

3D打印中几何处理的研究进展与趋势

计算机辅助设计与图形学专业委员会

摘要 3D打印技术改变了传统的减式材料制造模式，带来了制造工艺和生产模式的变革，有力推动了3D数字化相关技术与研究的发展。本发展报告从3D打印的社会背景与理论背景出发，对近几年中的3D打印中的几何处理问题给出了全面的综述，从3D打印引擎的几何处理、成型约束的几何处理、结构分析与优化、定制化几何设计与处理、3D打印物体外观的处理与优化、机构设计等七方面给出了国内外研究发展的进展与比较。

关键词 3D打印 几何处理 几何建模 设计 优化

1 引言

3D打印是增材制造技术(Additive Manufacturing, AM)的俗称，它依据三维CAD设计数据，采用离散材料(液体、粉末、丝、片、板、块等)逐层累加制造物体的技术。相对传统的材料去除方式、材料成型方式，3D打印是一种自下而上材料累加的制造工艺，自20世纪80年代开始逐步发展，也被称为快速成型(Rapid Prototyping)、分层制造(Layered Manufacturing)等。它改变了传统的减式材料制造模式，带来了制造工艺和生产模式的变革，有力推动了3D数字化相关技术与研究的发展。在3D打印中，3D模型是前提和基础，3D打印是结果，它使3D模型“落地开花”。但是，大多情况下，现有方法直接得到的3D模型并不能直接输出给3D打印机。因为大部分设计模型都是由建筑师、工程师或设计人员所提供，他们都倾向于使用专业设计软件，如Maya、3DS Max和SketchUp等。还有一些三维模型数据来自于三维扫描设备，如激光扫描仪、结构光扫描仪等。这些模型数据信息并未考虑到3D打印的具体需求与约束，如果直接输出到3D打印机，通常会导致各种各样的问题，如可能模型尺寸过大，超过打印机能打印的尺寸限制或没有考虑稳定性导致打印出物体无法正常放置等。

基于以上原因，大多数设计模型，尤其是那些复杂物体的三维模型，都需要经过一些几何建模与处理的方法进行修正、调整和优化，使其能更好地满足3D打印的需求，避免打印出的物体无法正常发挥功能。这一过程，就是图1所示(1)-(4)步的问题：将3D模型经过一些几何与物理方法处理为3D打印机可接受、可打印，甚至要求打印出的模型可正常使用或具有指定效果的处理过程。近年来，3D打印中的几何处理的研究工作得到了广泛的关注，并逐渐成为研究的热点。国内学者中国科学技术大学的刘利刚对于近年来有关3D打印几何处理的研究工作进行了一个综述^[1]，并且首次在计算机图形学的国际顶级会议Siggraph Asia 2014上组织了一个3D打印几何设计与处理的教程(Course)^[2]。之后在Siggraph和Siggraph Asia会议上出现了更多的有关教程^[3~6]。在最近的1-2年中，3D打印的几何处

理方面又有了许多新的研究工作，本发展报告对这些工作进行一个全面的整理和分类，使得读者能够更好地了解3D打印几何处理方面的进展和发展方向。

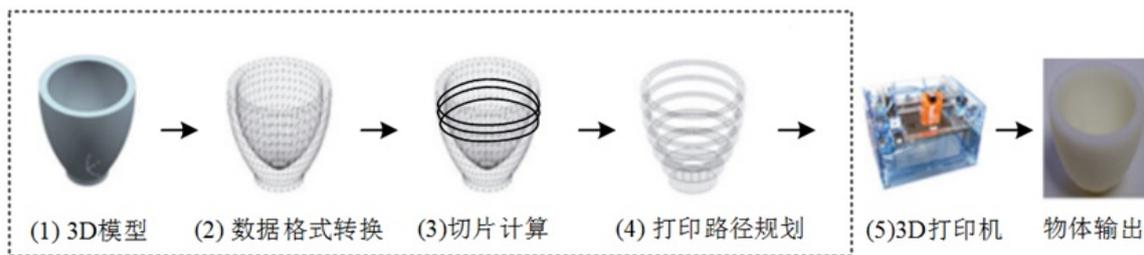


图 1 3D打印的主要流程：虚线框内的步骤为3D打印中的几何处理的问题

2 国际研究现状

2.1 3D打印引擎中的几何处理

2.1.1 模型切片计算方法

3D打印的本质在于分层制造，而切片计算是生成分层信息的技术。因此，切片计算显得尤为重要^[7]。目前，常用的三维打印软件Slic3r和Cura的切片计算采用相等的分层厚度。这种等厚度的切片方式^[8]容易导致所打印的物体会出现“阶梯效应（Staircase Effect）”。设模型的高度为 h ，固定分层厚度为 u ，则分层层数 $n = h/u$ 。为了减弱“阶梯效应”，设模型表面的几何特征变化最大的部位所需的分层厚度为 u_{min} ，变化最小的部位所需分层厚度为 u_{max} ，如果采用等层厚的方式对三维模型进行分层，则需设置层厚为 u_{min} ，当 u_{min} 与 u_{max} 差距较大时，分层层数 n 将明显增大，使打印时间明显延长。这就形成了切片厚度与打印时间之间的矛盾：切片厚度小，打印精度越高，打印时间越长；反之，打印时间短，但打印精度低，导致明显的“阶梯效应”。

为了能够有效减弱“阶梯效应”现象，同时又能缩短模型的打印时间，切片计算需要根据模型表面的几何特征的变化情况，自适应的进行切片计算。在机械快速成型领域中，许多工作^[8]对切片计算已做过深入研究。若按目标对象来分，切片计算方法可分为：网格切片计算和直接切片计算两类。由于STL格式是3D打印领域所用的标准文件类型，因此网格切片计算对象^[9~15]主要以STL格式的网格类型模型为主。但由于原始3D模型在转化为STL格式模型数据时，会产生转换误差，因此直接在原始的3D模型数据上执行切片计算^[16~23]也是值得考虑的思路。这两种方法主要在于进行切片求交时的目标对象有所区别。

Dolenc等^[10]提出了一种基于“尖高”概念的自适应切片算法。于 P 点的层厚大小 t 由设置的最大尖高 C_{max} 和轮廓边缘点 P 对应的单位法向量 $\mathbf{N}(x, y, z)$ 决定，则 $t = C_{max}/N$ 。如果所求 t 小于设定的最小层厚值，则设为最小层厚值；如果 t 大于设定的最大层厚值，则设为最大层厚值。另一些工作在“尖高”概念的基础上对自适应切片算法做了相关的研究。Sabourin等^[12]提出了一种先等厚度分层后再逐步对不符合分层精度要求的切片层进行细分的解决方案。该方案先把模型以可接受的最大固定层厚将模型分成一块块厚片，然后双向检测厚片上下表面边缘点上的“尖高”大小是否符合要求，对不符合要求的厚片再进一步进行分层。在该方案的基础上，Sabourin等^[13]提出了新的切片策略。该策略首先统一以较大的厚度将模型分成一块块厚片，然后在每块厚片上划分出外部和内部部位，对外部部位继

续采用“尖高”大小的限制进行分层。这种方法能够保证模型外表面的打印精度，同时能够有效缩短打印时间。Tyberg和Bohn^[15]则利用“尖高”大小限制提出了基于模型局部模块的自适应切片算法。根据模型局部模块的几何特征不同而设置不同的层厚，这种方案适用于在空间中拥有不相连的局部模块的模型。

Mani等^[22]提出了基于模型区域的自适应切片算法。该算法将模型部位划分为表面区域和普通区域，对表面区域采用基于“尖高”概念的自适应切片算法，对普通区域以较大的厚度进行分层。这种针对模型不同部位采用不同分层厚度的思想与Sabourin等^[13]提出的算法类似，能够达到保证模型表面精度和有效缩短打印时间的要求。Zhao等^[23]提出了基于相邻切片层面积导数的自适应切片算法。该算法把相邻切片层面积差绝对值与下层切片面积的比值大小作为判断是否继续分层的依据，但该算法无法处理如上下层面积相同的情况。基于“尖高”概念的自适应切片算法的本质是对“阶梯效应”的识别。如果“阶梯效应”没有被识别时，就可能使某些凹凸区域产生较大的几何误差。

Hayasi等^[24]提出了针对CAD模型特征的自适应切片算法。该算法不直接考虑利用“尖高”对“阶梯效应”进行判别，而是通过组合区域变化、初始切片的轮廓线投影变化来对目标模型的几何显著性进行检测。从本质上说，该算法将“尖高”的概念进一步精确表示，并且通过约束优化获得定义公式下的全局最优解，提升了自适应切片算法的适用性。同样的，Hayasi等^[25]还提出了在自适应切片的基础上进行曲面形式切割的算法。该算法思路来源于人工削苹果皮的过程。首先在自适应切片的过程中保存模型的几何和拓扑信息，然后利用当前切片厚度与上下相邻切片的轮廓信息构建削切曲面。该算法使得切片与原CAD模型间的几何误差降到最小，进一步提升了切片的精度。

Siraskar等^[26]提出了基于八叉树结构的自适应切片算法。该算法将目标STL格式模型转化为改进边界的八叉树结构 (Modified Boundary Octree Data Structure, MBODS)，然后根据树节点高度与打印精度的考量生成切片，其本质是通过八叉树结构对模型实现近似性表达。

Steuben等^[27]提出了一种隐式切片算法。与现有基于显式变换的切片算法不同的是，该算法基于对输入模型预定义的基于启发式规则或物理规则的隐式域，并通过对隐式域水平集构成的路径计算生成切片及打印路径。相比于显式方法，该算法对于某些非常复杂模型有更好的效果。Huang等^[28]提出了一种混合切片的思路，在平面切片的基础上加入了曲面型切片。其核心思想就是以平面切片作为模型的内部主体部分，以曲面切片附着于平面切片以提升表面精度。对应于这种切片算法，其打印次数也是多次的，先打印平面切片部分，再打印曲线切片部分。

除去对目标模型进行单一方向的切片，将模型分拆成多个部分，并进行多方向的切片也是一种思路。这种思路的目标是通过选择最优的角度使每个子部分所用支撑最小、精度最高。Singh等^[29]通过在初始方向的轮廓边投影将模型拆分为可打印和不可打印部分。针对不可打印部分利用计算新的切片方向，并递归执行轮廓线投影拆分，如此直到拆分后的部分全部可打印。该算法构建了多方向切片的整体框架，但实现机制复杂且运算量大，不能处理内部有孔洞的目标模型。Ruan等^[30]提出了通过提取中心坐标进行多方向切片的机制。该机制提取代表全局几何信息的中心坐标，以此构成切片过程的最优化序列。通过分析由中心坐标计算的拓扑信息，构建拆分曲面和拆分序列。该机制利用中心坐标的变化来拆分，计算过程简单，但由于中心坐标并不能很好的表示结合变化，所以该机制在某些情况不能达到很好的效率。Ding等^[31]提出了针对STL格式的多角度切片算法。该算法使用了简化算法以提升效率，并使用了体分解和重组的机制对模型进行拆分，并对拆分后的子部分确定切片方向。由于该算法在体分解过程中只针对封闭的凹环，所以对于模型中包含非封闭凹环或非尖锐边的情况则不能很好处理。可以看出，多角度切片的重点在于对于目标模型的拆分及对拆分后子部分的最优切片方向选择。

2.1.2 打印路径规划方法

切片计算的下一步是打印路径规划,也称为扫描路径生成,是3D打印中的最基本工作之一。在由线到面、由二维到三维的逐层累积过程中,3D打印机要做大量的扫描工作,因此合理的打印路径非常重要。打印路径的规划应着眼于减少空行程,减少扫描路径在不同区域的跳转次数,缩小每一层截面之间的扫描间隔等要求。目前,按照打印路径类型的不同,打印路径生成方法主要可分为5种:

- (1) 平行扫描^[32~35]。每一段路径为指定方向,作为射线发散,称为星型路径,或在边界线内往复扫描,称为之字形路径(Zigzagging)。
- (2) 轮廓平行扫描^[36]。填充路径由轮廓的一系列等距(Offsetting)线组成。
- (3) 分形扫描^[37,38]。扫描路径由一些模式表示的分形曲线组成。
- (4) 连续路径规划^[39]。以单条连续的曲线覆盖目标区域。
- (5) 组合路径规划技术,以上述多项方法的结合。

平行扫描技术由二维平面内定向的平行扫描线组成。星型路径方法^[33]是平行扫描路径的特例,可以看作是极坐标空间的平行扫描方法,由目标区域中心向外辐射的扫描线组成。由于实现简单且对于任意边界有较好的适用性,这种机制常用于商业的3D打印系统中。同样用于商业系统的还有之字形路径规划技术^[32,35,40]。相比于星型路径技术,该技术将固定方向的多条间断扫描线整合为连续的折返路径,以此极大的减少了空行程及区域的跳转次数,有效提升了打印效率。但该技术的最大问题就是不能保证与指定方向不平行边界的精确打印。

轮廓平行扫描技术是根据边界特征进行等距的平行扫描,可有效解决边界的精确性打印问题。螺旋路径生成技术^[42,43]可看作针对轮廓的平行扫描算法,多用于数控机床的型腔加工,也可以用于解决平行扫描方法导致的不精确问题,但是仅仅适用于较为特殊的几何形状,不具备一般的普适性。一般的轮廓平行扫描方法^[44,45]通过对轮廓的等距运算生成结果路径。Li等^[46]采用了各种边界映射模式来进行路径规划。该方法也采用了针对边界的等距运算,以此会形成数量较多的连续封闭路径,使得在打印过程中每次完成一个封闭路径就需要进行跳转,影响打印的效率。Ding等^[47]提出了采用中轴变换的自适应路径规划方法。该方法通过中轴变化获得分支向量,然后构建分支闭环并对区域分解,并形成路径。实验结果证实了该方法比非自适应的中轴变换路径方法有更高的准确度。

分形扫描技术是以模式化表示的分形曲线组成结果路径。国外的Bertoldi等^[38]和国内的王占礼等^[48]分别提出基于Hilbert曲线的不同路径规划技术。该技术被证明在打印过程中可有效的减少材料的收缩。Chiu等^[37]实现了针对分形对象的路径规划技术。该技术对每个切片建立了由像素点填充的网格,分形对象根据网格中的点确定,以此创建分形模型。然后针对网格提取边界并优化就可以建立扫描路径。总的来说,分形扫描技术强调对于局部特征的保持,使得结果路径中存在大量的细小折线,导致的最大问题就是在打印过程中,会造成打印头在不同方向的扰动,影响打印效率与质量。

连续路径规划的目标是以单条连续性的路径完成对目标区域的填充,以此最大化移动路径。Wasser等^[49]通过使用模拟退火算法构建了类似于分形模式的路径生成。该算法以单条路径的连续性分解来生成对于任意形状区域的填充模式。首先将目标区域划分为若干节点,节点的数量由精度控制。当模型较大或者需求精度较高时,需要部署较多的节点,但该算法的计算时间与节点数量呈非线性关系。此外,该方法所生成路径较为复杂,容易在某些区域形成热量的堆积,使得已打印的区域产生塌缩。Kim等^[39]根据切片轮廓的Voronoi图,按一定的偏置量在各边界元素的Voronoi区内生成该元素的偏置线,连接不同元素的偏置线,得到一条完整的扫描路径,逐步改变偏置量即可得到整个扫描区域的路径规划。Dwivedi等^[50]提出了一种连续路径规划方法,将几何图形表示为若干个简单的多边形。对于每个

