大学生研究计划结题报告

无磁场情况下静电探针数据处理理论及方法总结

摘要:

Langmuir 探针是一种重要的探测等离子体参数手段;本文系统地总结了其发展历史及理论框架;并以 F.F.Chen 的 Excel 程序为蓝本,编写了一整套静电探针的数据处理程序。

关键词:

Langmuir 静电探针(Langmuir ElectroStatic Probe)、OML(Orbital-Motion Limited)、ABR (Allen、Boyd、Reynolds)、BRL(Bernstein, Rabinowitz, Laframboise)、FP(Floating Potential)

概述:

朗缪尔探针(静电探针)最简单的形状是一根插入等离子体中的裸导体丝,其工作原理 是探针收集的电流依赖于它相对于等离子体电位的偏置,通过分析探针的伏安特性曲线可以 得到等离子体的有关参数。在大多数情况下,伏安特性曲线的细节与无探针时的等离子体参 数有关。虽然探针干扰它周围的局部环境,但它还是能在非常宽的等离子体参数范围内测量 电子温度 Te,电子密度 ne,等离子体电位 Vp,以及电子和离子束的能量。等离子体密度从 100 到 10¹³cm⁻³,温度从 0.1eV 到百 eV,等离子体点位从 0.1V 到几个 kV,中性气体压强从 10⁻⁶torr 到 1torr 这样宽的范围内,探针都能满意地工作。

关于静电(单)探针的使用和理论首先由 Langmuir 和 Mott-Smith(1924)发展而来。 在适当的条件下,电子温度可以由探针过渡区曲线获得;而确定电子的密度有两种方法:从 空间电位的电子饱和流计算密度,或者在某些实验条件下,从电子或离子的饱和区特性确定 密度。

Goodall 和 Smith(1968)在实验中发现,在低的电子温度下(10²-10³K),电子饱和流确 定密度的方法并不准确,而在电子饱和区使用轨道理论(orbital-limited condition)会得到 更好的结果(Smith, Goodall 1968; Smith, Plumb 1972)。根据 Langmuir 的理论,也可以 通过离子饱和区特性获得密度,并且使用离子电流的好处是:探针电流小,不会对等离子体 产生较大影响;在负偏压下产生非弹性碰撞(ionizing collision)的概率也较小(Smith, Plumb 1972)。

关于离子电流发展了更精密的理论(Bernstein, Rabinowitz 1959, Chen 1965, Lam 1965,

Laframboise 1966), 主要是数值模拟的结果, 其中 Laframboise 的理论被视为最普适和精确的理论。但是 Shaeffer (1971) 的实验结果中离子电流的绝对值还是比理论偏大, 因此这一理论并未获得广泛的使用。

探针原理:

一, 探针过渡区特性

静电探针的伏安特性曲线过渡区部分较为简单,在一定的简化条件下即可计算出结果。 对于各向同性麦氏分布,以及半无限大平面探针,利用探针电流公式

$$j = e \int_{v \min -\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x, v_y, v_z) v_z dv_x dv_y dv_z$$

可以得到电子探针电流:

$$I_{e}(V_{B}) = I_{e}^{*} \exp\left[-\frac{e(V_{p} - V_{B})}{T_{e}}\right], V_{B} \ll V_{p}$$
$$I_{e} = I_{e}^{*}, V_{B} > V_{p}$$
$$I_{e}^{*} = Sn_{e}e\sqrt{T_{e}/2\pi m_{e}}$$

该过渡区的结果与实验现象符合较好,通常采用拟合过渡区指数曲线的方法来获得电 子温度值。

二,对于非麦氏分布:

采用能量分布函数的表示方法,

探针电流可以表示为

$$j = e \frac{2\pi}{m^2} \int_{e(V_p - V_b)}^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) (1 - \frac{e(V_p - V_B)}{\varepsilon}) d\varepsilon$$

该电流对探针偏压求二阶微商,可以得到:

该方法由 Druyvesteyn 提出,并说明对于凸起形状的探针测量各向同性分布,或用球 形探针测量各向异性分布时,上式仍成立。详细的推导可参照引用文献[10]。 三,由于使用离子电流分析具有对等离子体干扰小的优点,同时离子电流的特性较为复杂, 因此发展出了众多的有关离子电流特性的理论。

1〉OML (Orbital-Motion Limited) 理论由 Langmuir 和 Mott-Smith 于 1926 年提出; 适用于鞘层半径 $s \rightarrow \infty$ 即低密度, 且势场 V (r) 的变化足够缓慢, 不产生吸收半径的情况;

理论推导:

当离子由无穷远处以确定速度 vo、不同瞄准距离 p 趋向于负偏置探针时,



其中 a 为离子到探针的最近距离, Rp 为探针半径;

能量守恒:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_a^2 + eV_a \equiv -eV_0$$
(1.1)

角动量守恒:

$$pv_0 = av_a \tag{1.2}$$

由(1.1)、(1.2)联立得

$$\frac{1}{2}mv_a^2 = \frac{1}{2}mv_0^2(1+\frac{V_a}{V_0})$$
$$p = a\frac{v_a}{v_0} = a(1+\frac{V_a}{V_0})^{1/2}$$

若 $a \leq R_p$,离子被收集,可得有效探针半径为

$$p(R_p) = R_p (1 + \frac{V_a}{V_0})^{1/2}$$

在单能离子情况下,长为L的探针通量 $\Gamma = 2\pi R_p L (1 + \frac{V_a}{V_0})^{1/2} \Gamma_r$,其中 $\Gamma_r = n (\frac{KT_i}{2\pi M})^{1/2}$ 为

具有同样能量 Maxwell 分布的离子热运动产生的通量;

对所有速度进行积分,得

$$\Gamma = A_p \Gamma_r \{ \frac{s}{a} \operatorname{erf}(\phi^{1/2}) + e^x [1 - \operatorname{erf}(x + \phi)^{1/2}] \}$$

其中 $x = -\frac{eV_p}{KT_i}$, $\phi = \frac{a^2}{s^2 - a^2}x$, $a = R_p$, s为鞘层半径, A_p为探针表面积;

在极限 s>>a (低密度) 时, $\phi \ll x, T_i \rightarrow 0, \frac{1}{x} \ll 1$,

展成 Taylor 级数, Ti不依赖于 x, Γ_r , 此时存在一个与 Ti 无关的有限 OML 电流,

$$I \xrightarrow{T_i \to 0} A_p ne \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{|eV_p|}{M} \right)^{1/2}$$

具体应用:

在满足轨道运动极限的情况下,离子电流的平方与探针偏压呈线性关系。拟合该直线, 通过斜率即可计算出离子的密度,通常情况下也就是电子的密度。

OML 理论的应用限制条件较为严格,一般要求等离子体密度较低或探针尺寸很小。在 F.F.Chen 的 Lecture Notes on Langmuir Probe Diagnostics 中提到,在高密度情况下离子电 流也可能较好的满足上述的平方正比关系,但不能成为 OML 理论适用的条件。(At higher densities, the I²-V dependence of Isat is ofen observed and is mistakenly taken as evidence of orbital motion in a regime where OML cannot apply)。

2〉ABR理论,由Allen、Boyd、Reynolds于1956年提出,起初只适用于球形探针情形,后来由F.F.Chen推广到圆柱形探针情况(1964);

理论推导:

假设离子不具有回旋运动,沿径向进入探针:



Sheath, but no orbiting

设探针中心位于 r=0,离子从无穷远处(V=0)由静止开始运动,

柱坐标下的 Poisson 方程为

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial V}{\partial r}) = \frac{e}{\varepsilon_0}(n_e - n_i)$$

其中 $n_e = n_0 \exp(\frac{eV}{KT_e})$, $n_i = \frac{\Gamma}{v_i} = \frac{I}{2\pi r} (-\frac{2eV}{M})^{-1/2}$, I为单位长度的离子通量;

将电子、离子密度的表达式代入 Poisson 方程,并引入

$$\eta \equiv -\frac{eV}{KT_e}, c_s \equiv \sqrt{\frac{KT_e}{M}}, \xi = \frac{r}{\lambda_D}, \lambda_D = (\frac{\varepsilon_0 KT_e}{n_0 e^2})^{1/2}, J \equiv \frac{eI}{2\pi KT_e} \left(\frac{M}{2\varepsilon_0 n_0}\right)^{1/2},$$

Poisson 方程化为

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi\frac{\partial\eta}{\partial\xi})=J\eta^{-1/2}-\xi e^{-\eta}\,;$$

3〉BRL 理论由 Bernstein, Rabinowitz, Laframboise 提出,起初由 Bernstein, Rabinowitz 在单能离子各向同性分布假定下得出,后来由 Laframboise 推广为适用于 Maxwell 分布; 适用于较高密度和冷离子极限(Ti/Te<0.1);

理论推导:

BRL 理论在 ABR 的基础上加入了轨道运动:



$$\eta \equiv -\frac{e(V_p - V_s)}{KT_e}, \xi = \frac{R_p}{\lambda_D}, J = \frac{I_i}{2\pi e R_p L n} (\frac{KT_e}{2\pi M})^{1/2};$$

