞壁梁端发生塑性变形, 此时系统中局部胞元发生失稳和变形分岔, 应有

$$u \tan u = 2 \frac{G_s}{G_0} = 2k \quad (4)$$

其中 k 表示由于出现塑性变形而使斜向胞壁梁端的转角刚度降低的比例。

3.2 数值结果及分析

我们数值模拟了不同胞壁厚度的铝蜂窝代表胞元承受单向压缩载荷时, 纵向胞壁梁 $i-g$ 梁端 (g 节点处) 转角刚度随宏观压缩变形量变化的曲线。代表胞元的尺寸为 $l = 6.5 \text{ mm}$, 胞壁厚度 t 的范围从 0.025 mm 到 0.35 mm 。初始几何缺陷, 胞元基体材料性质和塑性强化准则同前所述。模拟结果见图 5, 图中纵轴 $G_v/2G_0$ 表示 g 节点处各胞壁梁梁端相对初始时刻的转角刚度。由于结构失稳和破坏随着相对密度的变化呈现不同的特征, 因此以下的分析内容按结构胞壁厚度 t 的不同范围分成三部分。

(i) $t = 0.025 \sim 0.056 \text{ mm}$, 代表胞元失稳以弹性屈曲失稳为主要特征

从图 5(a) 我们看出, 在弹性响应范围内, 胞元梁端节点转角刚度在经历一段近似水平变化过程之后, 邻近失稳点时, 纵向胞壁梁梁端的转角刚度出现转折和下降, 这表明结构中纵向胞壁梁发生了弹性屈曲失稳, 并触动了结构变形由初始时的 1 型分岔转变为 2 型变形模式。

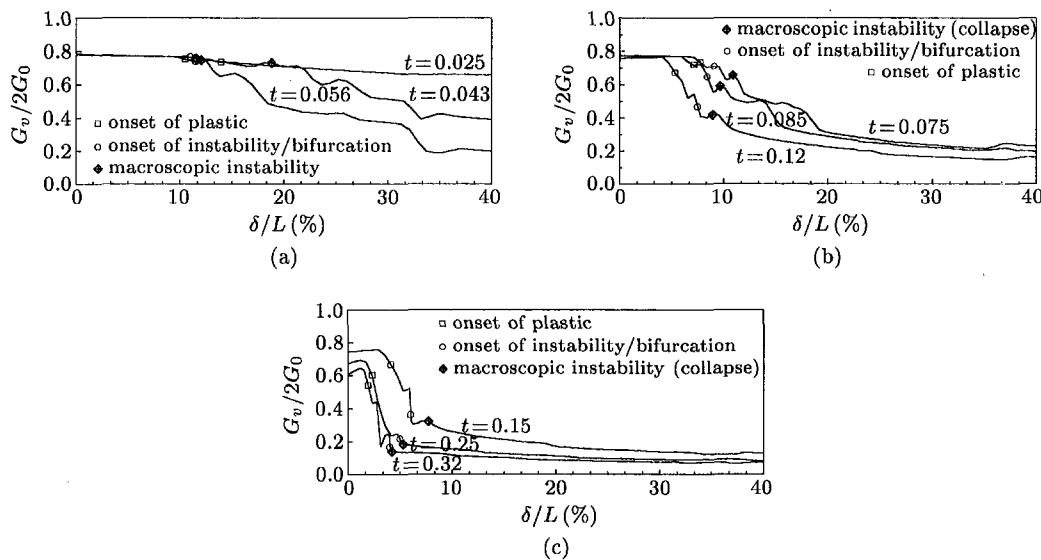


图 5 代表胞元 g 节点处胞壁梁梁端相对于初始时刻的转角刚度随宏观压缩变形变化的曲线

Fig.5 Results of rotation stiffness at the beam end g of the RUC with the change of macroscopic compressive displacement for three different domains (a), (b) and (c) of RUC's cell-wall thickness

需要指出的是, 图 5(a) 显示出梁端相对转角刚度在结构弹性失稳前并不恒等于 1。这是因为胞体中纵向胞壁梁在发生弹性屈曲前的微转角扰动由两部分构成, 一项是由初始几何缺陷 (0.2° 的斜偏角) 引起的各胞壁梁在共节点处的刚性微转动 ψ_1 ; 另一项是由纵向胞壁梁微弯曲引起的微弯曲转动 ψ_2 。但是, 只有微弯曲转动扰动 ψ_2 的存在才能触发纵向胞壁梁产生突然的屈曲失稳和变形分岔。由梁端微弯矩扰动 M_v 触发纵向胞壁梁产生屈曲失稳所需的梁端转角刚度为

$$\bar{G}_b = \frac{\Delta M_v}{\Delta \psi_2} = G_b \left(1 + \frac{\Delta \psi_1}{\Delta \psi_2} \right) \quad (5)$$

因此弹性失稳前梁端的有效转角刚度 \bar{G}_v (相应于微弯曲转动扰动项) 应比数值计算得到的梁端转角刚度 G_v 要大, 并且与扰动转角的分配有关, 如图 6 所示.