多边形使用封闭的之字形折线构成，并在最后将之字形组合成一个连续的路径。可以看出，连续路径规划技术极大的避免了空行程的产生。

复合路径规划技术是针对上述四类路径规划技术的特点及缺点进行组合的解决方案。出自对于精确性和效率的考虑，最常用的是轮廓扫描方法与平行线方法的组合。Zhang等^[51]使用内部的之字形路径以保持速度并在外部使用向量路径来保持精确性。Jin等^[52,53]提出了针对生物医学模型的轮廓线与平行线组合方法，同样通过之字形路径来保持内部填充的效率而通过外部的轮廓路径保持精确性。

2.2 3D打印约束的几何处理

3D打印技术给用户的自主制造带来了极大的自由，但由于实际打印条件的限制，用户设计的数字模型往往不能被直接打印，例如模型尺寸过大无法一次性打印，打印过程需要添加额外的支撑结构，或者没有考虑模型的物理性质而导致打印结果无法满足应用需求（如站立、平衡）等等。这时，就需要将这些限制条件转化为对数字模型本身的几何约束，在打印之前对模型进行进一步的处理。

2.2.1 大尺寸模型的分割处理

3D打印机可打印的最大尺寸通常受限于其本身内部空间的大小，而实际应用中大尺寸物体随处可见，这些物体的打印仍然是具有挑战性的工作。一个直观可行的打印方案，是将大尺寸物体分割成一组可打印的小块，然后将它们组装为一个整体，如图2所示为椅子模型的分割示例。



图 2 椅子模型分割^[54]

Medellín等^[55]首先使用三维空间中的规整网格对模型进行分割，然后在每一子块中检测薄片、尖点、刃状结构等不利于打印的特征，通过迭代地特征检测和修改分割边界，最终得到适合打印的子块。

Luo等^[54]对分割的方式提出了一系列的要求，包括尺寸的可打印性、可组装性、有效性、可连接性、合理性以及美观等，并根据这些目标对模型的分割进行优化，采取平面分割、每次将模型一分为二的方式，得到一个自顶向下的树状分割结构。

Chen等^[56]则提出了一个近似表示模型外壳的分割方式。该方法首先使用少量的平面多边形对模型表面进行近似，然后迭代地将原始模型的网格面片分配到相应的多边形并对网格进行变形。该方法能够保证分割结果的封闭性，并能有效地避免自交情形的出现。

Vanek等^[57]将模型内部挖空，然后将外壳分成小块并打包(packing)在一起同时打印，在节省打印时间和材料的同时，也处理了模型的尺寸问题^[58]，如图3所示。



图3 模型外壳分割打包^[57]

Yao等^[59]提出一套基于水平集和优化分割方法，同时考虑包括应力分布、曲面细节、接触面积、打包尺寸(packed size)、可打印性以及可装配性在内的一系列准则，使得模型的分割更为合理，同时也提高了打印效率并节省了材料。

2.2.2 便于打印的支撑结构

熔融沉积式打印机(fused deposition modeling, FDM)由于价格低廉、操作简单而具有较高的普及程度。但其最大的缺点是无法直接打印模型中的悬空部位。这时往往需要用户在切片之前给悬空部分添加支撑结构。支撑结构连同模型一起被打印，并在结束后人为去除。由于支撑结构会增加打印的材料用量和时间，且去除时可能会对模型表面造成损伤，因此应尽量减少支撑结构的体积及其与模型的接触面积。

Alexander等^[60]选取模型中外法向朝下且与水平面夹角较小的面为需要添加支撑的部位，并将支撑结构的总体积及与模型的接触面积作为决定模型打印朝向的准则之一。Chalasanani等^[8]则采用对连续切片层作布尔差分的方式得到需要支撑的部位集合。

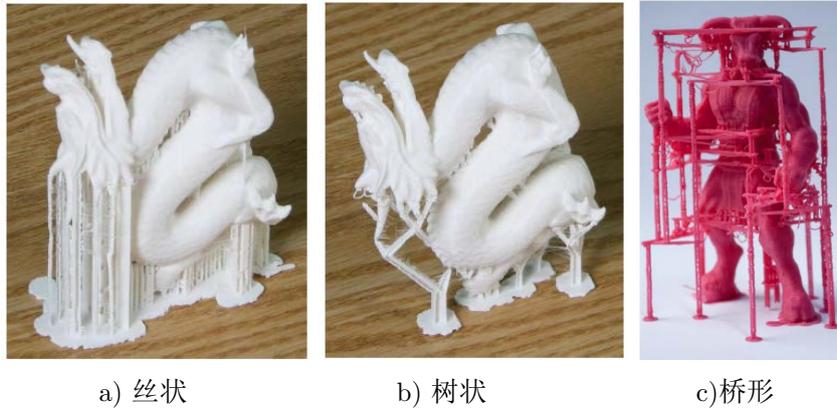


图4 支撑结构

目前的3D打印机常用的丝状支撑(Filament-Based Supports)结构通常是模型悬空部分和其下的实体部分直接相连，所消耗的支撑材料大于实际需求，如图4(a)。

Strano等^[61]使用空心的孔状结构作为支撑，并用其隐式表示对支撑结构的体积进行优化。该方法所得的支撑结构与模型有较大的接触面积，因此多数情况下具有较高的稳定性，但其材料用量仍然较大。

Vanek等^[57]首先确定模型需要支撑最少的打印方向，然后检测支撑点集并用一种逐步生成的树状结构支撑模型的悬挂部位。与丝状支撑相比，这种树状结构进一步减小了支撑结构所用的材料体积，

如图4(b)。

Dumas等^[62]在选取支撑点时除结构中的悬挂部分外同时考虑了模型打印过程中的整体稳定性,然后在这些点处设计带有桥状结构的脚手架支撑,如图4(c)。与树状结构相比,该方法在稳定性上有很大提升,同时材料使用量基本相当。

2.3 结构分析与优化

2.3.1 面向节省材料的结构优化

随着3D打印技术的迅猛发展,目前3D打印的成本也在不断下降。即使如此,相比传统制造业的产品,3D打印产品的成本还是比较高的。目前其成本常通过单位体积所消耗材料的费用(元/cm³)来表示。由此可见,3D打印的成本与所消耗的材料体积成正比。因此,如果想降低打印成本,那么在不影响物体表面质量的前提下,通过优化模型来减少模型实体体积,将是一个很好的方法。

在机械和CAD领域,很早就有研究者开展了这方面的研究。注意到动物组织、骨骼等对象所具有既轻便又结实的特点, Schroeder等^[63]认为这些对象需要有新的模型表示方法。他们在随机几何(Stochastic geometry)的基础上,利用随机函数来表示这类多孔性结构,如图5。

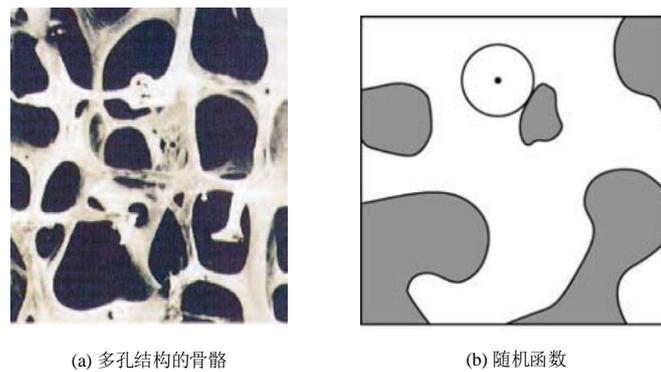


图 5 多孔结构与随机函数^[63]

自然界存在很多介观结构(Mesostructure),如桁架结构、蜂窝结构、泡沫结构等,这些介观结构同样既有很好的强度,又有很轻的质量。受它们的启示,Rosen等^[64]提出了一种网架结构型式(Lattice structure)的轻质结构设计方法,并给出了相应的力学分析方法,如图6。

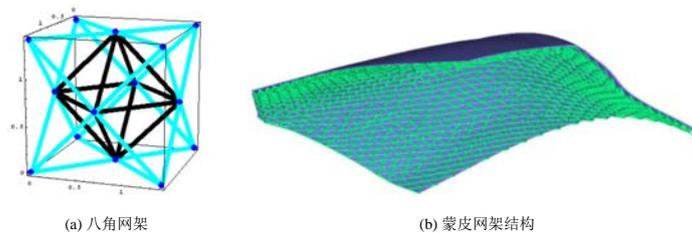


图 6 网架结构^[64]

在自然界中一些生物结构的启示下,巴西的Sá等^[65]提出的胞格结构(Cellular structures)来保证结构的足够强度同时追求材料的节约。在文中,面向3D打印需求,作者根据给定的模型信息,给出一种自适应生成胞格单元的算法来掏空模型内部空间,达到节省材料的目的。这种算法具有良好的参数化功能,可以根据需要来设定不同的参数来满足不同的填充率要求。文中给出了Bunny模型用该算法所得到的结果,如图7。

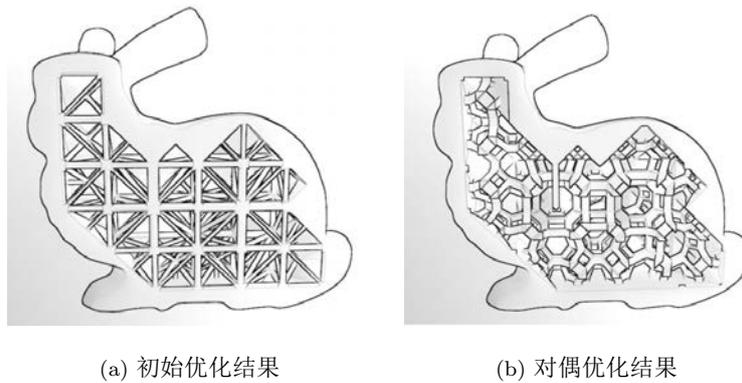


图7 胞格结构^[65]

2.3.2 面向强度的结构优化

3D打印技术促进了产品个性化定制的普及与推广,使得每个人都可以设计3D几何模型,成为自己产品的设计师。他们由于缺乏一些设计经验与力学知识,会导致其设计结果因为结构问题不能正常打印或在3D打印后会存在一些结构强度问题。强度不足可能会使3D模型在打印、运输或日常使用过程中受到破坏。这种问题我们称其为强度分析问题。它的主要任务是识别3D模型中存在的强度或变形问题,并给出适当合理的弥补方案。

针对一些模型可能因为结构缺陷而不能打印的问题,Telea和Jalba^[66]根据观察并从一些3D打印服务商处了解到这一问题的关键在于模型中的细长区域。基于这一分析,他们采用体素表示(Voxel-based representation)方法来检测细长区域,给出了一个可自动分析模型可打印性的方案,但是他们没有给出修正这些细长区域的方法。

针对强度问题,Stava等^[67]给出了一个自动检测并修正结构强度问题的系统方案,来创建一个新的3D模型,使其与原有模型保持尽可能相近的外形,同时提高其结构强度与整体性。该方案中,模型的结构强度问题通过一个轻量级的结构分析解算器来计算识别出。随后,根据所检测出的强度问题,文中给出三种方法对原模型进行修正:内部挖洞、局部加厚与加支撑,如图8。

Stava等^[67]中的方案有效地提高了模型的结构性能,避免了高强度应力区域的出现。但是该方案的最大局限在于:在结构强度检测时,系统需要先预设模型可能承受的外部荷载情况,并据此对模型显式地指定一种或几种捏握式外部荷载来进行结构强度计算。当然,同时还需考虑模型的重力荷载。显然,对很多模型来说,这种预设的荷载并不能很好地反映模型的真实荷载分布,因此其结构分析结果的真实性与可靠性也就不能很好保证了。

针对上面的问题,Zhou等^[68]给出了一个更好的方案。该方案在预测或检测模型结构强度问题时,与上述明确指定或设定模型的荷载情况方法不同的是,它去寻找一种最不利荷载情况(Worst-Case),

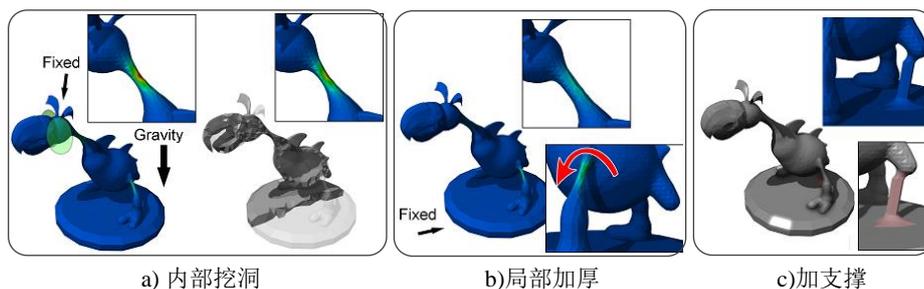


图 8 结构强度问题与修正 [67]

并据此识别出模型上最易破坏之处或最大变形区域。

该方案的核心方法是模态分析 (Modal Analysis)。在结构分析研究领域, 当一个物体以不同频率振动时, 这种振动会导致物体的一些脆弱部位产生高应力或大变形。模态分析就是用来预测结构在振动状态下可能发生的破坏或变形的一种经典方法。该方案的主要步骤如下: 1) 计算输入模型的各阶模态; 2) 对模型的每一阶模态, 计算提取出相应的薄弱区域; 3) 对每一个薄弱区域, 通过求解一系列的优化问题, 计算出其相应的最不利荷载分布; 4) 用有限元方法计算在上述荷载分布作用下模型的应力, 从而得到该薄弱区域的最大应力分布情况; 综合以上每一阶模态下模型的最不利荷载分布与最大应力分布情况, 确定最终结果。

同样针对强度问题, Umetani和Schmidt [69]则基于欧拉-伯努利假设, 根据弯矩平衡方程, 给出了一种基于横截面的力学分析方法。这种方法认为3D模型的强度问题大多出现在细长特征区域, 这类区域可近似看作欧拉-伯努利梁结构, 因此, 可采用欧拉-伯努利假设与相关梁结构应力计算方法来计算该区域的应力。与有限元力学计算不同的是, 它无需网格剖分, 按照梁结构理论来计算梁表面的最大应力, 既能保证一定的计算精度, 同时还具有良好的计算效率。文中利用这种方法来优化3D打印模型的打印方向, 从而提高打印模型的结构强度, 算法流程如图9。

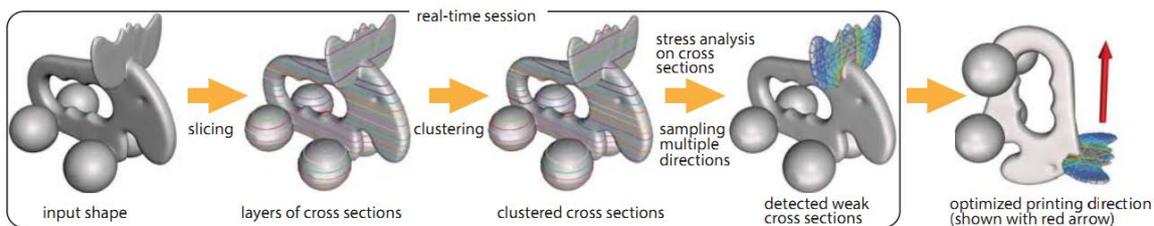


图 9 截面结构分析优化打印方向流程 [69]

2.4 面向物理性能的几何设计

数字模型的设计者们只需考虑物体的几何特征, 而不必关心它们的物理属性。而当这些数字模型通过加工制造的方式实体化之后, 它们就需要符合现实世界的各种物理约束, 否则无法满足应用需求。面向物理性能的几何设计的特点是以物理性能为约束优化几何设计, 通过集成力学有限元技术对几何设计的物理性能进行仿真和预测, 提高用户使用3D打印等制造技术的使用效率。

