

文章编号: 1001-1455(2013)06-0587-07

泡沫杆撞击刚性壁的动态压溃模型^{*}

王长峰, 郑志军, 虞吉林

(中国科学技术大学中国科学院材料力学行为与设计重点实验室, 安徽 合肥 230026)

摘要: 针对泡沫杆撞击刚性壁的情形建立了 2 类动态压溃模型: 一维冲击波模型和三维细观有限元模型。以连续介质框架下的应力波理论为基础, 并假定了刚性-非线性塑性硬化的加载和刚性卸载的本构关系, 建立了一维冲击波模型, 给出了冲击波波后应变与冲击时间的隐式表达式。利用随机 Voronoi 技术构建了闭孔泡沫金属结构的三维细观有限元模型, 使用 ABAQUS/Explicit 有限元软件模拟了泡沫材料的动态压溃过程, 并基于最小二乘法计算局部变形梯度和局部应变得到了三维泡沫结构的应变场。通过理论解和数值解的比较, 发现该理论模型能够较好地预测泡沫金属杆撞击刚性壁的力学行为, 得到了较为精确的结果。

关键词: 固体力学; 冲击波模型; Voronoi 结构; 泡沫金属; 局部应变场

中图分类号: O347.3 **国标学科代码:** 13015 **文献标志码:** A

泡沫金属具有稳定、持续的能量吸收平台, 因而广泛用作能量吸收材料。在动态冲击下, 泡沫金属表现出变形局部化和应力增强等特点, 但由于实验技术的限制, 关于其变形机理和本构的应变率敏感性问题仍然存在很大分歧^[1]。已经发展了一些动态压溃模型, 如冲击波模型、弹簧-质量模型和有限元模型, 但多数研究局限于对泡沫金属宏观响应的预测, 缺乏对细观变形机制的分析和比较。

S.Reid 等^[2]认为泡沫金属在动态冲击下的局部化变形行为是结构冲击波传播导致的, 并率先提出了率无关、刚性-理想塑性-锁定(R-P-P-L)一维冲击波模型, 该模型可以很好地估计泡沫的冲击增强^[3]。Z.J.Zheng 等^[4]进一步发展了刚性-线性硬化塑性-锁定(R-LHP-L)模型, 用于预测泡沫金属冲击模式和过渡模式下的动态行为。S.L.Lopatnikov 等^[5]考虑了弹性行为的影响。实际上, 泡沫材料的动态压实应变随着冲击速度的提高而增加^[6], 不同学者在锁定应变的选取上并未达成一致, 然而模型的预测结果对压实应变的选取非常敏感^[7]。为此, 发展了一些具有非线性塑性硬化段的理论模型, 如弹性-理想塑性-应变硬化(E-P-P-H)模型^[8]。S.Pattofatto 等^[7]将 R-P-P-L 模型的锁定硬化段改为幂次硬化段, 但只预测了恒速加载下的冲击应变和冲击波波速。

V.P.W.Shim 等^[9]首先提出了一维弹簧-质量模型, Q.M.Li 等^[10]进一步研究了泡沫金属中应力衰减和强化的问题。王志华等^[11-12]发展了二维弹簧-质量-连杆模型, 研究了泡沫材料中应力增强现象以及非均匀性对冲击波传播特性的影响。值得注意的是, J.J.Harrigan 等^[8]指出弹簧-质量模型并不适合用来预测泡沫材料内压缩产生的冲击波的不连续性。细观有限元模型能够克服这一缺点, 但已有的研究较多地局限在二维的情况, 如 Z.J.Zheng 等^[13]研究了随机蜂窝的动态冲击行为。三维结构能够较为真实地模拟泡沫金属的力学性能, 宋延泽等^[14-15]研究了规则正十四面体泡沫的能量吸收特性以及三维闭孔 Voronoi 模型的随机性对平台应力的影响。