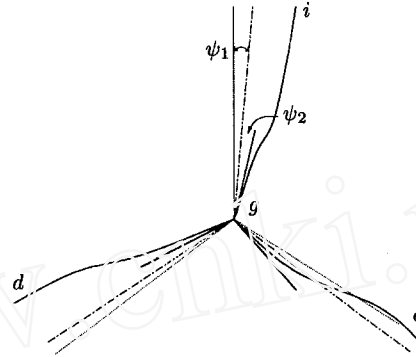


图 6 刚节点 g 处梁端转角示意图

Fig.6 Illustration of rotation angles at end g

计算结果表明, 用理论值的梁端转角刚度计算出结构胞元弹性失稳的起始失稳应力 σ_τ 与数值计算得到的宏观失稳应力 σ_u 基本一致, 相对误差小于 5%, 如表 1 所示. 这表明蜂窝结构在低相对密度的情况下 ($\rho^*/\rho_s < 1\%$) 的失稳行为是以纵向胞壁梁在微弯曲转动扰动下产生的弹性屈曲失稳和变形分岔为特征的.

表 1 不同相对密度的代表胞元 σ_τ 和 σ_u 的数值计算值

Table 1 Calculated results of σ_τ and σ_u for RUCs with different ρ^*/ρ_s

t (mm)	0.025	0.043	0.056	0.075	0.085	0.12	0.15	0.25	0.32
ρ^*/ρ_s (%)	0.444	0.764	0.995	1.332	1.510	2.132	2.665	4.441	5.685
σ_τ (kPa)	0.854	4.360	9.642	19.46	26.00	58.97	94.41	285.6	477.8
σ_u (kPa)	0.868	4.588	9.696	20.66	27.68	59.96	97.54	287.8	479.0

(ii) $t = 0.075 \sim 0.12$ mm, 代表胞元失稳出现变形分岔和非完全塑性崩塌的耦合作用.

从图 5(b) 看出, 结构在到达宏观失稳崩塌之前, 斜向胞壁梁端已有塑性变形, 导致转动刚度迅速跌落. 由转角刚度法可知, 胞元中纵向胞壁梁会首先产生弹性屈曲失稳并同时引发结构变形形式的分岔. 失稳后, 共节点斜向胞壁梁梁端塑性变形非平衡发展, 结构很快达到承载应力极限 σ_u 和崩塌破坏. 但此时斜梁端并未形成“塑性铰”状态, 最大的斜梁端弯矩为全塑性极限弯矩的 80% ~ 90%.

由于胞元结构变形分岔和非完全塑性崩塌的耦合作用, 结构宏观失稳破坏时的极限应力 σ_u 明显地小于 (1) 式所得到塑性崩塌应力值 σ_u^0 . 这一方面是由于 Gibson 模型所假设的塑性崩塌之前一直是 1 型的对称变形与实际情况不符, 同时该模型假设胞体塑性崩塌以在各个斜向胞壁梁的梁端形成“塑性铰”为特征也缺乏依据.

我们认为, 随着胞壁厚度和刚度的增加, 代表胞元在梁端塑性萌生后, 纵向胞壁梁的微扰动转角 ψ 的增长以微弯曲扰动转角 ψ_2 的增长为主, 即假设塑性变形开始后, 纵向胞壁梁端的有效转角刚度 \bar{G}_v 等于数值计算得到的值 G_v . 根据这一假设, 我们利用转角刚度方法和图 6 的结果计算出胞元在开始失稳和变形分岔时的应力 σ_τ 与极限应力 σ_u 非常接近, 相对误差小于

6%, 如表 1 所示. 此外, 图 4 显示出单向压缩实验得到的相对密度在 1.2% ~ 1.8% 范围内的规则铝蜂窝的极限应力值与我们数值计算得到的代表胞元极限应力值曲线一致吻合. 由此可见, 当相对密度在 1.3% ~ 2.1% 范围内, 铝蜂窝结构由开始失稳分岔点处的非稳定平衡状态很快过渡到崩塌破坏.

(iii) $t = 0.15 \sim 0.32 \text{ mm}$, 代表胞元失稳破坏以出现变形分岔和形成梁端“塑性铰”为特征.