F.F.Chen (ABR) 和 Laframboise (BRL) 给出了经验公式:

$$\frac{1}{J^4} = \frac{1}{(A\eta^B)^4} + \frac{1}{(C\eta^D)^4}$$

其中 A,B,C,D 系数对两个理论有不同的表达式,与 ξ 有关: 对 ABR 理论: $A, C = a\xi^b + c\xi^d$, $B, D = a + b \ln \xi + c (\ln \xi)^2$;

对 BRL 理论:
$$A = a + (\frac{1}{b\xi^c} - \frac{1}{d\ln\frac{\xi}{f}})^{-1}$$
, $B, D = a + b\xi^c \exp(-d\xi^f)$, $C = a + b\xi^{-c}$;

具体应用:

以上两种理论中,泊松方程没有解析解,只能给出一个经验公式,在计算理论J值时必须首先已知电子温度和密度。因此具体使用中,必须首先由其他理论估测温度和密度值,再将离子电流的测量值与理论值拟合,并通过迭代重复以上步骤以得到更准确的电子密度。

4〉FP(Floating Potential)理论适用于 ξ=Rp/λd >1 的情况; **理论推导:**

Child-Langmuir 公式:

$$J = \frac{4}{9} \left(\frac{2e}{M}\right)^{1/2} \frac{\varepsilon_0 V^{3/2}}{d^2}$$
(1.3)

Bohm 电流公式:

$$J = \alpha_0 nec_s \tag{1.4}$$

其中 d 为鞘层厚度, cs 为离子声速; 联立(1.3)、(1.4),取 V=Vf得

$$d = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\alpha_0}} (2\eta_f)^{3/4} \lambda_D$$

其中 $\eta_f = \left| \frac{eV}{KT_e} \right|;$

由于 Bohm 电流在 R_p+d 处取得,可得到

$$n = \frac{I_i(V_f)}{2\pi L \alpha_0 e c_s(R_p + d)}$$

上式最终可以化为密度 n 的一个二次方程, 通过解方程即可得到密度值。

5〉综上,四种不同的数据处理方法适用于不同参数范围: 高密度/大探针:FP方法; 低密度/小探针:OML理论; 中间情况:ABR或BRL理论;

对于以上理论进行系统的总结,可以发现对最初经典理论的修正主要是通过考虑探针鞘层的 细节问题(通过解泊松方程),或者考虑带电粒子被探针收集的运动情况来获得饱和区的电 子或离子电流性质。

四,有磁场情况下探针数据分析:



数据处理及编程:

第一部分:

对于静电探针的具体数据处理,首先参考了 F.F.Chen 给出的一组 excel 计算模版,并 附带了说明文件。

计算模版共有 4 个文件,分别使用不同的理论进行计算。由于不同的理论有不同的前 提条件,用户需要首先估计探针所在环境的参数以确定适用的理论,在此的具体参数为 $\xi = R_p / \lambda_D$, Rp 为探针半径, λ_D 为德拜长度(即鞘层厚度的估计)。若无法确定,可以先 计算等离子体参数,再判断所用方法是否合适。

4个文件均为 esp 开头(ElectroStatic Probe), 其中:

1, esp-oml 为轨道理论(Langmuir-Mott.Smith, Orbital-Motion Limited)的方法。

2, esp-abr 为 Allen, Boyd, Rabinowitz 以及 F.F.Chen 所做的忽略离子温度和轨道运动的数值模拟结果,由 F.F.Chen 提供的近似表达式。

3, esp-brl 为 Bernstein, Reynold, Laframboise 做出的更为细致的数值模拟结果。

4, esp-fp 为 floating potential 方法,即使用 Child-Langmuir 的鞘层厚度表达式,以及 Bohm 的离子电流公式确定密度的方法。该文件中还包含了 abr 方法的计算过程,最终 会分别给出两种方法的计算结果。

在暑假阶段没有专门设计和进行静电探针的具体测量实验,因此使用了实验室已有的 数据进行分析,侧重点在于对各种理论及其对应的具体计算方法的分析。

实验数据:

探针所在环境 Ar 等离子体,使用圆柱形探针,长 1cm,直径 1mm (即半径 Rp=0.05cm)。 扫描电压分压比 477,电流采样电阻为 180ohm。

共有3组实验数据,分别处于120G,350G,700G的磁场情况。虽然上述各种理论都是无磁场理论,但是由于各种方法都使用了离子电流部分来确定等离子体的电子密度,因此我们推测在磁场较弱的情况下以上的各种方法仍可以使用。

