

泡沫铝材料准静态本构关系的理论和实验研究¹⁾

王二恒 虞吉林 王 飞 孙 亮

(中国科学技术大学材料力学行为和设计中国科学院重点实验室, 合肥 230026)

摘要 应用 Chen 和 Lu 提出的适用于可压缩弹塑性固体的唯象本构模型框架, 建立了泡沫铝的准静态本构模型, 推导了三维等比例加载和环向受约束轴向加载下的宏观应力 - 应变曲线. 对两种泡沫铝材料 (开孔和闭孔) 进行了 4 类准静态试验, 即单轴压缩、三维静水压缩、三维等比例压缩和侧向受约束轴向压缩实验. 利用单轴压缩和三维静水压缩的实验结果得到了泡沫铝材料的本构参数曲线, 并由此预测它在三维等比例压缩和侧向受约束轴向压缩情况下的响应. 理论预测与相应实验结果相比较, 三维等比例压缩的结果比较吻合, 但与侧向受约束轴向压缩的结果却相差很大. 分析表明, 理论预测与侧向受约束轴向压缩实验结果的偏差是由于泡沫铝试样与约束筒之间的摩擦造成的. 研究结果说明, Chen-Lu 模型能够很好地描述泡沫铝材料在压缩占主导的应力状态下的响应.

关键词 本构模型, 可压缩弹塑性, 泡沫铝, 压缩试验

引 言

低密度孔洞金属材料 (如铝蜂窝、泡沫铝等) 有着良好的力学、声学和热学性能. 近年来, 由于低成本制造技术的发展, 泡沫金属材料被广泛运用到结构工程物中, 如夹芯结构芯件等. 这些工程构件的设计和数值模拟迫切需要对泡沫金属的本构力学模型进行深入的研究.

鉴于泡沫金属材料内部几何缺陷、微观形貌的复杂性以及由此导致的变形和失效力学行为特征及机制的迥异性^[1~4], 从宏观唯象层次上建立本构模型成为泡沫金属材料本构力学行为研究的重要途径. Gibson 等^[5] 基于对理想泡沫胞元的分析得到了一个屈服面, 其有效应力依赖于静水压的平方. Deshpande 和 Fleck^[6] 根据实验得到的椭圆形屈服面建立了泡沫金属的自相似本构模型和微分强化本构模型. 但是, 单轴压缩试验显示, 泡沫金属材料在压缩屈服后会先后出现平台和压实阶段, 侧向膨胀远小于不可压塑性固体的 0.5. Miller^[7] 考虑了泡沫金属材料的上述特点, 将用于土壤的 Drucker-Prager 模型^[8] 推广, 建立了一个各向同性本构模型. 然而这些建立在经典唯象塑性理论基础上的本构模型, 由于要区分出材料变形的弹性段和塑性屈服段, 往往导致人为定义的屈服函数不准确并影响到后继屈服

面的形状. 又由于内部不规则分布的缺陷对泡沫金属材料的非均匀变形有明显的影 响, 导致起始非线性弹性的加载段和塑性强化过程中出现局部卸载^[9]. Hanssen 等^[10] 对 Deshpande 和 Fleck, Miller 的模型以及其它本构模型进行了实验和数值评估, 发现所有模型都无法完全准确描述各种载荷条件下的响应. 因此, 克服唯象本构模型中经典的弹性区分离的做法对研究泡沫金属材料弹塑性本构响应应具有明显的意义.

Chen 和 Lu^[11] 基于弹性余能表达式引入标量式的特征应力和特征应变, 结合相应的应力势和屈服流动法则, 提出了一套可适用于塑性可压缩和塑性不可压缩材料的统一的弹塑性本构模型框架. 本文根据 Chen 和 Lu 的可压缩弹塑性本构模型框架和静态特征实验结果, 推导出泡沫铝的宏观唯象可压缩弹塑性本构形式. 对开孔和闭孔的两种泡沫铝材料通过三维静水压缩和单向压缩实验结果给出了本构参数, 推导了在三维等比例加载和侧向位移受约束轴向加载下的轴向应力 - 应变曲线, 并和实验结果进行比较.

1 理论模型

1.1 可压缩弹塑性本构模型

假定材料是初始各向同性和率无关的, Chen 和

2004-04-25 收到第 1 稿, 2004-08-23 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (10072059 和 90205003) 资助项目.