Stava等^[67]讨论了打印模型的结构强度问题，在预设的受力情形下，分析出模型中较为脆弱区域，并在尽量保持模型外形的前提下，通过内部挖空、局部加厚以及添加外部支撑的方式对模型进行局部修正（如图10），增加模型的物理强度，使得打印模型在自重重量以及清洗、运输和日常接触时不易断裂。

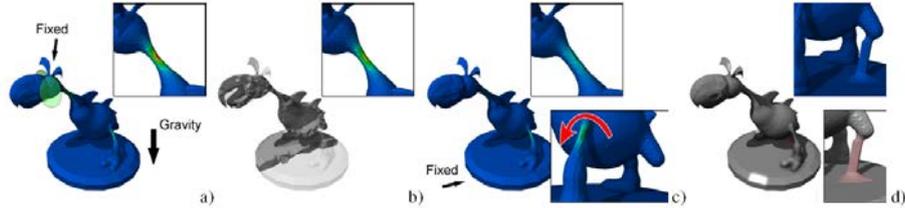


图 10 结构强度修正：内部挖空、局部加厚以及添加支撑^[67]

Zhou等^[68]则对数字模型中可能存在的脆弱区域进行了更为全面的分析。与给定某些特定的荷载不同，该方法分析通过模态分析检测模型在所有可能受力情形下的最不利荷载，进而识别出模型中最易发生较大应力或形变的区域（如图11），为模型结构的整体优化提供了更为明确的指导。

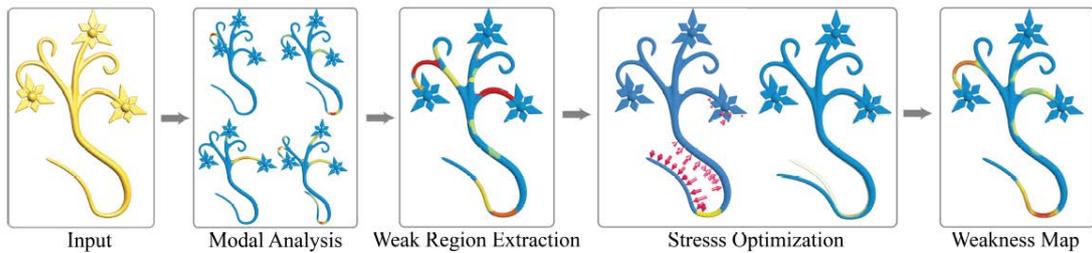


图 11 脆弱区域检测流程^[68]

打印模型稳定状态的保持也是一个重要的实际问题。由于数字模型在设计时没有考虑重力、结构平衡等问题，打印物体往往无法以用户期望的方式站立或平衡。Prévost等^[70]提出了一种对模型进行交互式修改的方法，通过在模型内部挖空以及对模型进行局部的变形以改变模型的重心位置，使打印模型最终能够在没有支架或底座的情况下，以指定的方式站立或悬挂，如图12(a)。

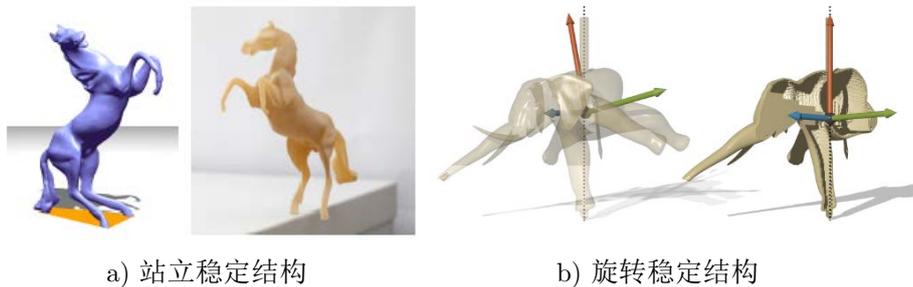


图 12 稳定结构优化

Bächer等^[71]则通过在模型内部挖空、局部变形以及使用多种材料的方式，优化模型的质量分布，使得打印物体能够像陀螺或悠悠球一样，以用户指定的转轴平稳旋转，如图12(b)。

Yamanaka等^[72]在模型内部定义一个密度场，通过对其分布进行优化使得模型的质量分布满足应用需求，最后将其转化成某种可打印结构进行实际打印。

Musialski等^[73]将模型内部挖空，然后对模型外表面进行平移形成一个外壳，并根据应用需求优化平移曲面与原始表面之间的厚度。该方法适用于多种应用需求，平衡、站立、旋转等物理约束均可作为优化目标的特例，具有较强的拓展性。图13为其优化结果与打印模型示例。

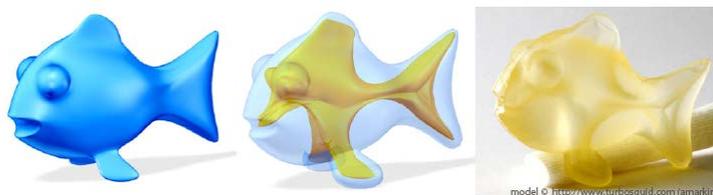


图 13 表面厚度优化^[73]：输入模型、优化结果及打印模型

大部分3D打印机使用一种（或少数几种）材料，这使得打印出的物体往往只有单调的弹性性质。Schumacher等^[74]提出一种使用微结构来近似具有不同弹性性质材料的方法，通过优化微结构的形状和分布，能够使得打印模型的弹性性质有较大的变化范围，更为真实地模拟现实物体，如图14所示。



图 14 微结构模拟多种弹性材料性质^[74]

为了让不具备专业知识的广大用户能够自由设计出满足包括可打印性在内的各种约束条件的模型，Shugrina等^[75]将带有一组参数的设计模型抽象为少量的用户可调参数，并将这些用户参数限制在可行范围。通过在设计空间的预计算和采样，该方法能够在用户使用时对设计的可行性进行快速评估，保证用户设计的正确性，大大降低了设计门槛。

2.5 定制化几何设计与处理

3D打印在定制化几何设计与处理上具有天然的优势，在医疗、教育、娱乐等各个领域方面有广泛的应用。

2.5.1 面向医疗应用的定制

与传统制造相比，3D打印有定制化程度高、成本低、制造周期短等优势，在医疗上的应用覆盖了医疗模型、手术导板、康复器械、金属植入物、药物、组织与器官、口腔、手术器械制造等各个方面。3D打

印康复器械在贫困不发达地区的优势非常明显，这些地区缺少医疗相关配套产业，采用3D打印进行义肢与骨骼夹板的定制成本低，易于普及。多伦多大学的研究人员携手欧特克 (Autodesk) 及CBM Canada，利用3D打印为发展中国家的病患（如乌干达）快速打印出价廉、易定制的义肢接受腔。美国的Not Impossible Labs将3D打印机运送到苏丹等残肢人群较多的战乱地区，并培训当地人操作机器设备、为病人打印定制义肢。3D打印技术在制药上的应用，可以实现包括药物活性成分、剂量、形状等的个性化定制，并且可以通过定制药物的特殊微观结构，改善药物的释放行为，从而提高疗效并降低副作用。2015年，美国食品药品监督管理局(FDA)已在全球批准首款完全用3D打印制作的药片，这款名为Spritam的药物由Aprecia制药公司的ZipDose技术制备,其内部为多孔结构，能够在少量的水中迅速崩解成高剂量的药物，用于治疗癫痫症，给发病时的患者带来了极大的方便。另外，格拉斯哥大学化学家Lee Cronin在一场TED演讲上Cronin描述了一台能够大量生产复方药的3D打印机。病人们只要凭电子处方，登陆相应的网上药店，购买相应的设计图及化学墨水，就能够自己在家打印出药物来。Cronin据此预言未来人们去买的也许不再是药物，而是相应的设计图或APP。美国华盛顿州立大学Susmita Bose教授采用相互连接的大孔多孔结构，以磷酸三钙为主要材料3D打印出骨骼支架，通过这样的方式将带有骨生长因子的骨支架植入人体，新的骨组织在宿主组织与多孔骨支架中生长，能够获得更好的结构性能，从而加速骨骼愈合^[76]。

2.5.2 面向光影与声音效果的定制

对于真实光照效果的模拟是计算机图形学中的一个重要问题，近几年在3D打印的背景下，如何通过控制物体的形状或结构来得到一定的光照效果成为了一个研究热点。焦散现象是指当光线穿过一个透明物体时，由于对象表面的不平整，使得光线折射并没有平行发生，出现漫折射，投影表面出现光子分散所呈现的效果。研究者们通过计算透明物体的表面几何结构来调制光线的反射与折射，从而得到预期的焦散效果图像^[77~80]。Pereira等^[81]提出一种光在固体物体中的传播控制算法，使用多材料3D打印制造具有嵌入式光纤的物体，利用全内反射来引导光在两个任意曲面之间的路径。这一算法通过最小化光纤的曲率与最优化多条光纤的布局还优化光线的传播，可应用于任意曲面形状上的显示。

类似地，采用3D打印技术也可以来定制得到声音效果。Bharaaj等^[82]提出了一种钟琴的优化设计算法，自动优化任意二维和三维形状，并通过变形、穿孔等方式，使得这些乐器被敲击时能匹配用户提供的频率和幅度谱产生的声音。通过拉丁补采样算法在能量优化中加速寻找极小值的过程，并确定能量分布探索的概率范围。这一方法可以用来生产性能近似于专业制造的乐器，同时也拓宽了这些乐器能够产生的形状和声音，例如单个物体产生和弦的种类。最近，哥伦比亚大学的Li等^[83]提出一种可以自动设计复杂几何形状的声学滤波器的方法，其应用涵盖了消声器的设计、管乐器的原型设计、以及使用日常物品进行声学加密。

2.5.3 面向娱乐与时尚等应用的定制

玩具制造是3D打印定制一个极具潜力的发展方向，传统玩具制造业特点是流水线式批量生产，而随着3D打印技术与产业的逐渐成熟，人们开始尝试将3D打印技术运用在玩具制造上，由此玩具定制也开始出现。Bächer等^[71]提出一种将任意三维模型定制为可旋转陀螺或悠悠球的方法。用户提供一个三维模型并指定一个旋转的轴，该方法通过改变模型内部的质量分布，使得主方向的惯性矩与目标旋转平面相匹配。对于模型内部进行挖空操作，并采用适应的多分辨率体素化（八叉树）迭代填充部

分区域，在内部挖空无法满足条件的情况下，采用局部变形与多种材料打印的补充方式。基于内部挖空的思路，Wang等^[84]提出了一种对于给定三维模型生成漂浮物体的设计方法，即通过挖空来控制物体的质量分布，从而使优化得到的模型满足用户要求的吃水高度与浮动朝向。Umetani等^[85]提出了一种交互技术，用于设计无动力的滑翔飞机。他们通过摄像机和采集系统收集滑翔机的飞翔轨迹，获得机翼形状和机翼受力之间的非线性关系，建立数据集。并用这些数据模拟滑翔机在真实环境条件下的空气动力学表现。同时他们设计出了一个交互设计工具使得用户能够设定机翼的外形。最后通过3D打印技术将设计完成的滑翔机精确地制造出来。Sun等^[86]则提出了一种对于给定三维模型生成其形状的魔方的设计计算方法，即用户给定一个三维模型和指定的旋转轴，算法自动计算出其它合适的非闭塞旋转轴，根据这些旋转轴切割模型并做必要的变形，使模型不会出现碰撞，并生成可打印的内部扭转机构。

在时尚领域，3D打印也屡见身影。Iarussi等^[87]提出了一个利用绕丝来创建复杂形状饰品的设计计算工具，主要解决创建二维绕丝饰品的两个主要挑战：如何将输入的图形分解为一组金属丝，如何将金属丝弯曲成给定的形状。论文的贡献在于基于审美与制造方面的约束和分解段数较小这一目标，将图形分解这一问题描述为一个带约束的图标注问题，并用随机优化的方法求解。在分解的基础上，系统生成一个3D打印定制的支撑结构或夹具，辅助用户将金属丝弯曲加工成合适的形状，算法过程如图15。

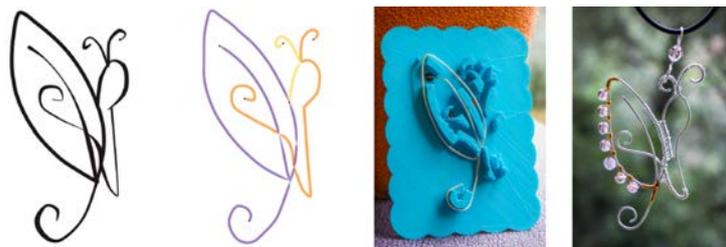


图 15 金属绕丝饰品定制^[87]

软性3D打印材料的出现使得气球这种能发生形变的玩具能够进入3D打印定制的范畴。Skouras等^[88]提出了一种定制橡胶气球的自动设计方法，即给定一个目标模型，将弹性薄膜膨胀的物理模拟和约束优化算法结合起来，优化求解出一个在膨胀后与目标模型尽可能接近的气球皮。为了使制作更为简单，他们进一步提出了一种交互工具来设计充气式结构^[89]，用户提供一个目标模型，并给定一个切割线的草图表示边界。他们的工具将扁平面片计算合成为充气结构，使其与目标模型尽可能相似。分割出的面片能组装成一个实体。Garg等^[90]则提出了一种方法来设计互相编织而成网格构成的自由形态表面，比如金属丝网格。他们将金属丝的材料属性映射在了切比雪夫网几何模型上。

考虑到打印物体功能性的三维模型定制也具有重要的意义，如Koyama等^[91]提出了一种快速设计两个对象的可3D打印连接器的自动化方法。对于输入的两个需要连接的数字模型，首先进行定位和定向，并注明一些辅助信息，比如重量、尺寸、自由度、不允许被覆盖的区域等，这一方法会生成几种连接这两个物体的设计，用户可从中选择一款看起来最好或者最能满足他们的需要的设计。这一连接器最重要的是其两端的固定装置的设计。目前该系统能够生成两种类型的固定装置。一种类型是针对具有标准形状的物体，比如管道和平面等；另一种类型则针对无规则外形的物体。这种类型的固定装置通常需要对外形进行几何分析，从而生成外壳状的固定装置，具体来说，首先在模型表面选择对称的种子点，然后通过迭代扩大在表面的壳的面积，直到模型上接触点的数量能够满足一定的固定能力和

把握能力。图16分别展示了汽车面板的手机托架与椅子扶手上的杯子托架设计。



图 16 可打印的连接器设计 [91]

2.6 3D打印物体外观的处理与优化

在图形学研究领域多年的高速发展中，物体表面外观的处理一直是真实感绘制技术中的核心问题。在此期间，图形学社区的不懈努力催生出了许多卓有成效的绘制模型，这些模型各有其特点和适用范围，以满足不同应用的限制条件和绘制需求。随着3D打印技术的逐步流行，可打印物体的几何复杂性有了明显的提升。然而其中的一大问题在于，所打印物体的表面光学特性仍然受制于3D打印过程中使用的有限材料，这显然无法适应人们对物体丰富外观的普遍需求。在此前提下，图形学社区近年来针对3D打印物体的外观处理与优化展开了不少有益的探索，致力于将绘制理论中发展起来的各种模型和方法应用于3D打印，其中涉及到打印材料的外观模拟、测量以及合成优化等技术。