本文中着重研究泡沫杆撞击刚性壁时冲击波波后的应变和应力随时间的变化, 发展 2 类动态压溃模型: 一维冲击波模型和三维细观有限元模型。一维冲击波模型给出对于任意塑性硬化情况下应变与时间的关系式, 三维细观有限元模型给出局部应变场。通过冲击波模型与细观有限元模型比较, 验证冲击波模型的有效性。

* 收稿日期: 2012-06-29; 修回日期: 2012-11-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(11002140, 90916026); 中国科学院创新工程方向项目(KJ CX2-EW-L03)

作者简介: 王长峰(1984—), 男, 博士研究生。

1 一维冲击波模型

泡沫直杆撞击刚性壁的理论模型如图1所示,其中 L_0 、 A_0 、 ρ_0 、 v_0 分别为泡沫杆的长度、横截面积、初始密度和初始冲击速度, X 为拉格朗日坐标。泡沫视为率无关、刚性-塑性硬化材料,本构方程表示为 $\sigma = \sigma(\epsilon)$,其中屈服应力为 σ_0 ,应力 σ 和应变 ϵ 以压为正,卸载为刚性的。考虑一个塑性冲击波波阵面从撞击端向泡沫杆的末端传播, $\Phi(t)$ 为 t 时刻冲击波波阵面在拉格朗日坐标系中的位置, $v_s(t)$ 为 t 时刻冲击波的波速, $v(t)$ 为冲击波波阵面前方的整个区域的速度。波阵面上应力和应变存在间断,波前应力和应变分别为 $\sigma_A = \sigma_0$ 和 $\epsilon_A = 0$,波后应力和应变分别为 $\sigma_B = \sigma(\epsilon_B)$ 和 ϵ_B , t 时刻的应力分布如图1所示。根据假定,冲击波波前整个区域的泡沫作刚性运动,由惯性定律有

$$\dot{v}(t) = \frac{-\sigma_A(t)A_0}{\rho_0 A_0 \Phi(t)} = -\frac{\sigma_0}{\rho_0 \Phi(t)} \quad (1)$$

根据连续介质应力波理论,冲击波间断面处的质量守恒和动量守恒方程^[16]分别写作

$$0 - v(t) = \dot{\Phi}(t)(\epsilon_B(t) - 0) \quad (2)$$

$$\sigma_B(t) - \sigma_0 = \rho_0 \dot{\Phi}(t)(0 - v(t)) \quad (3)$$

由方程(2)~(3)以及本构方程 $\sigma = \sigma(\epsilon)$ 联立可以得到

$$\sigma_B(t) = \sigma_0 + \frac{\rho_0 v^2(t)}{\epsilon_B(t)} \quad (4)$$

$$\dot{\Phi}(t) = -\sqrt{\frac{\sigma(\epsilon_B(t)) - \sigma_0}{\rho_0 \epsilon_B(t)}} \quad (5)$$

$$v(t) = \sqrt{\frac{1}{\rho_0}(\sigma(\epsilon_B(t)) - \sigma_0) \epsilon_B(t)} \quad (6)$$

由式(6)两边同时对 t 求导,并结合式(1)、(5),可得到 $\Phi(t)$ 与 ϵ_B 的关系:

$$\Phi(t) = L_0 \exp \left[\int_{\epsilon_0}^{\epsilon_B(t)} \frac{\kappa(\xi)}{\sigma_0} d\xi \right] \quad (7)$$

式中: ϵ_0 为撞击刚发生时的初始应变,并由 $(\sigma(\epsilon_0) - \sigma_0) \epsilon_0 = \rho_0 v_0^2$ 给出,

$$\kappa(\epsilon) = \frac{1}{2} \left[\sigma'(\epsilon) + \frac{\sigma(\epsilon) - \sigma_0}{\epsilon} \right] \quad (8)$$

