

运载火箭级数问题的讨论

梅掌荣

(湖州师专物理系 浙江湖州 313000)

摘 要

介绍火箭运载人造卫星时常采用三级或四级的原因.

关键词:火箭,质量,速度

中图分类号:O31

1 火箭上升的速度与火箭质量的关系

火箭在均匀重力场中竖直向上运动,初速为 V_0 ,燃气喷射相对火箭上升的速度 $V_r =$ 常数,方向竖直向下.

由变质量的动力学方程

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \frac{dm}{dt} \vec{V}_r. \quad (1)$$

选取坐标轴与火箭运动方向相同,将(1)式在坐标轴上投影(忽略空气阻力)

$$\begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= -mg - \frac{dm}{dt} V_r, \\ dv &= -gt - V_r \frac{dm}{m}. \end{aligned} \quad (2)$$

设火箭的质量变化满足

$$m = m_0 f(t),$$

式中 m_0 是起始质量,是一个常数; $f(t)$ 是放出物体所遵循的时间函数,且有 $f(0) = 1$. 由(2)式积分可得:

$$v = v_0 - gt - v_r \ln \frac{m}{m_0}.$$

若忽略重力场的作用,则火箭在燃烧完燃料后的速度 v_s 为:

$$v_s = v_0 + v_r \ln \frac{m_0}{m_s}, \quad (3)$$

m_s 是火箭外壳和仪器等的质量.

2 多级火箭载有负载时的情形

多级火箭是采用若干个单级火箭和有效负荷(如人造卫星)串接而成的.如图1:设第一级

· 收稿日期:1998-09-03

火箭的质量为 m_1 , 其中燃料的质量为 $\epsilon_1 m_1$; 第二级火箭的质量为 m_2 , 其中燃料的质量为 $\epsilon_2 m_2$; 第 n 级火箭的质量为 m_n , 其中燃料的质量 $\epsilon_n m_n$; 有效负荷的质量为 m_p .

由(3)式可知, 第一级火箭燃料全部喷射完后整个火箭所具有的速度 v_{1s} 为(设初速度为零):

$$v_{1s} = v_r \ln \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n + m_p}{m_1 + m_2 + \dots + m_n + m_p - \epsilon_1 m_1}$$

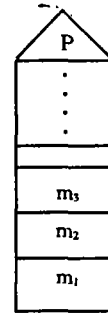


图1 火箭运载卫星模型图

第二级火箭燃料全部喷射完后, 所具有的速度为 v_{2s} , 此时它的初始速度应等于 v_{1s} . 所以

$$v_{2s} = v_{1s} + v_r \ln \frac{m_2 + m_3 + \dots + m_n + m_p}{m_2 + m_3 + \dots + m_n + m_p - \epsilon_2 m_2}$$

以此类推, 第 i 级火箭燃料全部喷射完后所具有的速度 v_{is} 为:

$$v_{is} = v_{(i-1)s} + v_r \ln \frac{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p}{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p - \epsilon_i m_i}$$

$$\Delta v_{is} = v_{is} - v_{(i-1)s} = v_r \ln \frac{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p}{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p - \epsilon_i m_i}$$

Δv_{is} 为第 i 级火箭燃烧完燃料后比第 $i-1$ 级火箭燃烧完燃料所增加的速度. 所以 n 级火箭燃料全部喷射完时所达到的速度 v_{ns} 为:

$$v_{ns} = \sum_{i=1}^n \Delta v_{is} = \sum_{i=1}^n v_r \ln \frac{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p}{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p - \epsilon_i m_i}$$

设

$$Z_i = \frac{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p}{m_i + m_{i+1} + \dots + m_n + m_p - \epsilon_i m_i}$$

则

$$v_{ns} = v_r \sum_{i=1}^n \ln Z_i \quad (4)$$

(4)式即为多级火箭的速度公式.

3 结 论

设 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \dots = \epsilon_n = \epsilon$, 即每一级火箭中所含燃料的比率相等.

设 $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n = Z$, 即每一级火箭喷射完燃料所增加的速度相同.

则(4)式可写成

$$v_{ns} = n v_r \ln Z \quad (5)$$

由(5)式可得: $Z = e^{\frac{v_{ns}}{n v_r}}$ 即 $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n = e^{\frac{v_{ns}}{n v_r}}$.

现以运载人造卫星进入轨道的火箭为例, 说明为什么要采用三级(或四级)发射火箭的原因. 在这种情况下, 需 $v_{ns} = 7.8 \text{ km/s}$, 若采用 $\epsilon = 0.8$, $v_r = 3 \text{ km/s}$, 则

一级火箭: $n = 1$

$$Z_1 = \frac{m_1 + m_p}{m_1 + m_p - \epsilon_1 m_1} = e^{\frac{v_{ns}}{v_r}}$$

此时 $m_1 < 0$, 表明一级火箭在这种情况下不可能达到第一宇宙速度.

二级火箭: $n = 2$

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= \frac{m_1 + m_2 + m_p}{m_1 + m_2 + m_p - \epsilon m_1} = e^{\frac{v_m}{2v_r}} \\ Z_2 &= \frac{m_2 + m_p}{m_2 + m_p - \epsilon m_2} = e^{\frac{v_m}{2v_r}} \end{aligned} \right\} \begin{cases} m_1 = 110 m_p \\ m_2 = 10 m_p \end{cases}$$

$$m = m_1 + m_2 = 120 m_p.$$

即若要发射 m_p 质量的人造卫星, 需质量为 $120 m_p$ 在前面参数下的火箭.

三级火箭: $n = 3$

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_p}{m_1 + m_2 + m_3 + m_p - \epsilon m_1} \\ Z_2 &= \frac{m_2 + m_3 + m_p}{m_2 + m_3 + m_p - \epsilon m_2} \\ Z_3 &= \frac{m_3 + m_p}{m_3 + m_p - \epsilon m_3} \end{aligned} \right\} \begin{cases} m_1 = 34 m_p \\ m_2 = 9.5 m_p \\ m_3 = 2.6 m_p \end{cases}$$

火箭的质量 $m = m_1 + m_2 + m_3 = 46 m_p$.

同理可计算出四级火箭 $n = 4$, 火箭的质量 $m = 37 m_p$; 五级火箭 $n = 5$, 火箭的质量 $m = 32 m_p$; 六级火箭 $n = 6$, 火箭的质量 $m = 31 m_p$.

由上面的计算结果可见, 火箭的级数越多, 达到同样给定的速度 v_m 的火箭的质量 m 越小. 但从上面的结果又发现, 当 $n > 4$ 时再继续增加火箭的级数, 对于减轻火箭的质量的效果越小, 且由于级数的增加, 结构也就越复杂, 设计和制造就越困难. 所以用火箭来发射人造卫星一般都采用三级(或四级)火箭.

参 考 文 献

- 1 周衍柏. 理论力学教程. 北京: 高等教育出版社, 1985

The Discussion about the Stage of the Carring Rocket

Mei Zhangrong

(Department of Physics Huzhou Teachers College Huzhou Zhejiang, 313000)

Abstract

Introduce the reason why three stages or four stages used while man-made satellites are carried by rocket

Key words: rocket, mass, speed