Lu^[11] 由弹性余能表达式出发定义了如下的特征应力和特征应变

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}^2 &= \sigma_e^2 + \beta^2 \sigma_m^2 \\ \bar{\varepsilon}^2 &= \varepsilon_e^2 + \frac{\varepsilon_v^2}{\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 σ_e 和 σ_m 分别是 Mises 等效应力和平均应力, ε_e 和 ε_v 分别为等效应变和体积应变, 用主应力和主应变分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \\ \sigma_m &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \\ \varepsilon_e &= \sqrt{\frac{2}{9}[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \\ \varepsilon_v &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

\bar{E} 和 β 为材料常数, 由下式定义

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= \frac{3E}{2(1+\nu)} \\ \beta &= \frac{9(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

不难发现在线弹性范围, $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\varepsilon}$ 有如下关系

$$\bar{\sigma} = \bar{E}\bar{\varepsilon} \quad (4)$$

在三维静水压缩和单向压缩的情况下, $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\varepsilon}$ 可分别简化为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &= \beta|\sigma_h|, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{|\varepsilon_h|}{\beta} \\ \bar{\sigma} &= \frac{1}{3}\sqrt{9+\beta^2}|\sigma_u|, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{3|\varepsilon_u|}{\sqrt{9+\beta^2}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中 σ_h 和 ε_h 分别为三维静水压的平均应力和体积应变, σ_u 和 ε_u 分别为单向压缩状态的轴向应力和应变.

材料的弹性行为 (包括塑性卸载) 完全可由式 (4) 或其增量形式来描述. 对于材料的弹塑性响应, 由于不同的加载路径产生不同的弹性极限应力和屈服强化过程, 导致确定材料的初始屈服面及其后续演化十分困难. 仍使用特征应力和特征应变 $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\varepsilon}$ 来描述材料的变形和屈服行为, 并结合下述方法, 可以避免人为确定初始屈服面及其后续演化的困难.

仿照 Drucker 和 Prager^[8] 提出的修正的 Mises 屈服函数, Chen 和 Lu^[11] 提出类似形式的应力势

函数 Φ

$$\Phi = \bar{\sigma}^2 + \Phi_1(\bar{\varepsilon}, \sigma_{ij}) - Y(\bar{\varepsilon}) = 0 \quad (6)$$

其中 $\Phi_1(\bar{\varepsilon}, \sigma_{ij})$ 和 $Y(\bar{\varepsilon})$ 是由实验确定的材料参数. 对各向同性材料来说, Φ_1 参数一般依赖于 σ_m , σ_e 和第 3 应力偏量不变量 J_3 . 为简单起见, 假设 σ_e 和 J_3 对 Φ_1 的影响可以忽略, 则

$$\Phi_1 = \Phi_1(\bar{\varepsilon}, \sigma_m) \quad (7)$$

与应力势函数 Φ 相对应的关联流动准则为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

比例系数 λ 由一致性条件确定

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\varepsilon}} \dot{\bar{\varepsilon}} = 0 \quad (9)$$

式 (8) 采用总应变率 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 使得弹性变形也能够用式 (6) 的模型确定, 即式 (6) 和式 (8) 可统一地描述材料弹性和塑性变形响应, 从而避免了繁琐困难的确定初始屈服面及其演化的工作. 需要指出的是, 此时泊松比 ν 的定义也应相应扩展, 以用于通过 β 计算特征应力和特征应变. 对可压缩塑性固体, ν 可根据感兴趣的变形范围测量得到.

根据泡沫金属材料的研究结果, 如忽略压缩和拉伸屈服应力的差异, 采用 Mises 屈服准则, 可以假设式 (6) 中 $\Phi_1 = C(\bar{\varepsilon})\sigma_m^2$

$$\Phi = \bar{\sigma}^2 + C(\bar{\varepsilon})\sigma_m^2 - Y(\bar{\varepsilon}) = 0 \quad (10)$$

式中 $C(\bar{\varepsilon})$ 和 $Y(\bar{\varepsilon})$ 是由特征实验 (如单向压缩、三维静水压缩、纯剪切等) 确定的材料参数.