由式(7)两边同时对 t 求导,并结合式(5),可得到 ϵ_B 与 t 之间的关系:

$$\frac{t}{T} = \int_{\epsilon_B(t)}^{\epsilon_0} \frac{\kappa(\epsilon)}{r(\epsilon)\sigma_0} \exp \left[\int_{\epsilon_0}^{\epsilon} \frac{\kappa(\xi)}{\sigma_0} d\xi \right] d\epsilon \quad (9)$$

式中: $T = L_0 \sqrt{\rho_0/\sigma_0}$ 和 $r(\epsilon) = \sqrt{(\sigma(\epsilon) - \sigma_0)/(\sigma_0 \epsilon)}$ 。至此,式(9)给出了 ϵ_B 关于时间 t 的隐式表达式,进而由式(4)~(6)可得冲击波后的应力、波阵面速度和冲击速度。

对于刚性-非线性塑性硬化(R-NLHP)的理想化模型^[17],本构方程的形式为

$$\sigma(\epsilon) = \sigma_0 + \sigma_1 \epsilon / \epsilon_{\max} - \sigma_2 \ln[1 - (\epsilon/\epsilon_{\max})^\beta] \quad (10)$$

式中: σ_0 为屈服应力、 σ_1 为线形硬化因子、 σ_2 为非线性硬化缩放因子、 β 为非线性硬化形状因子、 ϵ_{\max} 为最

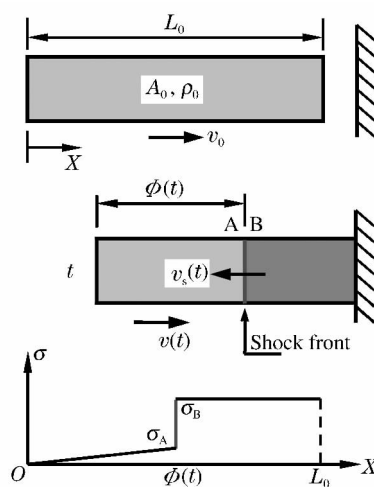


图1 泡沫杆撞击刚性壁和杆内应力分布的示意图
Fig.1 Schematic diagrams of a foam rod striking a stationary rigid wall and the stress distribution in the foam rod

大压实应变 $1 - \bar{\rho}$, $\bar{\rho}$ 为泡沫杆的相对密度。通过计算可获得应变分布为

$$\bar{\varepsilon}(X) = \begin{cases} 0 & 0 \leq X < \Phi(t) \\ \varepsilon_B(t_{\Phi=X}) & \Phi(t) < X \leq L_0 \end{cases} \quad (12)$$

2 三维细观有限元模型

采用三维随机 Voronoi 结构构建闭孔泡沫金属的细观模型。在指定的空间区域内随机生成 N 个点作为成核点,并限制成核点之间的最小距离为

$$\delta_{\min} = (1 - k)d_0 = (1 - k)\sqrt{3}(V_{\text{cell}}/4)^{1/3} \quad (12)$$

式中: k 为不规则度, d_0 和 V_{cell} 分别为规则正四面体模型中最近邻成核点之间的距离和单胞的体积。这 N 个成核点被拷贝到其周围的 26 个区域中,然后通过这 $27N$ 个成核点生成 Voronoi 构型,最后通过切割算法获取原先指定的空间区域内的 Voronoi 结构。