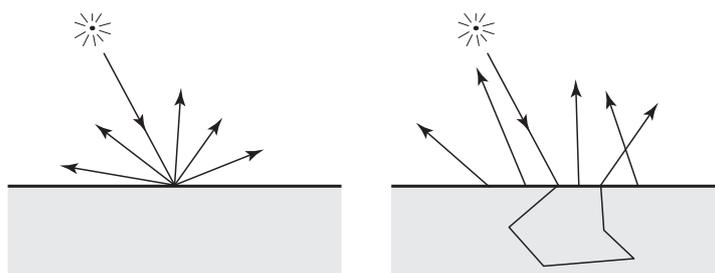


图 17 BRDF (左) 与BSSRDF (右) 模型 [92]

在绘制技术中，双向反射分布函数^[93] (Bidirectional Reflectance Distribution Function, 简称BRDF) 是一个4D函数，它在表面某一点处的入射光和出射光方向之间建立了一个关联关系 (如图17左)，常用于描述不透明物体表面的反射性质。自2009年以来，科研人员开始寻求利用各类制造技术对不透明物体表面的反射效果 (即不同位置的BRDF) 进行定制。Weyrich等^[94] 首先提出在实体表面加工微小面来定制物体表面的反射性质。他们认识到表面的复杂反射往往由小尺度表面几何的联合效应决定，因此设计了一种方法来计算和制造表面的微小面结构，以满足用户指定的表面反射性质。他们首先将指定的镜面高光性质通过半角分布转换为一个微几何面的法向分布，然后通过一系列的低差异采样和模拟退火优化计算出相应的微几何面连续高度场模型，最后用数控制造方式进行加工，得到具有所需表面反射性质的实体。由于反射模型和制造方式的限制，此方法所得结果的外观分辨率较低。Matusik等^[95] 在同一年提出了另一种方法，使用此方法可在桌面级热敏打印机 (ALPS MD-5500) 上打印出具有不同反射性质 (包括光滑、磨砂甚至金属质感) 的表面，有效扩展了以往只能处理各种颜色 (或灰度) 的平面打印技术。他们首先从给定的空间变化BRDF (可来自计算机模拟或实际测量数据) 出发，通过色域映射将其投影到一个由所有可打印材料的BRDF所展开的空间中，然后基于投影结果中各种基元

材料的连续权重来生成离散的半调样式进行近似。Malzbender等^[96]则提出了一种表面反射性质的打印方法，可以打印出外观随光照方向（按照指定要求）进行变化的物体，对反射性质的控制能力相比先前的工作更强。这个方法利用了一种特殊的纸张，其表面上有呈六边形阵列分布的微小球形凹陷，因此光照方向不同时镜面反射的位置也不同。他们在纸张表面覆盖一层薄膜，并根据所需反射特性在薄膜上的特定位置打印不透明材料作为蒙版，用以在不同的光照条件下屏蔽各种不需要的镜面反射光，由此得到不同光照条件下迥异的外观呈现。此工作的限制在于视点不能有大的变化。Levin等^[97]提出了一种更高精度的表面反射定制方法，基于此方法制造的反射表面在空间变化上可具有220dpi的分辨率，相比之前的方法有数量级的提升。由于先前的结果一方面受限于使用的表面加工技术，另一方面受限于纯几何光学模型的工作尺度（未考虑干涉、衍射等因素），因此这个方法使用微光刻技术进行表面加工，并结合波动光学的微观波效应对表面的反射性质进行设计。此工作的限制在于微光刻技术只能加工平面而无法适用于任意几何形状。



图 18 对比：硅胶仿制材料（左）与天然半透明材料（右）^[98]

双向表面散射反射分布函数^[93] (Bidirectional Surface Scattering Reflectance Distribution Function, 简称BSSRDF) 是一个8D函数。如图17右，它刻画了表面某一点处某一个方向的入射光与表面另一点处某一个方向的出射光之间的关联关系，常用于描述（半）透明物体表面的反射性质。前述BRDF实际上是BSSRDF的一个近似表示，与BRDF相比，BSSRDF依赖于入射点和出射点的位置，隐含了（反射表面下）物体内部复杂的光路传递信息，因此能够有效表达半透明材料中的次表面散射行为。由于现实世界中诸如皮肤、牛奶、蜡、大理石等半透明材料的普遍存在，如何通过3D打印等制造手段准确地复制出这些天然半透明材料的次表面散射效果引起了图形学社区的关注。Hašan等^[98]提出了一种基于复合材料的BSSRDF设计方法。他们首先对Objet Connex系列多材料3D打印机的几种基本材料进行散射属性的测量（包括反射和透射两部分），得到相应的BSSRDF描述。然后，他们设计了一种针对多层复合材料的次表面散射属性的正向模拟方法，并基于此对复合材料的各层材料种类和高度进行优化，使得复合结果的BSSRDF尽量接近指定的目标材料属性。最后，使用多材料3D打印机制造出复合材料实体。这个工作同时支持同质材料和异质材料的设计，但由于可用基本材料过少，导致其能合成的半透明属性较为有限。Papas等^[99]则提出了一种基于硅胶与颜料混合的同质合成材料设计方法。他们首先将各种不同颜料与基本硅胶材料进行融合，并测量了其合成结果的外观属性用以构建一个材料数据库。然后，基于这个数据库对各种基本颜料的混合浓度进行优化，使其与硅胶混合结果的次表面散射外观尽量接近所指定的目标材料属性，这其中包含了全局颜料参数估算和局部颜料参数的

迭代式估算，确保优化结果具有良好的近似性。如图18，优化后的合成材料能够较好地逼近多种天然半透明物体（如牛奶、肥皂等）的外观。这个工作为人工半透明合成材料提供了更丰富的选择，但其只考虑同质材料，且在处理高吸收性材料时不够精确。

目前，大部分的桌面级3D打印机仅支持打印单色的几何模型，尽管多材料高端打印机能够支持彩色模型的打印，然而相对平面打印技术其色彩选择有限且价格高昂，对外观的控制不够丰富。因此，如何对现有单色实体模型（3D打印或其他制造方式）进行上色有重要的现实意义。本质上，这需要一种能在物理世界中精确地将任意彩色纹理转移到复杂几何物体之上的技术。Panozzo等^[100]提出了一种利用水转印技术的物理纹理贴图方法。他们对物体沉浸过程中高分子膜的形变进行准静态仿真，基于变形结果逆向确定纹理在膜上的打印位置，使得纹理在沉浸过程中能准确到达物体表面相应的位置。这个方法受限于沉浸角度，无法处理非常复杂的几何形体，且膜与物体之间的相互定位仍不够精准。Schüller等^[101]则提出了一种基于热塑成型技术进行物理纹理贴图的方法。他们对塑料片在抬升模具以及抽真空的过程中产生的形变进行仿真，并根据形变结果计算出塑料片上的纹理位置，使每一个纹理像素点在热塑成型过程之后准确到达目标位置。在此方法中，模具和纹理塑料片之间的相互定位仍需要人工介入，精度会受到一定影响。

2.7 机构设计

2.7.1 3D打印机的机构设计

Pan等^[102]提出了在几分钟内快速3D打印的方法和机构设计，该直接数字制造（Direct digital manufacturing, DDM）过程比其它目前可行的数字制造过程快一个数量级。Pan等研究了一种基于数字微镜器件（DMD）面加工方式的制造速度，DMD是微机电系统（MEMS）设备，可以同时控制100万个小镜子，打开或关闭一个像素超过5千赫。使用这种技术，一个光投影装置可以将一个动态定义的掩膜图像投射到树脂表面，以选择性地将液态树脂固化到制造物体的层中。该过程通过面光源选择性固化改进了传统基于激光的SLA制造过程点光源选择性固化带来的速度问题。

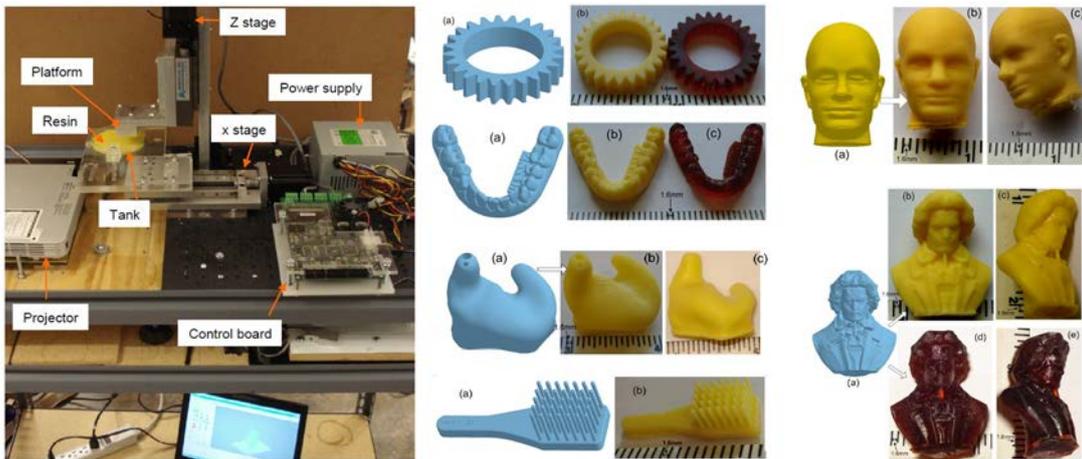


图 19 3D打印机机构原型系统及部分实验结果^[102]

在MIP-SL过程中，首先使用一组平行的平面切开输入的三维CAD模型，每一个薄片被转换成二维掩膜图像，掩膜图像将被发送到DMD投射到光敏树脂表面，选择性固化液态树脂形成相关形

状。通过重复上述过程，三维物体以层式累积的方式生成。Pan等针对提出的MIP-SL过程设计了自底向上的投影系统双向运动设计。在自底向上的投影系统中，即使通过聚二甲基硅氧烷（PDMS）膜能够降低固化部件与树脂槽分离力，仍然具有以下问题：

- 随着Z轴导轨的上升，分离力逐渐增大。固化层与PDMS膜分离后，分离力迅速从峰值降低到0；
- 由于PDMS膜的柔韧性，在移动距离小于 $200\mu m$ 的范围内，拉力是相当小的；
- 当相同的掩膜图像被曝光时，曝光时间越长，拉力峰值越大；
- 当一个较大的图像区域被曝光时，拉力峰值会变大；
- 图像形状对拉力峰值有较为复杂的影响。此外，它们的影响可能与曝光时间和投影面积相互作用；
- 有PDMS膜涂层的树脂槽，分离力仍然是相当大的（对于曝光时间1s的图像面积 $625mm^2$ ，分离力为 $100oz$ 或者 $27.8N$ ）。

为此，Pan等提出了双向运动设计解决了分离力过大的挑战，当掩膜图像在液体槽底部曝光固化一层时，该平台向上移动一层厚度（如 $50\mu m$ ）。此时PDMS膜上与固化形状相关的区域将被吸引力向上拉升，由于PDMS膜的超弹性，拉力很小。注意，此时固化层和PDMS膜之间无液态树脂。之后树脂液体槽沿着X轴方向移动一定的距离 δx ，由于PDMS材料会在膜附近形成一个非常薄的氧辅助抑制层（ $2.5\mu m$ ），可以提供一个非聚合润滑层，方便表面的滑动。如果移动距离足够大（如大于固化层在x轴的最大范围），被提拉的PDMS膜弹性将被滑动所释放，因此液态树脂会在X轴运动结束时填充固化层和PDMS膜之间的间隙。Pan等提出的3D打印机机构和部分实验结果如图 19。

2.7.2 3D打印模型的机构设计

Coros等^[105]研究了机械角色运动机构，提出了一种交互式机械玩具设计系统。该系统的输入为一个带有关节的机械角色，用户迭代式地给定该机械角色若干部位的一组动画曲线，系统通过分析用户输入的运动轨迹曲线，从以齿轮和连杆为主的部件库中选择合适的部件（如图 20）。通过缩放、平移、旋转操作使得选择的部件组合对应的运动轨迹曲线与用户输入的运动轨迹曲线尽可能地匹配，并且还通过如下目标函数：

$$F = \frac{1}{2} \int_{t=0}^1 (x(p, s_t) - \hat{x}_t)^T (x(p, s_t) - \hat{x}_t) dt$$

来优化机构运动实际曲线与所给运动曲线之间的相似程度。其中 $x(p, s_t)$ 和 \hat{x}_t 表示 t 时刻同一标记点在实际曲线与目标曲线的位置。

该系统生成的机械结构可以通过3D打印快速制造出来。对于3D打印而言，该系统生成的机构具有以下两大优势：1. 该系统生成的部件大多具有层式结构，能够很方便地一个一个打印出来并拼接在一起；2. 这种层式结构可以很容易地使用激光切割或*Shapeways*等方式制造出来。

Ceylan等^[106]研究了基于视频输入的机械机器人设计。该系统通过用户输入的一个关节链式角色的动画视频序列，从包含四连杆机构、皮带轮、摇摆部件和锥形轮的部件库中选取进行组合，优化机构运动轨迹尽可能与用户输入的关节链的运动轨迹一致（如图 21）。为了实现上述优化，作者通过近似优化每一根骨骼所在的关节角度。Thomaszewski等^[107]和Megaro等^[108]提出了设计和优化关节机器人的运动的方法。

魔方是（Rubik's cube）是一种风靡全球的益智玩具，人们可以通过旋转魔方的面实现不同的颜色组合。Sun等^[86]受此启发，在学术界首先提出了一种能让普通用户创建复杂“魔方结构”的算法。即

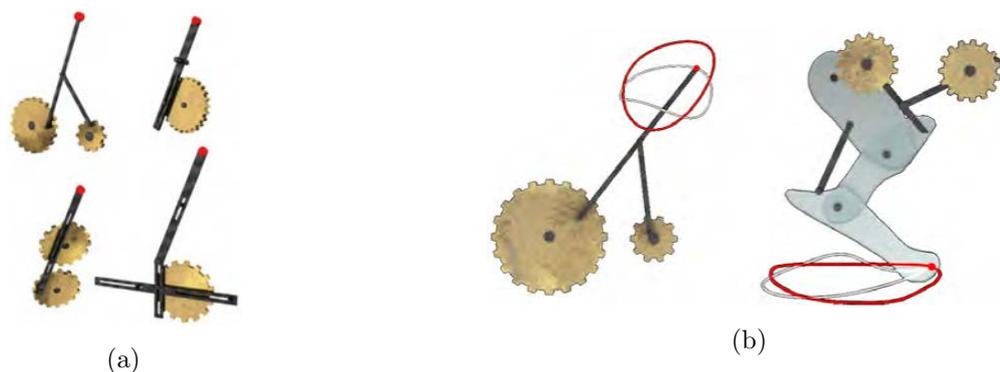


图 20 (a)用以组合驱动玩具运动的的部件库 (b)系统生成的运动曲线(灰色)尽可能地匹配用户输入的运动曲线(红色) [105]

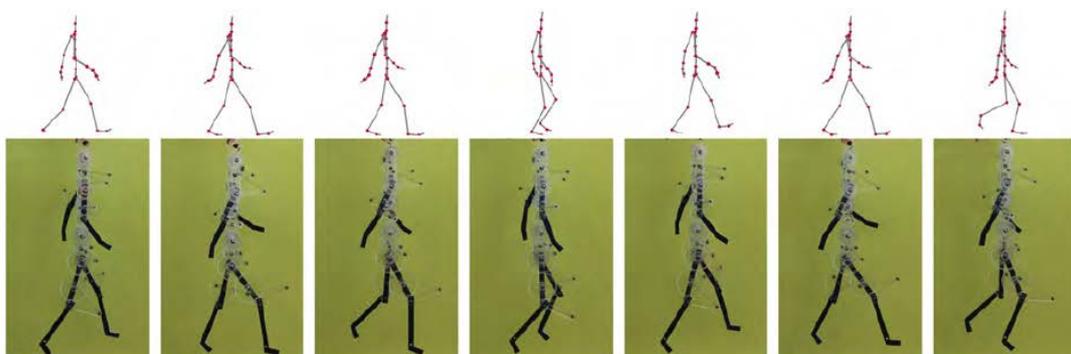


图 21 能够自动地完成与用户输入运动(上方行)近似的机械设计(下方行)的系统 [106]