约定单向压缩用下标 uc 表示, 三维静水压缩用 hc 表示, 根据式 (5), 可以得出 $C(\bar{\varepsilon})$ 和 $Y(\bar{\varepsilon})$

$$\left. \begin{aligned} C(\bar{\varepsilon}) &= \frac{\bar{\sigma}_{hc}^2 - \bar{\sigma}_{uc}^2}{\bar{\sigma}_{uc}^2/(9+\beta^2) - \bar{\sigma}_{hc}^2/\beta^2} \\ Y(\bar{\varepsilon}) &= \bar{\sigma}_{hc}^2 \bar{\sigma}_{uc}^2 \frac{1/(9+\beta^2) - 1/\beta^2}{\bar{\sigma}_{uc}^2/(9+\beta^2) - \bar{\sigma}_{hc}^2/\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中 $\bar{\sigma}_{hc}$ 和 $\bar{\sigma}_{uc}$ 对 $\bar{\varepsilon}$ 依赖关系可以由单向压缩和三维静水压实验得到的两条 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}$ 曲线确定, 从而由式 (10) 确定应力势. 结合关联流动准则式 (8) 和一致性条件式 (9), 即可计算出铝泡沫材料在各种加载路径下的本构响应. 以上就是 Chen 和 Lu 提出的泡沫金属材料本构模型的基本框架.

1.2 铝泡沫材料本构关系及本构特征试验

理论上, 沿任何两条特定的加载路径得到的 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}$ 曲线都可以用于确定 $C(\bar{\varepsilon})$ 和 $Y(\bar{\varepsilon})$, 从而得到材料的宏观应力应变关系. 换言之, 已知任何两条特定的加载路径的 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}$ 曲线, 即可预言其它加载路径的 $\bar{\sigma}$ - $\bar{\varepsilon}$ 曲线. Lu 和 Ong^[12] 将这个模型用于一种闭孔泡沫铝材料, 他们发现, 根据实验得到的单轴压缩和三维静水压应力应变曲线预言的纯剪切应力应变曲线在应变小于 0.015 时与实验曲线很好符合, 但出现软化后, 理论值远远高于实验值. 他们把这归结于剪切实验中材料破坏由裂纹而非屈服引起, 而该模型没有考虑材料的断裂行为所造成的软化现象. 可见, 这一理论模型应用于纯剪切时, 适用的变形范围过小. 事实上, 纯剪切时塑性变形不大, 变形机理也与压缩时不同. 可以认为, 他们的实验结果不足以说明这一理论模型的有效性.

下面作者根据 Chen 和 Lu 的可压缩弹塑性本构模型, 推导三维等比例加载和侧向位移受约束轴向加载路径下的泡沫材料宏观应力应变曲线, 并在此基础上对这一模型进行进一步实验验证.

1.2.1 本构模型特征试验一 (三维等比例压缩加载路径)

考虑三维等比例加载路径的一个特例, 其应力状态为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= \kappa\sigma, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma \\ \sigma_{12} &= \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0 \quad (\kappa \geq 1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中 κ 为常数. $\kappa \rightarrow \infty$ 时, 就是单向加载形式. 在此比例加载路径下, 应变有如下关系

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon, \quad \varepsilon_{11} = \varepsilon_1, \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} = 0 \quad (13)$$

根据式 (1), 不难得出此时特征应力和特征应变为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}^2 &= \left[(\kappa - 1)^2 + \frac{\beta^2}{9}(\kappa + 2)^2 \right] \sigma^2 \\ \bar{\varepsilon}^2 &= \left[\frac{4}{9}(\varepsilon_1 - \varepsilon)^2 + \frac{(\varepsilon_1 + 2\varepsilon)^2}{\beta^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

则由式 (8)~ 式 (10) 联合求解得

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_1 &= -\frac{\zeta_1(\kappa\zeta_1 + 2\zeta_2)}{(\zeta_1 g_{11} + 2\zeta_2 g_{22})} \cdot \frac{\sigma}{\partial\Phi/\partial\bar{\varepsilon}} d\sigma \\ d\varepsilon_{22} &= d\varepsilon_{33} = d\varepsilon = -\frac{\zeta_2(\kappa\zeta_1 + 2\zeta_2)}{(\zeta_1 g_{11} + 2\zeta_2 g_{22})} \cdot \frac{\sigma}{\partial\Phi/\partial\bar{\varepsilon}} d\sigma \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} g_{11}(\varepsilon) &= \frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\varepsilon_{11}} = \left[\frac{4}{9}(\varepsilon_1 - \varepsilon) + \frac{1}{\beta^2}(\varepsilon_1 + 2\varepsilon) \right] \frac{1}{\bar{\varepsilon}} \\ g_{22}(\varepsilon) &= \frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\varepsilon_{22}} = \frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\varepsilon_{33}} = \left[\frac{2}{9}(\varepsilon - \varepsilon_1) + \frac{1}{\beta^2}(\varepsilon_1 + 2\varepsilon) \right] \frac{1}{\bar{\varepsilon}} \\ \zeta_1(\bar{\varepsilon}) &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{11}} = 2(\kappa - 1) + \frac{2}{9}\beta^2(\kappa + 2) + \frac{2}{9}C(\bar{\varepsilon})(\kappa + 2) \\ \zeta_2(\bar{\varepsilon}) &= \frac{1}{\sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{22}} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{33}} = (1 - \kappa) + \frac{2}{9}\beta^2(\kappa + 2) + \frac{2}{9}C(\bar{\varepsilon})(\kappa + 2) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