本文中采用的 Voronoi 构型如图 2 所示,其几何尺寸为 $30 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ 。整个几何模型含有 600 个胞元,不规则度为 0.5,相对密度为 0.1。模型中采用均匀的厚度,胞元的厚度为 0.09 mm 。通过对有限元网格特征长度的收敛性分析,取单元的特征长度为 0.3 mm ,并删除较小的单元以确保计算效率。使用 ABAQUS/Explicit 有限元软件进行分析,模型采用混合网格划分方法,共划分成近 20 000 个 S3R 壳单元和 150 000 个 S4R 壳单元。细观模型的基体材料属性为刚性-理想塑性,其中基体材料密度为 2.77 g/cm^3 、杨氏模量为 69 GPa 、泊松比为 0.3、屈服强度为 170 MPa 。细观结构的随机不均匀性对泡沫的力学性能有一定程度的影响,为保证结果的典型性和可比性,将只取一个固定的随机“样本”进行准静态压缩和动态冲击模拟。理论模型的本构拟合曲线是由该“样本”在准静态压缩(加载速率 1 m/s)下获得的。在动态冲击下,具有相同细观结构的“样本”被施加了一定的初始冲击速度,直接撞击静止的刚性壁。有限元模型和刚性壁之间设置硬接触。所有可能接触的面施加接触条件,并设置摩擦因数为 0.02。