图 5(c) 表明, 在斜梁端产生塑性变形之后, 胞壁梁端的转角刚度迅速转折下降, 在图中形成明显的跌落陡峰, 在跌落陡峰的低谷附近, 胞元中纵向胞壁梁发生弹性屈曲, 同时引起结构变形响应的分岔. 计算得到结构在起始失稳和分岔点处的应力 σ_r 值与结构在失稳破坏时的极限应力 σ_u 一致吻合, 如表 1 所示 (误差小于 5%). 同时计算结果还表明, σ_u 与 (1) 式得到的理论值 σ_u^0 近似相等, 如图 4 所示. 这说明结构起始失稳和分岔发生时, 胞元中共节点处的两斜向胞壁梁梁端塑性应变已发展到接近全塑性状态. 数值计算表明, 此时梁端最大塑性应变约为 1%. 因此, 结构变形分岔后的失稳破坏应当也具有以形成梁端“塑性铰”为特征的塑性崩塌形式.

4 结 论

本文通过对不同相对密度的单型铝蜂窝代表胞元模型进行了数值模拟研究, 结果表明铝蜂窝的失稳和破坏现象随结构相对密度范围的不同而呈现三种不同的特征. 在近失稳处, 蜂窝胞体中纵向胞壁梁出现弹性屈曲失稳, 引起结构变形形式出现转折和分岔. 结构变形分岔是引发结构失稳 (局部或全场) 和塑性崩塌破坏的直接起因.

根据推广得到的转角刚度方法, 本文计算得出结构起始失稳分岔时的应力 σ_r 与宏观极限应力 σ_u 一致符合, 并与 Gibson 实验结果吻合. 这表明对于单型铝蜂窝结构失稳和破坏现象代表胞元层次的细观力学机制分析是符合客观依据的.

参 考 文 献

- 1 Ashby MF, Evans AG, Hutchinson JW. Cellular Metals, a Design Guide. Cambridge: Cambridge University, Engineering Department, 1998
- 2 Ashby MF. The mechanical properties of cellular solids. *Metal Trans*, 1983, 14A: 1755~1769
- 3 Budiansky B. On the minimum weights of compression structures. *Int J Solids Structures*, 1998, 36: 3677~3708
- 4 Evans AG, Hutchinson JW, Ashby MF. Multifunctionality of cellular metal systems. *Progress of Material Science*, 1999, 43: 171~221
- 5 Gibson LJ, Ashby MF. The mechanics of three dimensional cellular materials. *Proc Roy Soc London*, 1982, A382: 43~49
- 6 Gibson LJ, Ashby MF. Cellular Solids: Structure and Properties. Cambridge Univ Press, 1997
- 7 Kyriakides S. Propagating instabilities of structures. *Advances in Applied Mechanics*. Boston: Academic Press, 1993, 30: 67~189
- 8 Papka S, Kyriakides S. In-plane compressive response and crushing of honeycombs. *J Mech Phys Solids*, 1994, 42: 1499~1532
- 9 Triantafyllidis N, Schraad MW. Onset of failure in aluminum honeycombs under general in-plane loading. *J Mech Phys Solids*, 1998, 46: 1089~1124
- 10 Zhu HX, Mills NJ. The in-plane non-linear compression of regular honeycombs. *Int J Solids Structures*, 2000, 37: 1931~1949
- 11 Zhang J, Ashby MF. Buckling of honeycombs under in-plane biaxial stresses. *Int J Mech Sci*, 1992, 34: 491~509

A STUDY OF INSTABILITY AND COLLAPSE OF ALUMINUM HONEYCOMBS UNDER UNIAXIAL COMPRESSION¹⁾

Wang Fei Li Jianrong Yu Jilin

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract The model of representative unit cell (RUC) is used to numerically simulate the deformation, instability and collapse of single-mode aluminum honeycombs under uniaxial compression. The rotation stiffness method is generalized to incorporate the elastic-plastic analysis of cell walls. By applying the method into our numerical analysis, we find three different types of mechanical characteristics of aluminum honeycombs when loss of stability and collapse happen. The corresponding meso-mechanisms, which are closely related to the relative density of the aluminum honeycomb, are then analyzed to explain these characteristics. The calculated critical macroscopic stress of RUC at the initiation of instability and bifurcation, σ_τ , is therefore introduced and calculated, which coincides well with the macroscopic limit stress σ_u obtained by numerical calculation as well as experiments of the aluminum honeycombs under uniaxial compression.

Key words aluminum honeycomb, representative unit cell (RUC), instability, bifurcation, plastic collapse

Received 24 October 2000, revised 8 May 2001.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10072059) and the Chinese Academy of Sciences (KJ951-1-201).