由式 (10) 得

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\bar{\varepsilon}} = C'(\bar{\varepsilon})\sigma_m^2 - Y'(\bar{\varepsilon}) = \frac{(\kappa + 2)^2}{9}C'(\bar{\varepsilon})\sigma^2 - Y'(\bar{\varepsilon}) \quad (17)$$

$$\sigma^2 = \frac{Y(\bar{\varepsilon})}{(\kappa - 1)^2 + [\beta^2 + C(\bar{\varepsilon})](2 + \kappa)^2/9} \quad (18)$$

从式 (15) 无法直接积分求得全量形式的应力应变关系 (σ - ε_{11} , σ - ε), 因此须采用增量积分的方法求解. 假设已知第 n 增量步的应力和应变 ($\bar{\sigma}^n, \sigma^n, \bar{\varepsilon}^n, \varepsilon_1^n, \varepsilon^n$), 则第 $n + 1$ 增量步的应力和应变 ($\bar{\sigma}^{n+1}, \sigma^{n+1}, \bar{\varepsilon}^{n+1}, \varepsilon_1^{n+1}, \varepsilon^{n+1}$) 可表示为

$$\bar{\varepsilon}^{n+1} = \bar{\varepsilon}^n + d\bar{\varepsilon} \quad (19)$$

将式 (19) 得到的 $\bar{\varepsilon}_{n+1}$ 代入式 (18), 可得到第 $n + 1$ 增量步的应力 σ^{n+1} , 再根据式 (14) 求出 $\bar{\sigma}^{n+1}$. 再将 $\bar{\varepsilon}^n, \varepsilon^n$ 和 ε_1^n 代入到式 (16), 式 (17) 和式 (18) 中, 并最终代入到式 (15) 就可求得对应于特征应变增量 $d\bar{\varepsilon}$ 获得的主应变增量 $d\varepsilon_1$ 和 $d\varepsilon$. 于是第 $n + 1$ 增量步时的主应变为

$$\varepsilon^{n+1} = \varepsilon^n + d\varepsilon \quad (20)$$

$$\varepsilon_1^{n+1} = \varepsilon_1^n + d\varepsilon_1 \quad (21)$$

考虑到式 (16) 中存在项 $1/\bar{\varepsilon}$, 因此第 1 步计算不能使用 $\bar{\varepsilon}^0 = 0$ 来做, 必须对相关量赋初值. 这里令 $\bar{\varepsilon}^0 = 0, \varepsilon_1^0 = 0, \varepsilon^0 = 0$, 则 $d\varepsilon_1^0 = \varepsilon_1^1, d\varepsilon^0 = \varepsilon^1$, 又因为起始弹性阶段, 材料参数 $C(0) = 0$ (式 (11))

$$\frac{\varepsilon_1^1}{\varepsilon^1} = \frac{d\varepsilon_1^0}{d\varepsilon^0} = \frac{\zeta_1^0}{\zeta_2^0} = \frac{2(\kappa - 1) + 2\beta^2(2 + \kappa)/9}{(1 - \kappa) + 2\beta^2(2 + \kappa)/9} \quad (22)$$

将式 (22) 代入到式 (14) 中由已知 $\bar{\varepsilon}^1$ 就可得到第 1 步应变值: $\varepsilon_1^1, \varepsilon^1$.

1.2.2 本构模型特征试验二 (侧向位移受约束轴向加载路径)

当试件侧向受刚壁约束时, 试件的应变和应力状态为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{11} = \varepsilon, \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0, \varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} = 0 \\ \sigma_{11} = \kappa\sigma, \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma \\ \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0 (\kappa \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

这是非等比例加载路径方式, 其中比例系数 $\kappa = \kappa(\bar{\varepsilon})$.

此时的特征应力和特征应变为

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}^2 = \left[(\kappa - 1)^2 + \frac{\beta^2}{9}(\kappa + 2)^2 \right] \sigma^2 \\ \bar{\varepsilon}^2 = \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{\beta^2} \right) \varepsilon^2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

需要求主应力和主应变的关系 (σ - ε, σ_{11} - ε).