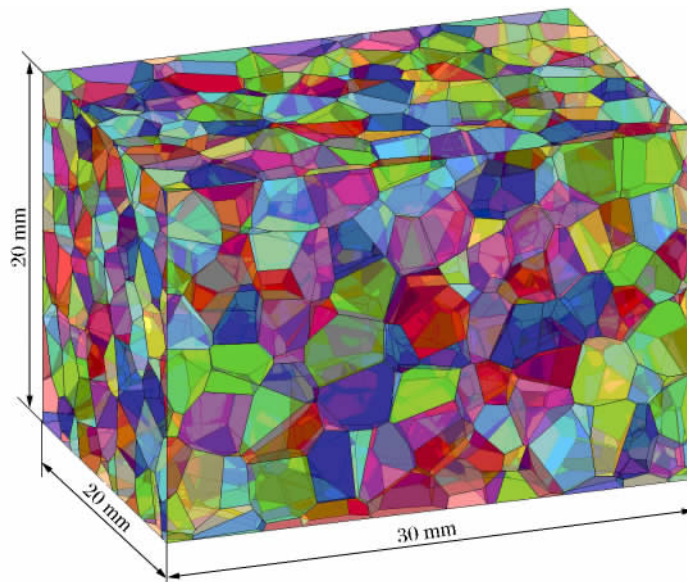


图 2 含 600 个胞元的三维闭孔 Voronoi 构型

Fig.2 A 3D Voronoi configuration of a closed-cell foam with 600 cells

3 结果和讨论

3.1 变形模式

图 3(b)给出了初始冲击速度为 250 m/s 的细观有限元模型直接撞击刚性壁的变形图。由变形图

可见,泡沫金属在直接撞击的过程中,变形基本上集中在冲击端部发生,撞击的前端为逐层压溃,是一种称为冲击波模式的变形模式^[18]。

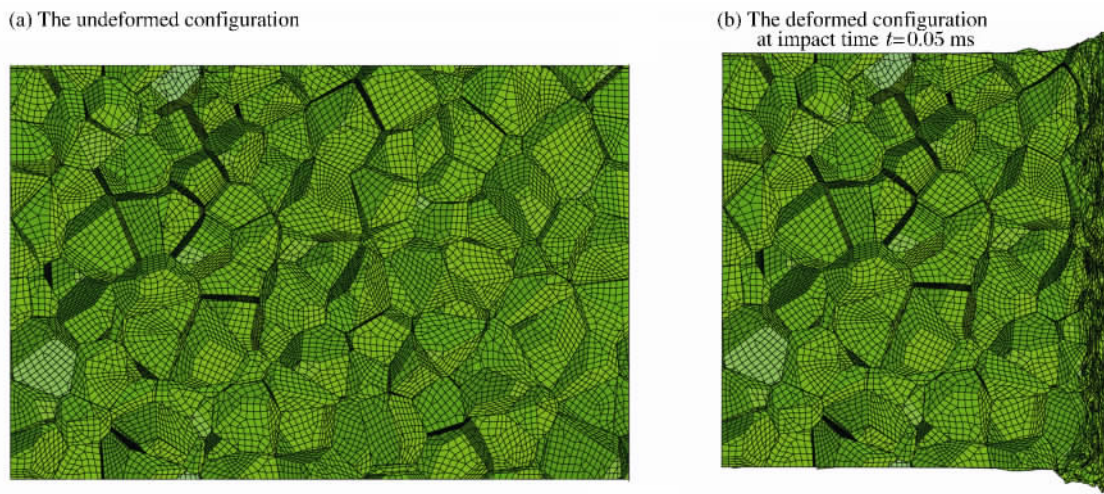


图 3 有限元模型以 250 m/s 的初始速度直接撞击刚性壁

Fig.3 Direct impact of a closed-cell foam at an initial impact velocity of 250 m/s

3.2 冲击端面上的应力

微观构型的冲击端部的冲击力随时间的变化和冲击波模型预测的理论解如图 4 所示。在冲击波模型中,冲击波扫过的区域速度为零,因此冲击端应力和冲击波波后应力相同。图 4 给出了初始冲击速度为 170、210、250 m/s 的情况,其中微观模型的曲线采用了滑动窗口平均(窗口宽度 4 μ s)以消除数值分析造成的计算噪声。可以看出理论解和数值解吻合得较好。在微观有限元模型中,初始时刻的冲击应力有较大的振荡,随着冲击时间的增加,其振荡性减弱。曲线的高频振荡是由于微观构型内部复杂的接触状态和胞壁屈曲造成的;在初始时刻,压溃单元所处的波阵面位置与刚性面很近,接触应力传播到刚性面所需的时间短,其振荡也因此体现在刚性面上记录的数值中;而随着冲击时间的增加,刚性壁附近区域微观结构几乎已经压实,波阵面上单元压溃和接触的应力需经历稍长时间才到达刚性面,此外压实区域内部的复杂结构已经发生接触,不会产生较大的数值振荡,因而刚性面的数值振荡减弱。随着冲击的动能逐步被耗散,冲击端应力值随着冲击时间的增加而减小,理论解很好地预测了这一趋势。

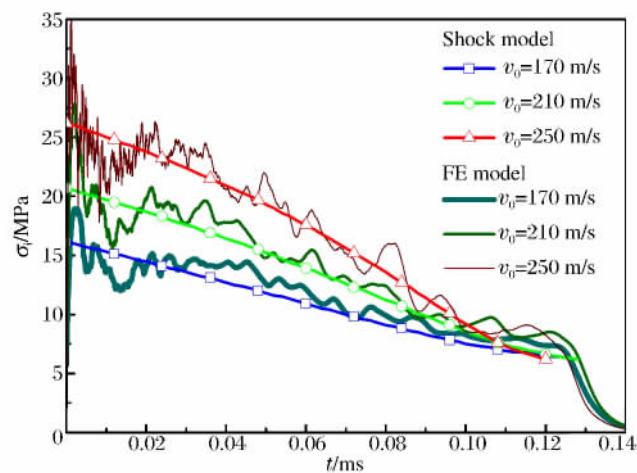


图 4 不同初始冲击速度下的冲击端部应力随冲击时间的变化

Fig.4 Stresses at the impact end of the foam specimen versus the impact time for three different initial impact velocities

3.3 冲击方向上的应变分布

基于最小二乘法计算局部变形梯度和局部应变^[19]来计算三维泡沫结构的应变场。对于某一点 i 和其周围截断半径 r_c 内的点 j ,这两点之间的初始构型距离和变形构型距离分别表示为 $D_{ji} = X_j - X_i$ 和 $d_{ij} = x_j - x_i$ 。通过最小二乘法拟合,节点 i 处的变形梯度张量可表示为

$$F_i = V_i^{-1} W_i \quad (13)$$

式中: $V_i = \sum_{j \in N_i} D_{ji}^T D_{ji}$ 和 $W_i = \sum_{j \in N_i} D_{ji}^T d_{ji}$, N_i 为点 i 周围截断半径(本文中取 1.5 倍胞元平均直径)内的