普通用户向系统输入一个三维模型和一部分旋转轴，系统能够自动地生成无阻塞（即不会因为旋转运动导致阻塞）的旋转链式结构。

该系统使用模拟退火算法在用户输入的三维模型内部生成一个尽可能大的Jaap's球，模拟退火优化的目标函数为：

$$c = \arg \max_{p \in \text{int}(S)} (\min_{q \in S} \|p - q\|)$$

其中 S 为三维模型的曲面， $\text{int}(S)$ 为 S 的外部区域，算法的起始点为 S 的重心，Jaap's球的半径为 $\min_{q \in S} \|c - q\|$ 。用户通过图形界面能够指定穿过三维模型和Jaap's球的切平面，这些切平面能够确定旋转轴的子集，但常常这些子集会存在阻塞。该系统能够调整用户指定的切平面，添加其它的旋转轴生成无阻塞的块。如果系统为避免阻塞生成的切分造成碰撞问题，将使用标准拉普拉斯网格变形方法来降低碰撞概率。完成上述所有步骤后，系统使用构造实体几何（Constructive solid geometry, CSG）的方法在每一块的内部生成旋转轴机构。

Zhou等 [103]将一个物体分解为若干块，相邻块之间通过铰链结构相连，使得物体通过子块的转动能够变为一个立方体形状。Luo等 [104]通过乐高积木来构建具有三维空间形状。



图 22 自动生成的“可拧” Armadillo模型 [86]

3 国内研究进展

3.1 3D打印引擎中的几何处理

3.1.1 模型切片计算方法

Zeng等^[109]提出了一种基于自适应分层深度法向图 (Layer Depth Normal Image, LDNI) 的高效切片算法。LDNI是分层深度图 (Layer Depth Image, LDN) 的扩展, 在LDN的基础上为每个采样交点分配一个单位法向量。该算法以构造实体几何 (Constructive Solid Geometry, CSG) 模型为输入数据, 将每个构造实体的节点转化为LDNI实体, 每个LDNI实体为一组点云数据, 并针对节点的布尔运算转化为针对点云的布尔运算。然后, 针对布尔运算后的LDNI数据实施预定义的3条规则, 以高效的形成环以构造切片。该算法的有点在于通过构造LDNI可使模型表示简单和鲁棒, 适用于任意复杂度的模型表示, 整个切片过程针对点云计算, 非常高效。但由于该算法采用等高的切片方式, 所以不适用于表示低于层高的尖锐特征。在此基础上, Qi等^[110]提出了一种基于面元网格 (Surfel-Grid) 的鲁棒切片算法。该算法构造了由面元和网格组成的表示结构, 网格为在切片平面内两组正交射线, 面元为位于网格上带有法向的采样点。首先通过将STL模型转化为逐层的面元网格表示方式, 然后针对每层面元网格结构计算闭环以获得切片。与Zeng等^[109]提出的算法相比, 该算法使用二维形式的Marching Cubes算法进行维度采样, 以此可以保证尖锐特征可以通过面元的法向完成构造; 同时利用网格结构的有效性判别, 有效提升了面元网格相邻网格的判定速度, 提升了逐层闭环的计算速度。

Zhang等^[111]提出了一种针对百万面片级的高精度STL模型的高效切片算法。该算法由搜索与切片平面内相交的面片及搜索与面片相交的切片平面两个基础部分组成, 通过优化求交数据结构建高效的切片算法。该算法最大的有点在于, 可以自动识别切片的内环和外环, 适用于复杂模型的切片。

Huang等^[45]提出了一种针对直接隐式实体的高效和鲁棒的切片算法。针对部分算法通过追踪相交线段拓扑结构重构切片轮廓不稳定的问题, 该算法通过利用给定实体的二值图采样来构造稳定拓扑结构的轮廓, 并提出以几何容差控制的保持拓扑结构的轮廓简化算法以简化轮廓表示。所构造的切片轮廓保无自交且具有正确的拓扑结构, 其采用的容差控制方式使算法在精度与效率间有所均衡。

Wang等^[112]提出了一种基于保持模型关键特征的切片优化算法。通过定义新的模型关键特征度量, 在优化切片厚度以减少打印时间的同时, 保持了打印后的视觉质量。定义约束优化问题并且使用两步优化机制计算切片结果, 为了进一步减少打印时间。Wang等还建立了基于模型关键特征的分割机制, 通过将模型分割为多个部分并对这些部分分别进行切片。经过实验证明, 在保持与最高精度打印模型无视觉差别的前提下, 该算法可以节约30%至40%的打印时间。

巢海远等^[113]提出了一种对带有边界的非封闭STL模型进行切片处理的算法。该算法首先通过边界判断规则提取出所有边界边。在分层切片时利用拓扑信息的关联关系、各点 z 坐标的最大值、最小值和切片精度，反求与该三角面片相交的各切片平面，并计算交点。然后，按层存储各个三角形的所有相交片段。依据三角面片的索引号，遍历相交片段集合，依次连接交点成为切片轮廓线。李娜等^[114]则通过NU RBS曲线拟合来提高边界轮廓的精确度，进而优化打印方向，提高打印速度。

3.1.2 打印路径规划方法

3D打印路径规划方面的工作国内也有不少^[41]。Jin等^[42]为了改善平行扫描路径规划技术的精确度，提出了针对挤出式3D打印的平行打印的路径生成算法。该算法首先根据平行路径中尖锐转角计算参考线倾角，然后通过结构拆分进行扫描线路径填充，最后通过路径连接生成最终结构。实验证明该算法能够提升打印的质量与效率。在此框架内，Jin等^[115]还提出了采用自适应间隔的路径规划技术。该算法首先对使用固定间隔的平行路径的打印进行了理论和实验分析，通过自适应的间隔距离，针对其存在大量毛刺路径、尖锐转角及欠填充或过填充问题进行了优化。

Yang等^[116]还提出了一种针对可弯曲狭长结构的波浪形路径规划算法。相比于之字形路径规划，该算法在狭长区域的内部使用了波浪形的结构代替之字形的弯折，解决了之字形路径结构在弯曲过程中受力形变的问题。实验结果证明了波浪形的路径规划结构在弯曲强度上比之字形结构强6%，制造时间缩短23%，重量轻17%。该路径规划算法主要用于构造3D打印的踝足矫形器。巢海远等^[113]提出了一种对带有边界的非封闭STL模型进行打印路径规划的算法。该算法设法减少空行程，从而提高打印效率。不过，该算法还需要进一步测试其鲁棒性，尤其是对于边界比较复杂的模型，需要进一步验证。

Zhao等^[117]提出了连接Fermat螺旋线的连续路径优化技术。现有的Peano或Hilbert曲线的空间填充技术着重于局部的保持的，但连接Fermat螺旋线由较长的且低曲率的路径组成，这种几何属性使其对于切片打印有更高的效率和精度。对于给定的二维切片，该算法首先将其分解为若干个子区域，并对每个子区域使用连续的Fermat螺旋线填充。该算法保持每个Fermat螺旋线填充的起点和终点在填充区域边界近似相等的位置。这个特殊的属性使每个Fermat螺旋线填充通过对分割区域的图遍历自动连接，因此形成全局上连续的曲线路径。使用该路径进行打印可有效的提升效率和质量，如图 23所示。

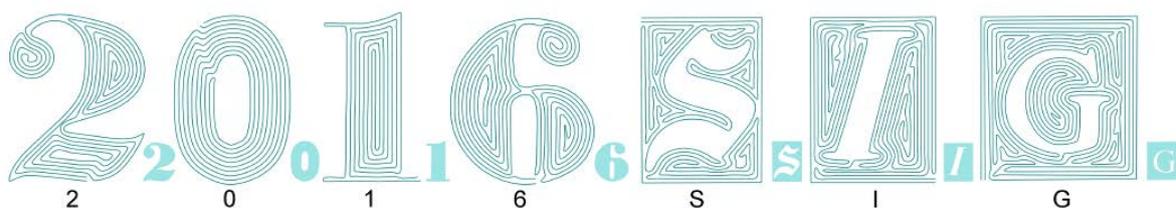


图 23 使用Fermat螺旋线填充2D连通区域，生成连续的打印路径^[117]

3.2 3D打印约束的几何处理

根据引言的分析，大部分三维模型，尤其是复杂物体的三维模型，并未考虑到3D打印的具体需求和约束，直接输出到3D打印机会导致各种问题。为了更好地满足3D打印的特殊需求，需要对三维模型进行特殊的几何处理。下文将介绍3D打印约束的几何处理在国内的相关工作。

3.2.1 大尺寸模型的分割处理

3D打印可以制造出各种形状复杂的物体，然而，3D打印机打印尺寸有限，无法直接打印体积较大的物体。将大物体分割打印是可行的解决方案，近几年国内学者也有很多相关的研究。

Hao等^[118]等给出了一个基于曲率的模型分割方法，该方法首先提取出模型的特征边，并构建特征环，选择合适的特征环将原模型分解，这种分割方法前提是模型表明具有明确的特征信息，因此适用范围有限。

Hu等^[119]等提出了三维模型的金字塔分割问题并给出了近似金字塔分割算法，将金字塔分割问题转化为经典的精确覆盖问题求解，证实了该算法减少了对支撑材料的需求，并且有广泛适用性的特点（如图 24）。



图 24 近似金字塔分割^[119]

Chen等^[120]提出了面向3D打印的“分解和装箱”（Decompose-And-Pack）问题，该文设计了一种基于实体而不是外壳的分解方法，能达到全局最优解（如图 25）。



图 25 “分解和装箱”（Decompose-And-Pack）^[120]

Song等^[121]等提出了一种三维自锁模型的生成方法，将三维模型切割成互锁的部件来避免使用连接器，这种互锁结构拼装之后的模型具有较高的稳定性。

最近，Song等^[122]等提出了一种“由粗到细”（Coarse-to-Fine）的快速、廉价的分块制造大物体的方法，该方法将激光切割板块通过空间的自锁结构构成内部的凸多面体粗略表达，外部的精细表达则由多个3D打印部件贴附到内部的凸多面体上保证物体表面的细节外观（如图 26），比简单的分块打印方法节省高达60%的材料成本和制造时间，并使得制造出的物体满足所要求的连接强度、整体平衡性及可打印性。

3.2.2 便于打印的支撑结构

目前最流行和廉价的熔融沉积式（fused deposition modeling,FDM）3D打印机最经常为人诟病的缺陷之一就是支撑问题，不仅浪费材料，而且很难剥除，甚至会损坏打印好的物品。

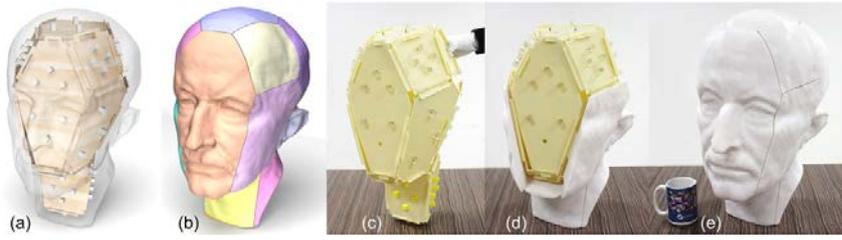


图 26 “由粗到细” (Coarse-to-Fine) 分块打印^[122]

Wang等^[125]基于钢架结构的受力分析原理,开发了一种能够智能设计出由细杆组成的自支撑结构的算法,极大地减少了支撑材料的浪费,并且非常容易剥除。陈岩等^[126]设计了一种支撑结构的可行方案,能够自动寻找支撑点并添加支撑结构杆,还调整了支撑杆的具体结构,达到稳定性更强,支撑更易剥除的效果。

Hu等^[127]提出了一种方向驱动的形状优化方法对三维模型做轻微的变形,使得支撑结构显著减少。

自支撑结构中,还有一类RF (Reciprocal Frame Structures)结构也很有价值。这种结构由一些RF单元互相搭接而成,每一个RF单元与其相邻单元相互支撑,最终整个结构在外围受到外墙、环梁或锚点的支撑而稳定成形。Song等^[128]研究了如何设计RF结构,以最简单的杆棒与RF单元为基本单元,来搭接出一个复杂的网格结构。

3.3 结构分析与基于物理性能的优化

3.3.1 面向节省材料的结构优化

为节省打印材料,受建筑工程中的桁架结构的启发,Wang等^[125]提出的一种基于“蒙皮-刚架”(Skin-Frame)的轻质结构来解决材料优化问题,如图27,这里的刚架结构(Frame)由一些杆件通过节点连接起来,形成一个空间结构。

需说明的是,这种刚架结构与建筑中常见的桁架(Truss)结构略有不同,因为前者的杆件之间是固定连接,而后者是铰接的,这使得前者较后者有更高结构稳定性能。它具有如下的优点:一、良好的受力特性。当刚架某个节点受到外力时,该点的受力能很好地通过被结构分散传播到相邻的杆件上;二、节省材料。刚架结构是由稀疏的杆件构成,结构轻便省材。

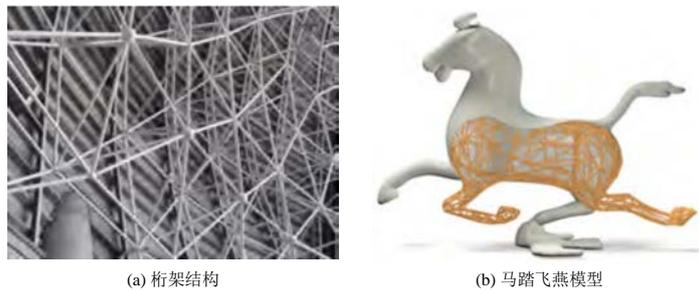


图 27 “蒙皮-刚架”轻质结构^[125]

从上述刚架结构出发,作者考虑将给定的三维模型表示成一个由外表面构成的蒙皮及其内部的

刚架结构,从而使这个蒙皮刚架结构具有较小的实体体积,同时它还具有良好的力学强度、稳定性及可打印性等。在此考虑下,问题的目标主要有两个:首先,要使整个物体的实体体积最小,也即蒙皮及刚架结构的体积和达到最小。考虑到增加蒙皮厚度会导致总体积的迅速增加,这里将蒙皮厚度作为一个常量,固定其大小为最小可打印精度。因此,需要优化的是刚架结构信息即杆件的半径、节点的位置与数量。其次,应尽可能使刚架结构中杆件与节点个数较少,避免多余的杆件及节点。据此,作者给出一种迭代优化的算法来优化这两个目标函数。该算法首先从一个随机生成的刚架结构出发,先通过拓扑优化去掉多余的杆件和节点,再通过几何优化来优化杆件和节点几何信息,最终实现刚架结构体积最小的目标。

Lu等^[129]基于蜂窝状结构(Honeycomb-cells)提出一种内部结构掏空优化方法。众所周知,蜂窝状结构既具有最优的结构布局,同时又能提供足够的强度支撑。因此,文中作者采用蜂窝状结构作为3D模型对象内部结构型式来优化模型内部空间。该方法的整体流程如图28。它首先根据3D模型的边界条件对模型进行有限元计算,得到模型的应力分布图;将应力分布图视为一种连续变化的体密度分布来反映模型不同部位的密度分布;在此基础上,根据体密度分布对模型空间进行自适应Voronoi分割,得到不同大小的Voronoi单元;最后,在每一个Voronoi单元中构建一个调和距离场函数来掏空该单元,从而实现整个模型类似于蜂窝结构的内部掏空效果。