由于侧向位移受约束, $d\varepsilon_{22} = d\varepsilon_{33} = 0$, 由式 (15) 和式 (16), 可得 κ 与 $\bar{\varepsilon}$ 的关系

$$\kappa = \kappa(\bar{\varepsilon}) = -\frac{9 + 4\beta^2 + 4C(\bar{\varepsilon})}{-9 + 2\beta^2 + 2C(\bar{\varepsilon})} \quad (25)$$

根据式 (10) 得 σ - $\bar{\varepsilon}$

$$\sigma^2 = \frac{Y(\bar{\varepsilon})}{(\kappa - 1)^2 + [\beta^2 + C(\bar{\varepsilon})](2 + \kappa)^2/9} \quad (26)$$

联立式 (23)~ 式 (26) 便可得到 σ - ε 和 σ_{11} - ε 的关系曲线. 由于式 (24) 和式 (25) 中 ε, κ 与 $\bar{\varepsilon}$ 的关系均为显式, 整个计算是显式求解, 并无迭代引入的误差, 是精确的.

2 开孔泡沫铝的实验结果和讨论

2.1 准静态压缩实验

实验采用两种结构的泡沫铝, 一种为开孔结构, 相对密度为 $\rho^*/\rho_s = 0.41$, 另一种为闭孔结构, 相对密度为 $\rho^*/\rho_s = 0.14$. 材料是从中国科学院固体物理所和淮北孔洞金属材料有限公司获得的.

试件及实验方法如表 1. 记录得出试件轴向应力和轴向位移关系曲线的的数据. 根据 Deshpande 和 Fleck^[6], 定义应力系数比 η

$$\eta = -\frac{\sigma_m}{\sigma_e} \quad (27)$$

η 描述了 σ_e - σ_m 空间加载载荷的方向, $\eta = 1/3$ 表示单向压缩载荷, $\eta \rightarrow \infty$ 表示静水压缩. 应力系数比 η 与比例系数 κ 的关系为 $\eta = (2 + \kappa)/(3\kappa - 3)$. 在对铝泡沫材料的等比例压缩实验中, 取 $\eta = 2$, 则 $\kappa = \sigma_1/\sigma = 1.6$.

表 1 实验试件及方法

Table 1 Experiment specimens and methods

Loading path	Specimen scale/mm		Technic detail	Apparatus
	Diameter	Height		
Uni-axial compression	35	70	the later-constraint Compression is realized by the circle steel sleeve	material test system 810.23 University of
lateral-constraint compression	25	50	tightly contacted with the specimen, and the interface is lubricated by the MoS ₂	Science and Technology of China
hydrostatic compression	30	60	the outside holes effect is ignored by wrapping the specimen in the Teflon film	Shimadzu EHF-UG digital hydraulic pressure servo 3-D test machines
proportional compression	30	60	which can separate the specimen from the oil	China University of Mining & Technology (Beijing)

表 2 是两种结构的泡沫铝材料的材料参数, $\rho^*/\rho_s, d, \sigma_0, \varepsilon_s, E, \nu, \beta$ 分别表示泡沫铝材料的相对密度、孔洞直径、压缩屈服强度、孔洞致密化起始时的轴向应变、弹性模量、弹性泊松比和由式 (3) 定义

的材料常数. 压缩屈服强度 σ_0 定义为单轴向压缩使轴向变形获得 0.3% 的宏观残余应变时所对应的轴向应力大小^[13]. 泊松比 ν 由单轴压缩时用侧向引伸仪测得, 由于试件表面有孔洞, 需将试件部分周表面

用透明胶带裹上, 在透明胶带上使用侧向引伸仪。
图 1 表示单轴压缩实验和三维静水压缩实验得到的
两种泡沫铝材料特征应力 - 特征应变曲线。图 2 表

示由特征应力 - 特征应变曲线得到的 $C(\varepsilon)$ 和 $Y(\varepsilon)$
曲线。

表 2 开孔和闭孔泡沫铝材料的材料参数

Table 2 Material constants of the open-cell and closed-cell aluminum foams

Al foam	ρ^*/ρ_s	d/mm	σ_0/MPa	ε_s	E/MPa	ν	β^2
open-cell	0.41	1.2	6.72	0.35	1 138	0.11	3.16
closed-cell	0.14	1.8	2.40	0.48	381	0.20	2.25