所有点的集合。拉格朗日应变张量可由下式计算得到

$$\mathbf{E}_i = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_i \mathbf{F}_i^T - \mathbf{I}) \quad (14)$$

由所有点的局部拉格朗日应变可以得到整个模型的应变场。本文中的模型近似为 X 方向的一维冲击模型,其应变场在 X 方向上的工程应变表示为 $\varepsilon_1 = 1 - \sqrt{1 + 2E_{11}}$,然后在横截面上作平均得到 ε_1 的一维分布情况。同时理论模型假定泡沫金属的本构曲线满足式(10)的 R-NLHP 形式,通过拟合三维 Voronoi 泡沫的准静态压缩曲线,得到该模型的参数为: $\sigma_0 = 6.18 \text{ MPa}$ 、 $\sigma_1 = 1.21 \text{ MPa}$ 、 $\sigma_2 = 20.66 \text{ MPa}$ 、 $\beta = 7.73$ 。通过计算得到细观有限元模型和冲击波模型在冲击方向上的应变分布,如图 5 所示。图中显示了不同冲击时间(0.02、0.05、0.08 ms)的情况。由图 5 可以看出,细观有限元模型的局部应变没有较为明显的冲击间断面,这是由于细观构型局部应变场算法的平均效应造成的。而且,由于胞元存在特征长度,在这个尺度以下定义应变在物理上是没有意义的。理论预测的结果接近细观有限元模拟的局部应变的值,但是细观有限元计算的局部应变在冲击端稍稍高于理论值,冲击波阵面的位置也落后于理论值,这可能是由于泡沫金属动态冲击过程中细观结构的变形模型发生了改变,即由准静态时的剪切变形带随机分布的均匀化模式转变为胞元逐层压溃的冲击波模式。

3.4 冲击波波后的应变

采用的应变场计算方法是依据一定区域内节点变形梯度的平均,因而在高速冲击条件下计算出的应变场没有非常明显的冲击间断面。为了确定冲击波阵面的位置,以数值计算中应变梯度变化最大的位置作为冲击波间断面的位置,但该位置处的应变不能直接作为冲击波波后的应变。观察细观构型的变形发现,冲击波扫过的区域,细观构型的变形几乎不再发生改变,又由于在远离冲击波的间断面处应变的计算是相对准确的,可以根据一维应变场首先确定某一时刻下冲击波间断面的位置,然后以在冲击过程完成时的应变场中对应的位置的应变值作为这一时刻冲击波波后的应变。

冲击波波后的应变随冲击时间的变化规律如图 6 所示。图中细观有限元模型的应变的计算范围较冲击波模型的计算范围要窄,这是由于在细观有限元结果的分析计算中排除了应变场算法不能较好地处理的冲击波间断处的区域。由图 6 中可见,随着冲击时间的增加,冲击波阵面上的局部应变下降,这与理论预测的趋势一致,局部应变的值也基本近似于理论预测的值。然而冲击波模型和有限元模型给出的应变值存在一些差异,这很可能是由于细观有限元模型在高速撞击下变形模式发生改变所引起的。

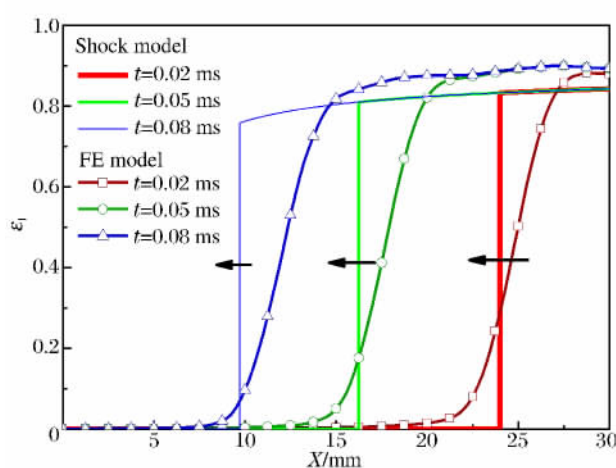


图 5 初始冲击速度为 250 m/s 时不同时刻的局部应变分布情况

Fig.5 Local strain distributions along the impact direction of the foam specimen with the initial impact velocity 250 m/s