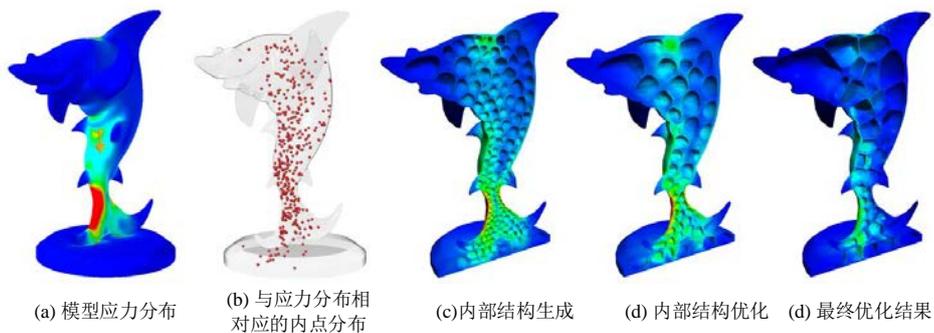


图 28 蜂窝状结构生成^[129]

受物体的中轴(Media axis)和骨架结构启发,Zhang等^[130]提出一种中轴树结构作为物体内部结构型式来达到节省材料并提高物体力学强度的目的。这种结构型式主要由三个组成部分:(1)中轴结构,它是整个结构的核心;(2)边界框架,它位于物体边界表面之下,由六边形组成;(3)一组组的连接杆件,将边界框架与中轴结构连接起来,形成一个完整的整体结构。Li等^[131]则采用多孔结构(Porous structure)来解决这一问题。他们首先根据力学分析的应力计算结果得到相应的密度分布情况,再按照这一密度分布结果通过3D隐式方法来生成相应的多孔结构。徐等^[132]提出一种面向体积极小的拓扑优化方法。

3.3.2 面向强度的结构优化

随着3D打印的普及,越来越多的个人用户会自己设计或修改3D模型。由于缺乏设计经验,最终设计的模型可能会存在结构缺陷。如何检测并修正这些结构缺陷,对于这些个人用户具有很大价值。Xie等^[135]就研究了这一问题,并给出了一个面向3D打印的模型编辑与分析系统。该系统引入骨架工具来辅助模型形状编辑,同时结合骨架来对模型进行分区,通过模型分区来有效提高模型的有限

元计算效率,使得系统有限元分析具有快速的反馈。之后,根据有限元计算结果检测出模型上的脆弱区域,以骨架为工具对这些脆弱区域进行优化加固,使其强度满足使用要求。该系统的完整流程如图 29。

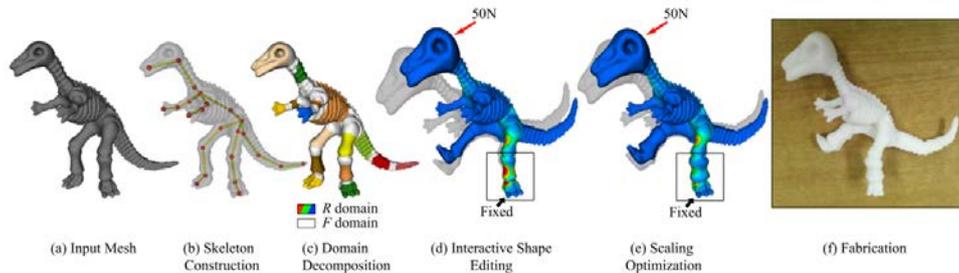


图 29 基于骨架的模型编辑与分析系统^[135]

进一步, Xu等^[133]通过物体的骨架及横截面的力学分析来分析和提高物体的强度。Wang等^[134]则给出了一种给定任何点的外力上界条件下的结构优化的方法。

3.4 面向物理性能的几何设计

变形问题也常会导致3D打印模型不能正常工作,尤其是当3D打印材料采用具有弹性变形的材料时。这时因为这些对象的外形会在外力作用下发生弹性变形,这使得其最终外形总是与所设计的形状有一定差距。为避免这种形状差距的产生,传统的解决方法是采用迭代法如牛顿-拉普森法,即通过不断的设计,再对比实际结果与目标结果找出差距,最后根据实际与目标结果间的差距再修正设计,这样反复迭代最终完成设计。这样的设计过程既繁琐,效率又低。针对上述问题, Chen等^[123]提出一种逆向弹性形状设计(Inverse Elastic Shape Design)的渐近数值方法。该方法在设计一开始时就考虑物体在受力后的弹性变形,并将这一变形结果再反作用于物体的初始形状,得到期望的设计形状。它根据材料特性得到材料的力学变形模型,在此基础上将对象的受力变形作为一个设计参数来考虑,进行弹性对象外形设计。

在柔性体快速仿真上,浙江大学黄劲等从理论上修正了非线性弹性力学传统旋转-应变空间仿真忽略非惯性系的离心力和科利奥利力这一缺点,有效提高了仿真质量^[124]。

针对如何在节省打印材料的同时保证模型的稳定性的问题,受建筑工程中的桁架结构的启发, Wang等^[125]提出的一种基于“蒙皮-刚架”(Skin-Frame)的轻质结构来解决材料优化问题。这里的刚架(Frame)能有效地降低打印材料成本,并使打印物体满足所要求的物理强度、受力稳定性、自平衡性及可打印性。Lu等^[129]采用蜂窝结构并以胞腔的数目和尺寸作为设计变量,对三维打印模型进行强度重量比的结构优化。

针对3D打印物体不能保持稳定状态,吴芬芬等^[136]等提出了3D打印物体的稳定平衡优化问题,该文先将物体体素化,采用逐体素的启发式挖空策略,个别地对底部小范围内修改来达到稳定平衡,多个例子证实了该方法的可行性。

3.5 定制化几何设计与处理

2015年,我国首个3D打印人体植入物——3D打印人工髌关节产品获得国家食品药品监督总局注册批准,标志着我国3D打印植入物已迈进产品化阶段。2016年6月,北京大学第三医院顺利完成了世

界首个金属3D打印定制19厘米人造脊椎的植入。上海交大九院也在骨科临床中多次采用3D打印的定制化骨骼假体植入。

定制化的手术导板在外科手术中也发挥了越来越重要的作用，根据患者的实际情况和影像学检查结果，设计并打印出手术导板，标注好需要进行操作的地方，考虑好厚度，在手术中在导板的指引下进行操作，能够大大提高手术的精准程度，也让患者避免不必要的伤害。临床案例包括第四军医大的骨肿瘤切除重建手术，华西医院的高难度颈椎外科手术等。特别的，Charlie Wang团队^[137]面向骨外科手术中的定制夹具，提出了一个能够计算稳定的骨骼接触界面的自动设计框架。对于给定的骨表面模型，计算其合适用做定制夹具接口的区域，使之可以由一个定向的夹紧力稳定地固定在骨骼上并能进行稳定分离。算法过程如图30，首先在骨骼模型上设置切口路径，然后计算稳定的接触面，并生成三维实体夹具。清华大学与美国卓克索大学合作3D打印出癌症肿瘤，以帮助人们发现新型抗癌药物以及进一步了解肿瘤如何生长扩散。CT成像以及MRI磁共振成像后打印出病人的肿瘤模型，让医生能提前充分准备、大大缩短手术时间。从此3D打印肿瘤等生物模型不再仅仅只是医学研究，更成为一项实际应用^[138]。

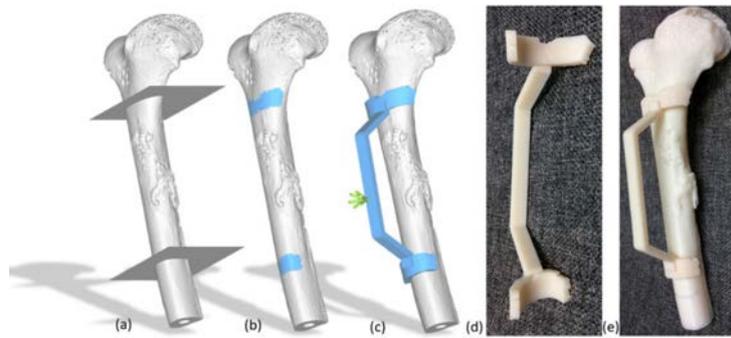


图 30 稳定的骨骼手术夹具定制^[137]

山东大学的赵海森等^[139]考虑光线介质在三维几何结构中的传播特性，提出了一种面向3D打印的半色调投影与模型生成方法，可用于进行个性化灯罩的定制。作者将传统的半色调技术应用于光线上，以光线透射形成的光斑作为显示介质，通过在模型表面上设置三维微小孔洞调制投影图像。如图31，用户给定一个灰度图像和三维模型，采用三维壳状模型并在其表面设置一组不同大小，位置和相对光源朝向角度的孔洞，分别使用扩大型孔洞和倾斜型孔洞投影表示灰度图像中较高亮度和较低亮度的区域，在可打印性的约束下优化孔洞的大小与倾斜角度以及整体分布，使光源透过这些孔洞在投影接收面上形成一幅与给定图像最相近的连续灰度图像。

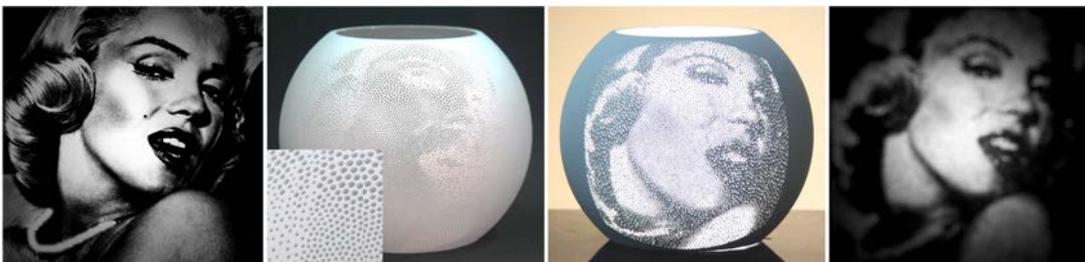


图 31 3D打印的半色调投影灯罩定制^[139]

浙江大学的赵海明等^[140]提出了一种设计个性化不倒翁的方法。不倒翁是一种历史悠久的玩具，大多数不倒翁都拥有一个半球形的底座，质量也基本集中在这个半球里。由于不倒翁重心和半球形底座的形状之间形成的平衡条件非常苛刻，因此很难将任意三维模型处理成一个不倒翁。这一方法首先优化不倒翁的上半部分得到物体重心和质量，然后计算得到底座，最后将两部分分别打印并粘合。

3.6 3D打印物体外观的处理与优化

国内的图形学研究人员在3D打印物体外观的处理与优化方面做出了不少让人印象深刻的工作。微软亚洲研究院的Dong等^[141]提出了一种打印高动态范围（High-dynamic-range，即HDR）成像图的技术，其中利用的正是打印所用材料的表面反射属性（BRDF）。不同于以往显示HDR图像的技术，他们并没有试图在一张图像中压缩原有动态范围，而是通过对打印材料的空间分布和组合进行优化，使得由基本材料混合所获得的等效空间变化BRDF能在变动的光照条件下展现出原始HDR图像的不同曝光等级效果。他们采用交替式的方法对材料组合方案和曝光等级采样进行迭代优化，然后通过打印机（HP Indigo 5500）将优化结果打印在A4大小的金属基质上，所得打印图在变化光源或转动图像方位的条件下很好地展现出了原HDR图像的动态范围。清华大学与微软亚洲研究院的Lan等^[142]则设计了一种双尺度外观打印方法。他们的方法首先用3D打印机（Objet Eden 500V）打印一个由许多微小三角形组成的几何高度场模型，然后使用平面打印机（Océ Arizona 318 GL）在每个三角形上打印不同的颜料。因此，给定的空间变化BRDF的每一点在小尺度上用一个小局部面片（由多个有向三角形组成）实现，此点的有效BRDF由面片中每个三角形的朝向和颜料本身的BRDF决定。他们采用迭代式的算法对三角形的BRDF和高度交替地进行优化，最后使用全局优化保证每个面片之间的连续性。如图32，由这个方法得到的打印结果具有丰富的外观变化，能很好地实现各向异性的BRDF。



图 32 金属外观茶壶（左）与木质外观板材（右）^[142]

在半透明物体的外观打印方面，微软亚洲研究院的Dong等^[143]提出了一个针对材料BSSRDF的制造方法。他们发现，通过组合多层具有不同光学性质的材料可以很好地逼近一个给定材料的表面外观。因此，他们设计了一个算法对合成材料的表面每一点之下的各层材料类型和厚度进行优化，使合成材料的表面外观尽量接近一个指定的次表面散射属性。这个算法同时支持同质材料和异质材料（即表面每一点的外观不同）的设计，它首先将BSSRDF分解为局部散射用以决定材料组合，然后用扩散过程来描述内部的光路传输用以确定每层材料的厚度。他们使用3D打印机（Object Eden250）和基本打印材料对多个优化结果（模拟奶酪、牛奶、蜡和三文鱼等材质）进行了验证。

在为打印物体上色方面，浙江大学的Zhang等^[144]提出了一种可计算水转印刷的方法。水转印是一种传统工业着色方法，它首先把图案打印在聚乙烯醇（PVA）膜上，然后将其置于水面并在其表面喷洒活化剂，被软化的PVA膜则会在物体浸入的过程中贴在物体表面，并随着物体浸入不断拉伸，最终将物体包裹。然而，传统水转印的物体入水多是人工操作，且PVA膜会在物体入水过程中被拉伸

扭曲,因此只能处理那些重复的、无需与物体对齐的纹理。而可计算水转印刷技术利用3D视觉系统(如图33)对入水进行精确定位,更关键的是基于非线性粘性薄膜模型对PVA膜的形变进行仿真计算,由此得到膜上的点与物体表面位置的准确映射,并反向计算出纹理的初始平面坐标。一系列的实验结果(如图33)表明,这个方法能够对多种材质物体、多种复杂曲面进行高质量的物理精确着色,且费用相比彩色3D打印要低廉许多,具有成为家用级产品的潜力。浙江大学的Zhang等^[145]在这之后又提出了一种可计算热塑成型的方法。在热塑成型工艺中,印有图案的塑料片会首先被加热软化,然后模具会被抬升顶起塑料片,接着将模具一侧抽真空,塑料片则会在大气压力的作用下被拉伸并紧贴在模具表面完成物理纹理的着色。可计算热塑成型方法将数字化模型作为模具,对真空成型进行仿真来模拟塑料片的拉伸以及与模具的接触过程,并基于形变结果计算出初始纹理坐标将其精确打印在透明塑料片之上。由于塑料片的拉伸均匀性要好于水转印膜,因此这个方法在拉伸剧烈的区域更容易保证图案的质量。



图 33 可计算水转印刷系统(左),3D打印模型转印结果(中)和日用品转印结果(右)^[144]

3.7 机构设计

3.7.1 3D打印机的机构设计

Zhao等^[146]针对传统3D打印仅能沿着同一个方向逐层累计制造物体的局限性,提出了使用计算机数值控制机床(Computer Numerically Control, CNC)的方法,使用多轴运动系统进行3D打印。这种打印方式实现了在现有模型上打印(Building-around-inserts),能够在塑料物体上灵活、高效地进行修复和修改。CNC增式制造过程同传统的CNC制造过程类似,如图34:传统CNC制造通过移动机床减去同机床接触的材料,因此对于给定的物件(W)和朝向 O_i 的机床轨迹(S_i),构造的形状(M)为 $M = W - \bigcup(T)_{S_i+O_j}$;与之相反,作者提出的CNC增式制造过程能够将材料增量式地附着在与机床接触的位置,因此其构造的形状(M)为 $M = \bigcup(T)_{S_i+O_j}$ 。