具体计算:

实验数据为锯齿扫描电压下的探针电流,其中扫描电压



选取电压上升沿的 I-V 数据

以 120Gauss 情况下 OML 理论的方法为例,显示一组数据的具体计算过程:

输入电流,电压以及探针尺寸和等离子体离子成分后,首先显示并检查 I-V 曲线:



首先大致确定等离子体的空间电位以及电子温度值,其中空间电位是电流对电压一次微商的 极值点(即 I-V 曲线的拐点,电子电流被空间电位分为过渡区和饱和区两段,两段的电流增 长率不同)。

而电子温度的估计采用经典的各向同性麦氏分布下,过渡区电流呈指数增长,



图中蓝色曲线为电流一阶微商, 红色曲线为 I/(dI/dV), 由于采用数值微商, 噪声被放大。但 是还能够较为清楚地判断显示的结果: 空间电位在 2V 附近, 电子温度约为 1.2eV。 在得出大致结果后, 由 OML 理论预言的离子电流平方与偏压成正比, 对离子电流部分进行 拟合。



通过该拟合结果即可确定离子密度,即电子密度。

使用 floating potential 方法计算时,其中使用了适用范围更宽的 $I_i^p \propto V_p$ (离子电流的 p 次方与探针偏压呈线性关系)的拟合方法,最后使用悬浮电位处的玻姆电流计算电子密度。 离子电流的拟合:



从两组拟合效果上粗略的判断,离子电流的平方同偏压线性关系更好些,再讨论最终结果之前,据此推测 OML 理论在此情况下符合更好。

得到离子电流的拟合结果后,从总电流中将其扣除,可以得到更准确的过渡区电子电流曲线。



红色曲线为探针电流,蓝色曲线为准确的电子电流(扣除离子电流部分),黑色的为拟合的 曲线。在半对数坐标下,过渡区电子电流应为直线。

计算结果:

	120Gauss			350G			700G		
	OML	ABR	FP	OML	ABR	FP	OML	ABR	FP
Te(eV)	1.01	1.57		1.00	1.23		1.22	1.18	
Ne(10e9cm-3)	3.29	1.90	3.22	4.32	3.72	5.92	5.11	4.05	6.62
Ksi(Rp/λ)	3.25	3.06		3.94	4.69		4.37	5.06	

计算结果显示,轨道理论方法和悬浮电位方法获得的结果略有差别(悬浮电位法的密度普遍略高)。但是由判据 ksi 的值显示在该密度情况下,应该使用悬浮电位方法(floating potential method,使用 Child-Langmuir 鞘层判据和玻姆电流)。

如同 F.F.Chen 所指出的, ABR 理论获得的密度值总是偏小[4]。

在进行以上结果的计算过程中,发现的细节问题:

1,由于所用数据在不同方法下得到的计算结果相差不明显,因此不便分析使用理论不当会造成多大的误差。但是在具体的拟合过程中,由于 I-V 特性曲线的不同区段性质明显不同,因此确定各步的拟合范围对计算结果有较大的影响。

离子电流拟合:

由于在大的负偏压下探针电流明显发生畸变,拟合过程应避开这一部分。而悬浮电位附近, 由于电子电流与离子电流的绝对值相当,离子电流受到干扰,也应扣除该部分(通常向左取 4KTe,使电子电流衰减至可以忽略)。

电子电流拟合:

若已经较好地拟合出离子电流,并从总电流中扣除,则电子电流的拟合下限可以取到(上限-4KTe),否则应尽量提高上限,避开悬浮电位;接近空间电位时,电子电流也会偏离指数 增长(F.F.Chen 给出的模版中采用 Vs-Te/4),并且在有磁场情况下,低能电子(主要贡献空间电位附近的电子电流)更容易受到磁场的影响(F.F.Chen, Plasma Diagnostic Techniques, 1965, page164)。因此在保证足够的数据点前提下,拟合范围应位于过渡区中间位置。



2,在 700Gauss 情况下,电子电流在空间电位处略有异常。

在电流一阶微商的峰值出现类似分叉的结构。



虽然上述现象不明显,但是我们在何彦(PB00203)师兄的毕业论文中也发现了磁场下探针特性曲线的异常,但是没有给出解释:



即探针电流在达到空间电位后有一个下降。

我们的分析是由于接近空间电位处的电子电流主要由低能的电子部分贡献,由于低能电子在 磁场中的回旋半径较小,以此为大致的衡量标准,其受磁场的影响较大,因此使过渡区曲线 的偏右部分最先受到磁场的影响,而偏左部分仍能保持近似的指数增长的特性。