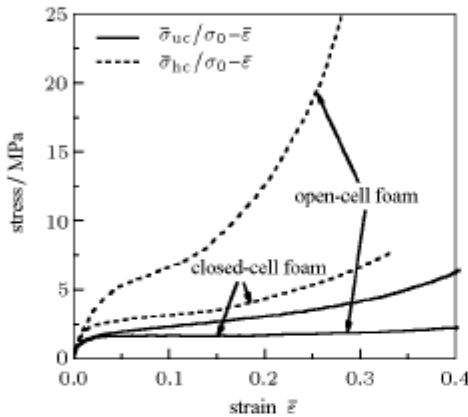


图 1 实验的特征应力 - 应变曲线

Fig.1 The experimental characteristic stress-strain curves

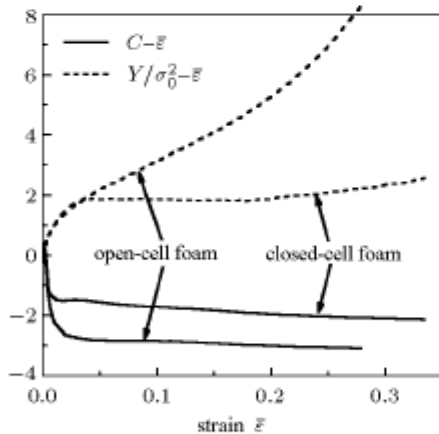


图 2 材料参数曲线 $C(\varepsilon)$ 和 $Y(\varepsilon)$

Fig.2 The material parameter curves $C(\varepsilon)$ and $Y(\varepsilon)$

2.2 实验结果

图 3 和图 4 中实线部分分别是实验所得开孔和闭孔泡沫铝等比例压缩 (proportional loading) 和侧向受约束轴向压缩 (lateral-constrained compression loading) 轴向应力应变曲线。从图中可以看出, 开孔泡沫铝的曲线仍然表现为典型的三段式变形模式, 闭孔泡沫铝也有非常明显的平台阶段, 表现出很好的体积可压缩性。

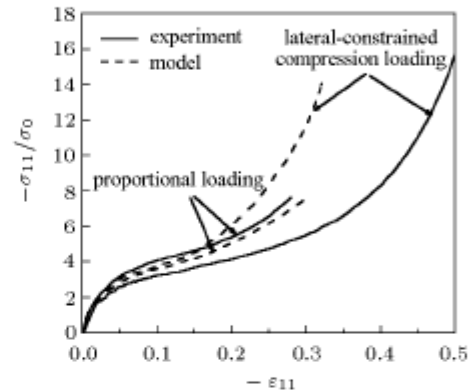


图 3 实验和计算得到的开孔泡沫铝轴向应力应变曲线

Fig.3 The experimental and calculated stress-strain curves of the open-cell aluminum foam

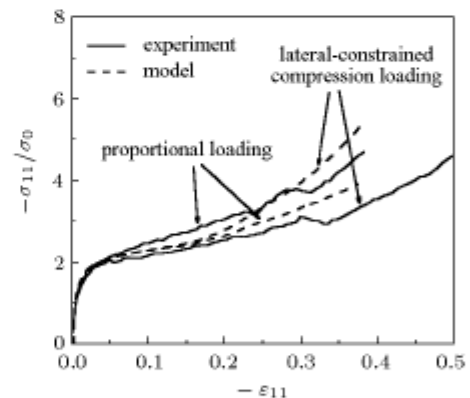


图 4 实验和计算得到的闭孔泡沫铝轴向应力应变曲线

Fig.4 The experimental and calculated stress-strain curves of the closed-cell aluminum foam

2.3 讨论和修正

图 3 和图 4 分别比较了开孔和闭孔泡沫铝实验得到的和由理论模型计算出的在实验研究的等比例和非比例压缩加载路径下的轴向应力和应变曲线。由曲线看出, 在 $\eta = 2$ 的等比例加载路径下, 两种泡沫铝理论模型计算结果和实验曲线的走势完全一样, 只是计算应力值略低于实验值。

而对于侧向受约束轴向压缩加载路径下, 两种泡沫铝的理论模型计算结果和实验曲线均有较大差异. 可以看出, 在刚开始的弹性段, 理论曲线和实验曲线符合得较好. 但是进入屈服以后, 理论应力值相对实验明显要大, 理论应力应变曲线迅速地进入了压实段, 平台段不够明显, 而实验曲线则上升较为平缓, 平台段明显, 压实应变要大得多.