这种CNC 3D打印机构具有:(1)大大增加了机床与工件相对运动的可行性(2)液态树脂材料的供给简单明确。该团队通过修复损坏了一个齿的齿轮对提出的CNC 3D打印机构进行验证。由于工件损坏的部分通常是不平整的,需要通过3D扫描仪扫描点云并计算LDNI点云集重建网格,将重建的网格同损坏的工件对应位置进行对齐后生成轨迹进行打印。同时作者还在塑料茶壶的曲线表面上打印英文字母验证了该机构对塑料模型的可修改性。

Wu等^[147]针对目前广泛采用的DLP 3D打印方法(又称为基于掩膜图像投影的光固化成型过程, MIP-SL^[148] [149])进行创新。DLP 3D打印方法采用SLA的技术,与基于激光扫描成型的SLA 3D打印不同的是,DLP 3D打印将点光源换成面光源。待固化的液态光敏树脂置于透明的液体槽中。在一个自下而上的投影系统中,掩膜图像形状的紫外光从下而上投影到光敏树脂的底面,通过透明的液体槽将其固化。一层固化后,打印平台向上(在z轴方向垂直地)移动,在固化的模型和槽底形成一下段间隙,

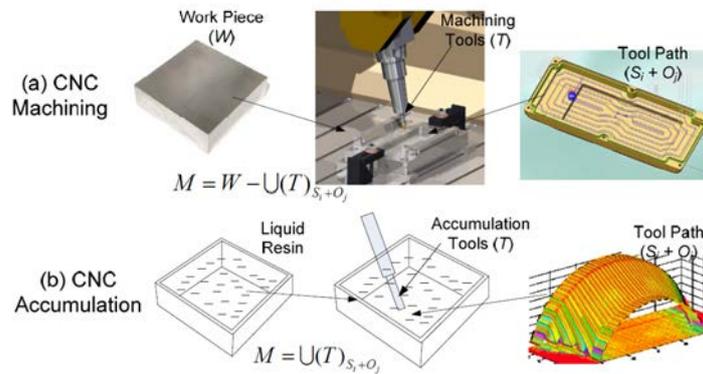


图 34 (a)传统CNC制造技术(b)CNC增式制造过程^[146]

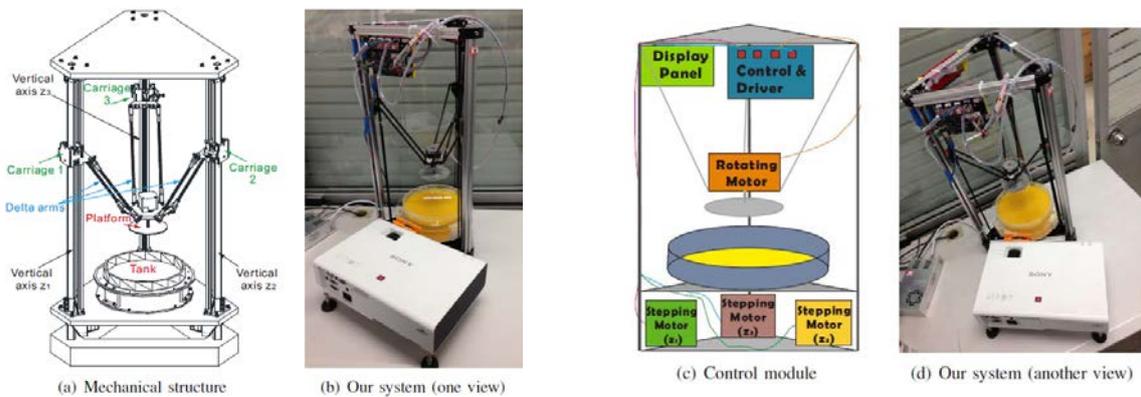


图 35 基于Delta结构的自制DLP 3D打印机^[147]

通常情况下为了防止固化的光敏树脂和槽底黏在一起，槽底使用聚二甲基硅氧烷(PDMS)作为涂层材料，在槽底和光敏树脂之间形成一层膜。掩膜图像投影和光敏树脂固化过程一层层进行，直到模型打印完成。为了保证光照强度，使液态光敏树脂充分固化，需要使用透镜将光聚集到较小的区域（如使用SONYVPLEW246投影仪时需要聚焦到 $34\text{mm} \times 34\text{mm}$ 大小）。传统DLP 3D打印系统打印平台只能在垂直方向上移动，限制了打印模型的尺寸。作者提出了在DLP 3D打印过程中的同一水平面多次投影的想法，设计并自制了基于Delta并联机器人机构的DLP 3D打印机（如图 35），这种机构能够实现打印平台的水平方向运动（平移和旋转）。为了提升打印效率，作者提出了一种简单有效的多边形最小分割近似算法对DLP 3D打印切片进行最小块数约束分割。

3.7.2 3D打印模型的机构设计

通常情况下，设计包含运动特征的三维玩具需要较高的专业背景和相关经验，不熟悉机械设计与制造的人很难胜任这项工作。Zhu等^[150]研究了自动根据三维模型的运动特征合成机械玩具(Mechanical toys)的系统。设计者只需指定模型刚性特征部分的几何时变旋转、平移属性，即可生成一个或者多个满足运动学链约束的刚性关节特征成分(feature components)。

该系统本身提供一个生成所需玩具的部件库，系统可以将分析得到的刚性关节特征转化成对应的机械装配结构，如凸轮(cams)、快速反馈结构(quick-returns)、曲柄滑块(crank-sliders)。通过这

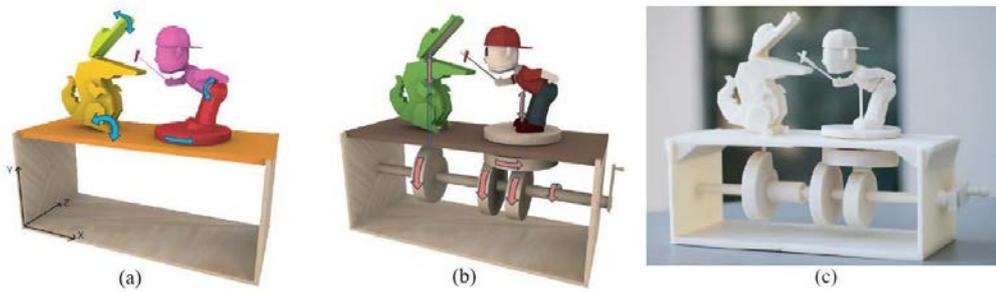


图 36 机械玩具的例子：喂鳄鱼 (a) 输入，设计师指定玩具的几何和运动特征 (b) 作者提出的系统根据 (a) 输入合成的机械装配 (c) 3D打印的结果^[150]

些部件的组合产生机构所需要的直线、摇摆和螺旋运动。为了实现令用户满意的玩具机构运动效果，作者使用模拟退火算法优化如下函数：

$$C(x) = C_a(x) + C_l(x) + C_t(x)$$

其中 $C_a(x)$ 为运动相似度，用来衡量自动生成的玩具运动与用户输入运动的相似程度， $C_l(x)$ 为机构布局质量，衡量布局是否整齐有序， $C_t(x)$ 表示机构拓扑复杂性，保证生成的机构尽量简单。该系统自动生成的玩具可以通过3D打印快速打印出来，整个系统框架大大降低了此类机械玩具从设计到生产的难度（如图 36）。

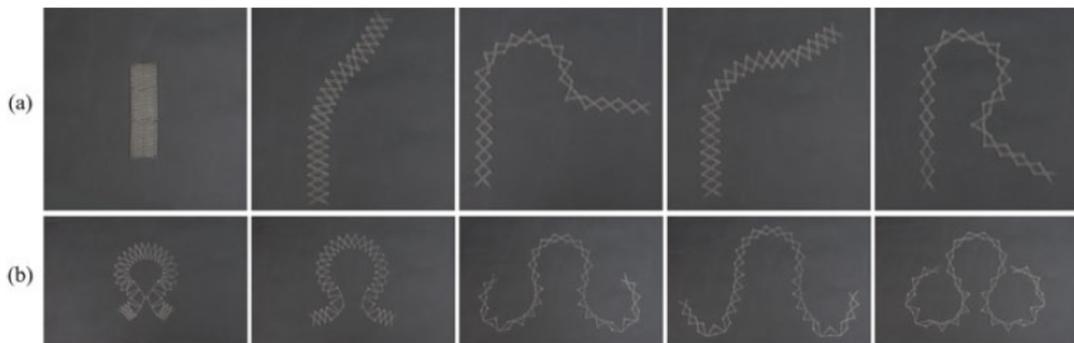


图 37 基于剪式结构的可展结构物体（由SLA型3D打印机打印），从左到右： $t = 0; t = 0.25; t = 0.5; t = 0.75$ ；(abc)三对非封闭(*non-closed*)形状的可展结构(分别为Capricorn-Libra和letters S-G) (de)两对封闭(*closed*)形状的可展结构(分别为circle-star和square-car)^[151]

可展结构 (Deployable structure) 指的是可以通过改变形状实现在收紧状态和展开状态之间切换的特殊结构。通常收紧状态物体体积很小，能够节省大量的空间，尤其在运输、存储的时候优势十分明显。展开状态指的是物体在实际使用场景下的真实状态。Zhang等^[151]利用可展结构里十分常见的剪式结构 (Scissors)，提出了一个两阶段系统，辅助用户设计平面剪式结构。该系统的第一阶段称为拓扑构造 (Topology construction)，分析给定两个不同形状的拓扑结构，决定剪式结构的单元形状和总数量。即首先将多边形分解成一系列连接的剪式片段，然后根据分解得到的剪式片段决定单元形状和总数量；第二阶段为几何优化 (Geometry optimization)，通过修正剪式单元几何结构实现最小化展

开、收紧时的连接偏差，并且最大化两个状态下的形状与给定几何形状的相似性。最后，作者用3D打印机打印了部分系统生成的剪式结构验证了该系统的有效性，如图 37。

4 国内外研究进展比较

4.1 3D打印引擎中的几何处理

4.1.1 模型切片计算方法

“阶梯效应”曾是困扰3D打印质量的一个主要因素。随着打印精度的不断提高，其对于打印精度的影响变得十分有限。但在目标精度下，由于切片数量过多，这对于切片方法与打印过程都是一种负担。因此，近几年，针对3D打印的切片算法的研究热点主要集中对于精度及速度的权衡，即根据目标模型而定的自适应切片算法。其最主要的部分就是构建资质适应的数值模型。国内外在模型切片计算方法上的研究进展相当，国内研究成果也相当优秀。

自Dolenc等^[10]提出了基于“尖高”概念的自适应切片算法。“尖高”定义表示其作为表面导数的近似简化表示，以该概念作为自适应数值判别依据衍生了多种算法。国外Sabourin等^[12,13]、Tyberg等^[15]以及Mani等^[22]等相关工作都是以其为依据来进行自适应判别。国外Siraskar等^[26]提出了基于八叉树结构的自适应切片算法。该算法将目标STL格式模型转化为改进边界的八叉树结构，通过空间细分的方式对切片进行精确表示及计算加速，但其自适应判别仍采用“尖高”的概念。“尖高”的概念本身就是对于“阶梯效应”的一种数值描述，而导致该效应本身的原因是由于三维模型的显著特征变化。因此，出现了多种描述显著特征的判别依据。国外Zhao等^[23]使用基于相邻切片层面积导数作为判别，其可以作为“尖高”的一般变化。Hayasi等^[24]提出了针对CAD模型特征的自适应切片算法。通过综合考虑相邻区域变化和初始切片的轮廓线投影变化来对目标模型的几何显著性进行检测。国内Wang等^[112]提出了一种基于保持模型关键特征的切片优化算法。可以看出，在对于保持模型显著特征的自适应切片算法上国内相关工作进展取得了不错的成果。

另一方面，现在国外多数自适应算法^[12,13,15,22~24,26]只针对单个切片方向进行自适应拆分，这种单方向切片算法无论在对大模型的支持，或者结合最少支撑的考虑都是不合适的。国外Singh等^[29]、Ruan等^[30]、Ding等^[31]提出了对模型拆分并从多角度进行切片的算法，对拆分后的子部分度量了可打印和支撑最少等因素，但并没有直接的考虑对模型显著特征的保持。国内Wang等^[112]提出了以模型显著特征为驱动的分割算法。这使得模型的显著特征在各个子部分都能得到最好的保持，即满足了分割模型带来打印效率和最小支撑上的提升，又使得打印后模型特征得到有效保持。可以看出，在对于多角度自适应切片算法上国内相关工作进展取得不错的成果。

4.1.2 打印路径规划方法

路径规划是切片计算的后续，是3D打印中的最基本工作之一。其产生的路径是3D打印由线到面以及由面到体的数据来源。目前关于路径规划的相关研究以打印路径的方式分类，平行扫描方法由于实现简单、普适性强，在国外^[32~35]和国内^[42,115]都有很多研究，但此类方法在转折过程包含大量的细小折线，这对于边界的精确表示有很大影响。虽然可以通过校准获得近似最优的倾角方向，但是仍会对结果产生影响，因此部分方法采用了轮廓平行扫描作为边界表示作为组合。国内外在打印路径规划方法上的研究齐头并进，都在努力寻找相应的解决方案。

首先,轮廓平行扫描方法的起初的思路利用轮廓进行等距运算,但针对各类复杂的轮廓进行鲁棒的等距运算本身就是一项富有挑战的工作。因此国外有一些工作采用不同一些其他判定函数的水平集作为等距路径。国外Ding等^[47]提出了采用中轴变换的自适应路径规划方法。国外Steuben等^[27]利用对模型预定义的基于启发式规则或物理规则的隐式域,通过对隐式域水平集构成打印路径。而国内目前在此类工作上较为薄弱,这主要是由于轮廓平行扫描方法所构成的路径为多个封闭环,因此在打印过程中会出现大量区域间的移动,并不是最优的路径方案。

针对区域跳转的问题,连续性路径规划是一项研究热点。国外Bertoldi等^[38]提出基于Hilbert曲线的路径规划技术。该技术被证明在打印过程中可有效的减少材料的收缩,但是由于Hilbert曲线的自身性质,该方法所构造的路径包含大量短路径。虽然从理论上不会对打印产生影响,但是在实际打印过程中却由于步进电机的机械性质影响打印效率。国外Wasser等^[49]通过使用模拟退火算法构建了类似于分形模式的路径生成,但其计算时间复杂度过高。国外Kim^[39]等根据切片轮廓的Voronoi图等距并连接不同等距线的方法,得到一条完整的扫描路径。国外Dwivedi等^[50]将几何图形表示为若干个简单的多边形。对于每个多边形使用封闭的之字形折线构成,并在最后将之字形组合成一个连续的路径。这些方法构造的路径虽然是连续的,但是其内部或者有Voronoi的等距区域组成或者有之字形填充结构组成,对于3D打印并不是最优路径。国内Zhao等^[117]提出了连接Fermat螺旋线的连续路径优化技术。连接Fermat螺旋线由较长的且低曲率的路径组成,这种几何属性使其对于切片打印有更高的效率和精度。并且该方法保持每个Fermat螺旋线填充的起点和终点在填充区域边界近似相等的位置。这个特殊的属性使每个Fermat螺旋线填充通过对分割区域的图遍历自动连接,因此形成全局上连续的曲线路径。使用该路径进行打印可有效的提升效率和质量。可以看出,在连续性路径规划算法上国内取得了出色的成果。