对于这个问题可以作为下一步磁场中的探针特性研究的一个具体目标,通过设计实验来获得 更多的数据以便于分析。

3, F.F.Chen 原文件中出现了一些小的错误。

在 oml 文件中根据说明文件的步骤进行操作, 会使估计的电子温度值偏大(使用规划求解时), 从而给出不合理的拟合范围。

在 fp 原文件中,在过渡区拟合指数曲线时,由于拟合范围设置问题,导致结果是对整个 I-V 曲线的拟合。一个简单的修改方法是,在新的一列中给出正确的电压范围,再该范围下进行 拟合。

第二部分:

由于以上使用的 excel 模版扩展性不好,使用过程中需要用户手动调整一些参数和图示。 在谢锦林老师的建议下,我们在 matlab 环境下使用以上各种方法进行了编程。

首先分析以上计算过程的流程:



通过以上流程分析,编写了使用 OML 和 FP 方法的 matlab 的 m 文件。

输入参数为 I-V 数据,探针尺寸以及离子质量数。计算过程将给出 I-V 曲线,电流的一次微商,拟合曲线与实验曲线的对比,以及最终的等离子体密度,温度数值。

OML 理论的 matlab 程序计算结果: 120Gauss 情况,显示结果为:密度 cm⁻³,温度 eV



350Gauss 情况 N=4.5e9 cm⁻³ Te=0.91eV

该结果与 F.F.Chen 提供的 excel 模板计算的结果一致。 显示的图形:



总结

朗缪尔探针作为一种最基本的等离子体诊断工具,在基础实验和工业应用中有着广泛的 使用,但是在不同的情况下,如等离子体密度,压强(碰撞效应的影响),以及探针尺寸不 同时,关于探针数据的分析需要应用不同的理论,而且判断何种理论最为适用是十分关键的。

反过来,在设计实验以及所用的探针时,应注意调整探针的尺寸,或者等离子体的密度(有可能的话),使得探针的工作环境满足较为简单或广泛接受的理论,以保证最终获得的实验数据方便处理且真实可靠。

具体来说,一般情况下轨道理论 OML 是最为广泛接受以及经过实验验证的理论。在轨 道运动极限下,要求等离子体密度较低,或者探针的尺寸尽可能小。小探针附带的好处是对 背景等离子体影响较小。

另一种极限情况是使用 Child-Langmuir 鞘层判据加玻姆的电流公式计算等离子体密度,对应较高密度或者大的探针尺寸。虽然该方法的计算较为简单,且大的探针对工艺水平要求较低,但是大探针对等离子体影响较大。

参考文献:

[1] H. M. Mott-Smith, Irving Langmuir (October 1926) Physical Review, volume 28. "The

Theory of Collectors in Gaseous Discharges"

[2] J. E. Allen, R. L. F. Boyd, and P. Reynolds (November 1956). "The collection of positive ions by a probe immersed in a plasma."

[3] I. B. Bernstein, and I. N. Rabinowitz (March, April 1959). "Theory of electrostatic probe in a low-density plasma." <u>Physics of fluids</u> Vol. 2, No. 2.

[4] Chen, F. F. (1962). Probe Techniques. (1965) . Plasma Diagnostic Techniques

[5] F. F. Chen, J. D. Evans, et al. (April 2002). "A floating potential method for measuring ion density." <u>Physics of plasma</u> Vol. 9, No. 4.

[6] V. A. Godyak, R. B. Piejak, et al. (April 1993). "Probe diagnostics of non-Maxwellian plasmas." J. Appl. Phys. Vol. 73, No. 8. 非麦氏分布的探针诊断

[7] Noah Hershkowitz 第三章 Langmuir 探针的工作原理

[8]J. G. Laframboise (May 1973). "Probe design for orbit-limited current collection." <u>Physics of fluids</u> Vol. 16, No. 5.

对原始 BRL 理论的推广,是最终应用的理论

[9] W. R. Hoegy, and L. H. Brace (July 1999). "Use of Langmuir probes in non-Maxwellian space plasmas." <u>Review of scientific instruments</u> Vol. 70, No. 7.

平面、圆柱、球形三种探针的处理方法; M-B 分布的处理; 两不同温度组分的双指数函数拟和。

[10] D. Smith, and I. C. Plumb (1973). "A comparative experimental study of electron and positive-ion current collection by a cylindrical Langmuir probe under orbital-limited conditions." J. Phys. D: Appl. Phys., Vol.6.