环向受约束轴向压缩加载是通过使用与试件紧配合的钢套筒实现的. 分析试验后的试件发现, 由于泡沫铝表面虽然起始时经过加工, 材质表面相对光滑, 但试验进行过程中, 外表面变得粗糙; 又由于表面孔洞的影响, 润滑剂起不到良好的润滑作用, 使得泡沫材料与钢套筒之间的摩擦无法忽略.

我们对前述本构模型特征试验二的理论分析形式作如下修正, 将摩擦作为剪应力引入, 试件应变状态不变, 但应力状态修正为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= k\sigma, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21} = f\sigma, \quad \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0 \quad (\kappa \geq 0) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

其中 f 为摩擦系数.

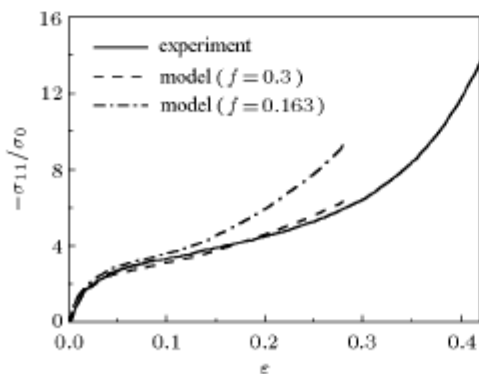
此时的特征应力变为

$$\bar{\sigma}^2 = \left[(\kappa - 1)^2 + 3f^2 + \frac{\beta^2}{9}(1 + 2\kappa)^2 \right] \sigma^2 \quad (29)$$

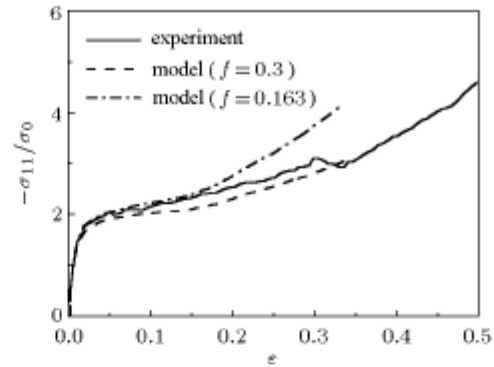
同前推导, 可得 σ - $\bar{\epsilon}$ 关系

$$\sigma^2 = \frac{Y(\bar{\epsilon})}{(\kappa - 1)^2 + 3f^2 + [\beta^2 + C(\bar{\epsilon})](2 + \kappa)^2/9} \quad (30)$$

如图 5 所示, 当摩擦系数 $f = 0.3$ 时, 理论修正曲线与实验曲线一致吻合. 说明摩擦力是导致理论预言和实验结果偏差的主要原因. 不过, 实际测得的摩擦系数为 0.163. 修正后的环向受约束轴向压缩理论计算结果和试验结果比较如图 5 另外一条曲线所示. 可以看出, 根据实际测得的摩擦系数修正后



(a) 开孔
(a) Open-cell



(b) 闭孔
(b) Closed-cell

图 5 修正后的环向受约束轴向压缩理论结果与实验结果比较
Fig.5 The friction-corrected calculated and experimental stress-strain curves under lateral-constrained compression loading

的理论曲线在弹性及塑性平台段与实验结果符合得较好, 但是致密化明显地提前.

事实上, 前面的简单修正假设试件仍处于均匀变形状态, 摩擦力仅引起材料应力的变化, 没有考虑其导致的变形不均匀和材料变形模式的变化. 如前所述, 剪切变形会大大降低材料变形应力, 因此, 如果考虑摩擦力引起的剪切变形的影响, 试验结果与理论预言可望比较一致. 另一方面, 三维等比例压缩试验没有受摩擦力的影响, 其理论与实验结果吻合得很好. 这些结果说明 Chen-Lu 模型能够很好地描述泡沫铝材料在压缩占主导的应力状态下的响应.