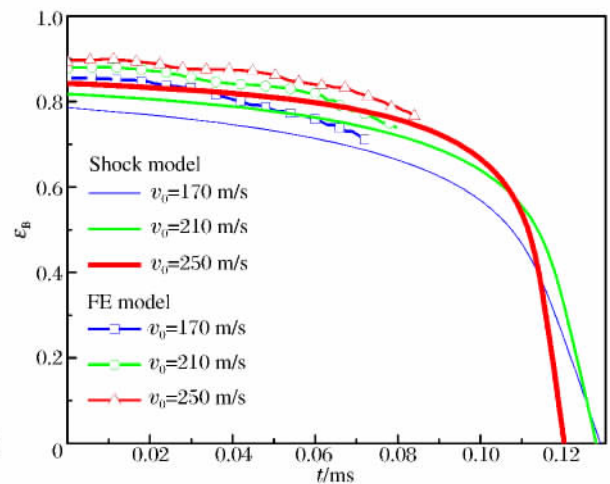


图 6 不同初始冲击速度下冲击波波后应变随冲击时间的变化

Fig.6 Strains behind the shock front versus the impact time for three different initial impact velocities

4 结 论

以连续介质框架下的应力波理论为基础,假定刚性-非线性塑性硬化的加载和刚性卸载的本构关系,建立了泡沫杆撞击刚性壁的一维冲击波模型,给出了冲击波波后应变与冲击时间的隐式表达式。基于三维 Voronoi 技术建立了闭孔泡沫金属的细观有限元模型,使用有限元软件模拟了该泡沫材料的动态压溃过程,并基于最小二乘法计算局部变形梯度和局部应变得到了三维泡沫结构的应变场。通过冲击方向上的应变分布确定了冲击波波阵面的位置,并研究冲击波波阵面上的应变和应力随冲击时间的变化规律。通过冲击波模型的理论解和细观有限元模型的数值解的比较,表明冲击波模型能够较好地预测泡沫金属杆撞击刚性壁的力学行为。理论解与数值解之间还存在一些差异,其原因是泡沫金属在动态冲击条件下的变形模式发生了变化,这说明泡沫材料的动态本构和准静态本构存在一些区别,对此尚需要进一步研究。

参考文献:

- [1] Liu Y D, Yu J L, Zheng Z J, et al. A numerical study on the rate sensitivity of cellular metals[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009,46(22/23):3988-3998.
- [2] Reid S, Peng C. Dynamic uniaxial crushing of wood[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1997,19(5/6):531-570.
- [3] Tan P J, Reid S R, Harrigan J J, et al. Dynamic compressive strength properties of aluminium foams. Part II—‘shock’ theory and comparison with experimental data and numerical models[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005,53(10):2206-2230.
- [4] Zheng Z J, Liu Y D, Yu J L, et al. Dynamic crushing of cellular materials: Continuum-based wave models for the transitional and shock modes[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2012,42:66-79.
- [5] Lopatnikov S L, Gama B A, Gillespie J W. Modeling the progressive collapse behavior of metal foams[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2007,34(3):587-595.
- [6] Zou Z, Reid S R, Tan P J, et al. Dynamic crushing of honeycombs and features of shock fronts[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2009,36(1):165-176.
- [7] Patoffatto S, Elnasri I, Zhao H, et al. Shock enhancement of cellular structures under impact loading: Part II analysis[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007,55(12):2672-2686.
- [8] Harrigan J J, Reid S R, Yaghoubi A S. The correct analysis of shocks in a cellular material[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010,37(8):918-927.
- [9] Shim V P W, Tay B Y, Stronge W J. Dynamic crushing of strain-softening cellular structures—A one-dimensional analysis[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology(Transactions of the ASME)*, 1990,112(4):398-405.
- [10] Li Q M, Meng H. Attenuation or enhancement—A one-dimensional analysis on shock transmission in the solid phase of a cellular material[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2002,27(10):1049-1065.
- [11] 王志华,张钰钊,任会兰,等.冲击波在泡沫金属材料中传播特性的研究[J].*中国科学:G 辑*,2009,39(9):1258-1267.
Wang Zhi-hua, Zhang Yi-fen, Ren Hui-lan, et al. Studies on compressive shock wave propagation in metallic foams[J]. *Science in China: G*, 2009,39(9):1258-1267.
- [12] 张钰钊,赵隆茂.非均匀泡沫金属材料在冲击载荷下的变形模拟[J].*爆炸与冲击*,2006,26(1):33-38.
Zhang Yi-fen, Zhao Long-mao. A numerical simulation on the deformation of heterogeneous metallic foams subjected to impact loading[J]. *Explosion and Shock waves*, 2006,26(1):33-38.
- [13] Zheng Z J, Yu J L, Li J R. Dynamic crushing of 2D cellular structures: A finite element study[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005,32(1/2/3/4):650-664.
- [14] Song Y Z, Wang Z H, Zhao L M, et al. Dynamic crushing behavior of 3D closed-cell foams based on Voronoi random model[J]. *Materials & Design*, 2010,31(9):4281-4289.
- [15] 宋延泽,李志强,赵隆茂.基于十四面体模型的闭孔泡沫材料动态力学性能的有限元分析[J].*爆炸与冲击*,2009,29

- (1):49-55.
- Song Yan-ze, Li Zhi-qiang, Zhao Long-mao. Finite element analysis of dynamic crushing behaviors of closed-cell foams based on a tetrakaidecahedron model[J]. *Explosion and Shock waves*, 2009,29(1):49-55.
- [16] 王礼立. 应力波基础[M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2005:24-29.
- [17] Hanssen A, Hopperstad O, Langseth M, et al. Validation of constitutive models applicable to aluminium foams [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2002,44(2):359-406.
- [18] Wang C F, Zheng Z J, Yu J L. Micro-inertia effect and dynamic Poisson's ratio of closed-cell metallic foams under compression[C]//Fan J H, Zhang J Q, Chen H B, et al. *Advances in Heterogeneous Material Mechanics*. Lancaster: DEStech Publications, 2011:266-269.
- [19] Gullett P M, Horstemeyer M F, Baskes M I, et al. A deformation gradient tensor and strain tensors for atomistic simulations[J]. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2008,16(1):015001.

Dynamic crushing models for a foam rod striking a rigid wall*

Wang Chang-feng, Zheng Zhi-jun, Yu Ji-lin

(CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials,
University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China)

Abstract: A one-dimensional shock model and a three-dimensional cell-based finite element model are developed for the dynamic crushing of a metallic foam rod striking a rigid wall. The shock model is proposed by using the continuum-based stress wave theory and assuming a rate-independent, rigid-nonlinear hardening plastic constitutive relation of the foam, then an implicit expression for determining the relation between the local strain behind the shock front and the impact time is obtained. The cell-based finite element model of a closed-cell aluminum foam is constructed by the three-dimensional Voronoi technique, and its dynamic crushing process is simulated by using the ABAQUS/Explicit code. The least squares method is used to calculate the deformation gradient and local strain field. Comparing with the simulation results, the shock model presents good predictions of the stress and strain behind the shock front.

Key words: solid mechanics; shock model; Voronoi structure; metallic foam; local strain field

* Received 29 June 2012; Revised 19 November 2012

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11002140,90916026)

Corresponding author: Zheng Zhi-jun, zjzheng@ustc.edu.cn

(责任编辑 曾月蓉)