3 结 论

实验和理论模型计算结果表明: Chen 和 Lu 提出的可压缩弹塑性本构模型能够较好地描述泡沫铝材料沿不同压缩加载路径下 (包括等比例压缩和非等比例压缩路径) 的应力和应变响应, 尤其当宏观应变较小, 材料未发生致密化之前, 理论模型预测结果与实验结果一致吻合. 但是, 该模型会较低地估计有摩擦力存在的变形的压实应变. 尽管如此, 在实际工程应用中, 泡沫金属材料一般工作在材料致密化前的应力平台阶段, 在此应力范围内, 该本构模型已具有足够的准确性. 但是, 这一模型采用的是 Mises 屈服准则, 而泡沫金属材料的拉伸变形在机理上与压缩变形完全不同, 在宏观上不出现应力平台阶段. 因此, 结合文献 [12] 的实验结果, 可以认为, 这一理论模型无法描述拉伸变形占主导地位 (包括纯剪切这种中间状态) 时泡沫金属材料的后期

响应, 除非如文献 [12] 所建议的, 将损伤模型加入到现有的框架。

参 考 文 献

- 1 Gibson LJ, Ashby MF. Cellular Solids: Structure and Properties. Oxford: Pergamon Press, 1997
- 2 Ashby MF, Evans AG, Hutchinson JW. Cellular Metals, a Design Guide. Cambridge: Cambridge University, Engineering Department, 1998
- 3 Gioux G, McCormack TM, Gibson LJ. Failure of aluminum foams under multiaxial loads. *Int J Mech Sci*, 2000, 42: 1097~1117
- 4 Chen C, Lu TJ, Fleck NA. Effect of imperfections on the yielding of two-dimensional foams. *J Mech Phys Solids*, 1999, 47: 2235~2272
- 5 Gibson LJ, Ashby FM, Zhang J, et al. Failure surfaces for cellular materials under multiaxial loads—I: modeling. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1989, 31(9): 635~663
- 6 Deshpande VS, Fleck NA. Isotropic constitutive models for metallic foams. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48: 1253~1283
- 7 Miller RE. A continuum plasticity model of the constitutive and indentation behavior of foamed metals. *Int J Mech Sci*, 2000, 42: 729~754
- 8 Drucker DC, Prager W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quart Appl Mech*, 1952, 16: 349~357
- 9 Bastawros AF, Bart-Smith H, Evans AG. Experimental analysis of deformation mechanisms in a closed-cell aluminum alloy foam. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48: 301~322
- 10 Hanssen AG, Hopperstad OS, Langseth M, et al. Validation of constitutive models applicable to aluminium foams. *Int J Mechanical Sciences*, 2002, 44: 359~406
- 11 Chen C, Lu TJ. A phenomenological framework of constitutive modeling for incompressible and compressible elasto-plastic solids. *Int J Solids Structures*, 2000, 37: 7769~7786
- 12 Lu TJ, Ong JM. Characterization of close-celled cellular aluminum alloys. *J Materials Science*, 2001, 36(11): 2773~2786
- 13 Klintworth JW, Stronge WJ. Elasto-plastic yield limits and deformation laws for transversely crushed honeycombs. *Int J Mech Sci*, 1988, 30: 273~292
- 14 王飞, 李剑荣, 虞吉林. 铝蜂窝结构单向压缩变形、失稳和破坏机制的数值研究. *力学学报*, 2001, 33 (6): 741~748 (Wang Fei, Li Jianrong, Yu Jilin. A study of instability and collapse of aluminum honeycombs under uniaxial compression. *Acta Mechanica Sinica*, 2001, 33(6): 741~748 (in Chinese))

A THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY ON THE QUASI-STATIC CONSTITUTIVE MODEL OF ALUMINUM FOAMS¹⁾

Wang Erheng Yu Jilin Wang Fei Sun Liang

(CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract The phenomenological constitutive framework for compressible elasto-plastic solid presented by Chen and Lu is applied to an open-cell and a closed-cell aluminum foams to establish their quasi-static constitutive models. The macroscopic stress-strain curves for the aluminum foams under 3-D proportional and non-proportional loadings, respectively, are derived from the model. Four kinds of experiments, i.e., uniaxial compression, hydrostatic compression, lateral-constrained compression and 3-D proportional compression, are conducted. Constitutive parameter curves for the model are obtained from the uniaxial compression and hydrostatic compression tests and then applied to predict their responses under the other two loading conditions. It is found that the theoretical prediction agrees well with the experimental results for the case of 3-D proportional compression, but not for that of lateral-constrained compression. A simplified friction correction reveals that the deviation of the theoretical prediction from the experimental results for the lateral-constrained compression case is induced by friction between the specimen and the constraining sleeve. The present results show that the Chen and Lu model can describe the compression-dominant behavior of aluminum foams satisfactorily.

Key words constitutive model, compressible solids, aluminum foam, 3-D compressive tests

Received 25 April 2004, revised 23 August 2004.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10072059, 90205003).