4.2 3D打印约束的几何处理

3D打印技术的应用目前在国内和国外都处于起步阶段,大家已基本站在同一条起跑线上,差距不大。我国20世纪90年代初开始追踪3D打印技术研究,目前已取得了一批基础研究和产业化成果,部分甚至处于世界领先水平。就3D打印约束的几何处理方面,在大尺寸物体分割处理和便于打印的支撑结构的设计上取得很多高质量的研究成果,针对特殊物理需求的几何处理相关工作尚且不足。目前,面向3D打印的几何处理的研究仍处于发展阶段,带来了前所未有的机遇和挑战。

4.3 结构分析与基于物理性能的优化

4.3.1 面向节省材料的结构优化

在面向节省材料的结构优化方面,这些工作的最终目标是根据3D打印需求生成一个内部稀疏的空间结构。现有工作从生成特点来看,并无固定方法,但圆柱体因为形状简单,组合灵活,因此较为常用。从结构类型来看,目前研究大多采用某种指定的结构型式如网架、蜂窝、多孔结构等来实现,其结构优化结果往往会受到所用结构型式的限制。

4.3.2 面向强度的结构优化

在强度优化方面,目前研究主要涉及两方面问题:强度检测与结构修正。目前强度检测主要有有限元与截面结构分析两种方法。其中,有限元方法计算准确,但计算较为复杂,计算效率较低;截面结构分析计算简单,计算效率高,但计算结果精确程度较低。因此,目前工作中强度检测大多采用有限元

方法。强度修正问题主要考虑如何以较小的变形代价来修正强度不足问题, 现有研究工作多采用局部加厚、加支撑、内部挖洞等方法, 其中主要以局部加厚为主。这方面工作的困难之处在于既要满足强度修正要求, 同时应使变形较小。未来工作应能将强度检测与修正结合起来, 才能有更好的应用价值。

这些工作表明, 在3D打印的结构优化研究方面, 国内的研究工作与国外并没有太大差距。

4.4 面向物理性能的几何设计

面向弹性形变的几何设计优化主要利用非线性弹性力学对物体形变建模, 同时利用优化技术来控制几何形状的改变对物体形变的影响。国际同行在这个方向起步较早, 如Disney 研究院Bickel 等于SIGGRAPH 2010 年发表了如何利用分层3D 打印技术制作具有特定弹性力学性能的物体^[152]。同时, 对如何控制物体的材料分布和微观结构以逼近用户所需的弹性形变进行了较为深入的研究^[153~155]。浙江大学的陈翔等的逆向弹性体设计工作发表于SIGGRAPH 2014 年^[123]。国内学者在柔性体设计制造的工作开始得到了国际同行认可, 打下了进一步在该领域进行深入研究的基础, 但在研究成果的整体数量和质量上还需进一步加强。

4.5 定制化几何设计与处理

在定制化的几何设计与处理方面, 国外的研究工作所覆盖的应用非常丰富与多样化, 已经涉及医疗、娱乐、时尚、教育等各个领域。相较国内的研究工作, 面向医疗领域的应用尤为突出, 无论是手术夹具还是骨骼假体的定制都达到了世界领先水平。而在其它领域, 如教育与娱乐等, 国内的研究工作水平较高但较为单一, 有代表性的如山东大学的基于投影半色调技术的灯罩定制^[139]、浙江大学的个性化机械玩具与不倒翁定制^[140,150] 等。相信随着研究人员的不断探索, 我国将会出现更多的高水平工作。

4.6 3D打印物体外观的处理与优化

总体来看, 在3D打印物体外观的处理与优化研究方面, 国外的顶尖研究机构(诸如迪士尼研究院、Adobe研究院、麻省理工学院、苏黎世联邦理工学院等)和国内的研究团队(包括浙江大学、清华大学和微软亚洲研究院等)都做了出色的工作, 目前基本处于同一水平线上。在材质的外观测量等问题上国外的研究团队进入更早、积累更深, 而在双尺度外观打印、可计算水转印刷等新问题上国内的研究团队则走在了前面。下面就国内几个代表性工作与国外相关研究做具体比较。

压缩HDR图像的动态范围的色调映射方法在国际上有大量的研究工作, 然而这些工作往往面向数字显示设备上的HDR展示, 而Dong等的工作^[141]首先将HDR实际打印并利用打印材质的BRDF和光照条件的变化来触发不同曝光范围下的HDR图像信息, 给用户提供了另一种便捷的HDR图像浏览方式。在Lan等的工作^[142]之前, 国际上已有不少有关材料表面反射属性打印的研究, 然而这些工作都在单尺度上考虑BRDF的制造, 而Lan等首先提出在双尺度上处理这个问题, 结合小尺度的高度场和相应各向同性BRDF来描述外观, 这很好地帮助他们实现了各向异性BRDF等先前的工作无法完成的特殊效果。在材料BSSRDF的设计和制造方面, Dong等^[143]和Hašan等^[98] 同时做出了最早的工作。相比之下Hašan等的工作在测量和优化中使用更统一的散射表示框架, 而Dong等的优化流程更加灵活, 支持的制造方式(包括3D打印、数控铣床等)更为广泛。在水转印刷方向, Zhang等^[144]最早提出了完整的可计算方法, 相比Panozzo等^[100]的工作, Zhang等的方法一方面借助视觉系统使入水定位更加精确, 另一方面还设计了特殊的算法支持多次转印(每次只转印物体的一部分), 因此可以更好地处

理复杂形状。另外, Panozzo等使用了准静态方法而Zhang等使用的是动态的方法进行物体浸入过程的正向仿真。在热塑成型方向, Zhang等^[145]与Schüller等^[101]同时提出了可计算方法, 并使用了非常相似的仿真模型。相比之下, Schüller等在能量中考虑了弯曲的部分而Zhang等的方法考虑了黏着力。另外, Zhang等还设计了一个抽真空空气孔的自动布局算法, 使得他们的方法能够处理拥有高度凹陷区域的复杂物体。

可以看到, 与国际上的主流研究相比, 国内的这一系列工作有非常好的创新性, 但在外观处理与优化的研究广度上仍有进步空间, 而与其他学科(如材料学科)的知识交叉还可进一步加强, 解决更多的基础性问题。

4.7 机构设计

3D打印机精巧的机构设计使3D打印具有更多的想象空间, 也是驱动3D几何模型走出计算机屏幕、走向日常生活的重要推动力之一。由于3D打印的思想来源于上世纪80年代的美国, 长期以来的专利保护使得欧美国家处在该行业的领先地位, 大多数成熟且已商业化的3D打印机机构设计核心源头都归属于欧美的相关研究机构和公司, 我国3D打印机大多为“山寨”欧美国家的产品。经过多年的发展, 我国3D打印机的机构设计技术同欧美国家趋于同步, 越来越多具有自主知识产权的新型3D打印机机构设计走进人们的视野。

由于熔融沉积式(Fused Deposition Modeling, FDM) 3D打印技术已经非常成熟, 开源社区也十分活跃, 大多数人第一次接触的3D打印机为FDM 3D打印机。因此国内外学者对其机构设计的研究较少, 大多是使用该类型3D打印机进行理论验证。而立体平板光刻式(Stereolithography, SLA)打印技术作为一种具有更高打印精度、更快打印速度以及更多材料选择的打印方式, 得到了较多的关注。在动态模型机构设计研究领域, 国内外学者普遍考虑在系统顶层允许用户进行简单交互, 再从建立好的模型库中选取合适的机械结构进行组装和优化生成可以3D打印的动态模型。在机构设计方面, 近几年国内学者与国外学者的研究工作的差距正在逐步缩小。

5 发展趋势及展望

目前, 3D打印的几何处理研究仍处于发展阶段, 存在大量有待解决的问题, 也是未来这方面的研究重点和可能的发展方向, 下面分别略作介绍。

5.1 3D打印引擎中的几何处理

5.1.1 模型切片计算方法

自适应切片算法将仍然是一项研究热点, 对于模型显示特征与切片高度间的判断还可以进一步提升。虽然对于一般模型目前的方法已经可获得很好的效果, 但是对于内部有孔洞且复杂的工业模型仍是一项重要挑战。切片精度、切片计算时间及切片数量的权衡依旧是切片算法值得考虑的瓶颈问题。对于CAD连续模型与离散切片间的精确表示问题仍需要更多的研究精力投入。Hayasi等^[25]提出了在自适应切片的基础上进行曲面形式切割的算法。该算法的目的就是进一步精细表示切面。其算法框架理论上可以和所有切片算法相结合。如何在此框架下, 利用其他方式来精确表示切片是未来的一个发展思路。多方向切片算法也将是未来的发展趋势, 对于其分割区域的度量方式将是一个综合问题, 需

要考虑模型特征、支撑量等等条件。如何有效的形成可量化的综合度量方法也是多方向切片算法的一项重要内容。

5.1.2 打印路径规划方法

连续路径规划是路径规划的研究热点。如何结合多类路径规划方法的特点构造连续路径框架是一项有挑战的工作。针对3D打印的实际应用, Jin等^[115]对使用固定间隔的平行路径的打印进行了理论和实验分析, 提出之字形平行路径的打印结果会造成大量短路径、尖锐转角及欠填充或过填充问题。其中短路径主要是对于切片特征与路径规划的不匹配造成; 尖锐转角主要是切片角度即对切片特征逼近方式确定的; 欠填充和过填充问题主要是由间隔决定的。如何在规划过程避免这些问题是一项值得考虑的问题。另外, 金属3D打印的路径规划^[41]显得更加复杂。如何在金属3D打印的路径规划考虑金属的金相组织, 提高金属3D打印的性能是当前仍未解决的难题。

5.2 3D打印约束的几何处理

通常三维模型的几何形状是确定的, 而打印的物体不一定是实体, 所以内部有很大的自由度, 可以从物理性能上考虑对内部进行几何优化处理, 使得打印的模型即满足外部形状, 又满足性能要求。

5.3 结构分析与优化

5.3.1 面向节省材料的结构优化

如何寻找一些更好的结构型式, 使其既能够节省材料, 同时也能较好满足实际需求, 将值得深入研究。另外, 如何发挥传统结构拓扑优化的优势, 来生成所需结构, 也将会是一个很好的策略和方法。同时, 目前方法均没有考虑内部支撑问题, 也即从这些方法所得到的优化模型来看, 其模型中都存在悬空结构。因此, 这些模型需要用立体喷印3DP或激光选区烧结SLS等无需支撑的打印技术才能正常打印, 且模型上需预留一些孔洞来清除内部起支撑作用的未成形粉末。如果采用需要支撑的打印技术如熔融沉积型FDM、光固化成型SLA、数字光处理成型DLP和激光选区熔化SLM等, 这些结构就可能因为支撑问题而导致打印失败。如何对3D打印模型进行结构优化, 使得优化结果能在不影响模型外表面的条件下, 既能很好地满足力学强度要求, 较好地反映模型的受力传递路线, 同时, 所得到的优化结构内部无需支撑, 值得深入研究。

5.3.2 面向强度的结构优化

由3D模型单元数量众多, 导致计算效率较低, 同时在操作与使用上具有一定的难度。所以, 提高有限元分析的计算效率, 减少力学分析所需时间, 提高分析的时效性这些问题亟需解决。

5.4 面向物理性能的几何设计

面向物理性能的几何设计算法以处理物体形变性能为主, 算法通过优化几何结构、材料分布这两个关键因素来控制3D打印物体局部和整体物理性能。最近出现的基于材料齐次化方法的3D打印微结构设计为通过优化局部材料分布来逼近物体整体形变性能提供了一条新的解决思路, 具有较大发展潜力。面向物理性能的几何设计算法的另一个发展方向是融入更多影响3D打印过程的因素, 如温度、材料等对固化过程的影响, 来进一步细化3D打印的过程控制。从计算层面考量, 现有的面向物理性能

的几何设计算法的计算时间都较长，影响了用户体验，可以引入基于区域的仿真并行化、子空间方法来对算法性能进行进一步提升。

5.5 定制化几何设计与处理

3D打印产业的不断发展和用户规模的不断壮大为面向3D打印的个性化定制提供了很好的契机，高度定制将是3D打印模型的基本要求。从目前的发展程度来看，满足一定功能性的自动三维建模与三维模型处理将是研究的热点。从打印物体的物理属性或功能性出发，在打印工艺与打印材料等的约束下，反求满足用户需求的几何结构仍然会是一个主流的研究方向。

5.6 3D打印物体外观的处理与优化

3D打印物体外观的处理与优化已有不少进展，未来的发展仍有无限的可能性，其中可考虑深入解决的问题包括（但不限于）：加强外观打印基本材料的研究，为外观打印的材料提供更加丰富的选择，包括各类BRDF、BSSRDF、同质、异质、各向同性或异性的特性；探索动态外观的材料设计与打印，现有的工作大多关注静态的物体外观，因此如何通过外部控制动态改变材料的外观有其研究和实用价值；提升个性化着色系统的自动化程度，消除人为操作以保证制造精度，实现其与3D打印的紧密结合，形成完整的工业化流程；挖掘传统外观制造业中的已有技术，结合计算机仿真等虚拟计算工具，创造更多的计算机辅助外观制造技术，确保中国制造的先进性。

5.7 机构设计

3D打印的机构设计研究仍处在初级阶段，3D打印机的机械结构与其它制造方式相比显得较为简单，大多数打印机仍然只能层式地打印简单的小物体。未来在空间中自由打印大体积模型、使用多重材料混合打印可能是重点研究的方向。同时我们可以看到，打印简单、静态的模型已经不能满足时代快速发展的需求。人们对于机器人的憧憬，对于3D打印机构设计这个研究方向而言既是一个机会也是一个挑战。如何更简单、高效地设计动态3D打印模型甚至3D打印机器人可能成为未来这方面研究的重点。

6 结束语

目前，全球正在兴起新一轮数字化、智能化制造浪潮，准备迎接以数字智能化为核心的“第三次工业革命”。而作为“第三次工业革命”的前沿代表技术——3D打印，成功地沟通了数字世界与真实世界之间的联系，将虚拟的数字智能化技术与真实的工业产品联系在一起。

当前，中国正处于从“中国制造”向“中国创造”迈进的重要时期，3D打印技术可以让国内的设计师和工程师从产品制造工艺的束缚中解放出来，更加专注于产品本身的智力创造，大跨步进入想法到产品（Mind to Product）的“所想即所得”全新智造时代。同时，还有无数的创客们以极大的热情推动3D打印应用往前发展，大大拓宽其领域范围，这必将有力推动3D打印及数字化相关技术与研究的发展。因此，3D打印中的几何处理的研究将会为计算机图形学学科发展注入新的活力，带来新的机遇和方向，有力促进计算机图形学学科与其它学科的交叉融合。

参考文献

- 1 刘利刚, 徐文鹏, 王伟明, 等. 3D 打印中的几何计算研究进展[J]. 计算机学报, 2015, 38(6): 1243-1267.
- 2 L.Liu, A.Shamir, C.Wang, et al. 3D printing oriented design: geometry and optimization[C]. ACM SIGGRAPH ASIA Course, 2014: 1.
- 3 N.Umetani, B.Bickel, W.Matusik. Computational tools for 3D printing[C]. ACM SIGGRAPH Course, 2015: 9.
- 4 H.Q.Dinh, F.Gelman, S.Lefebvre, et al. Modeling and toolpath generation for consumer-level 3d printing[C]. ACM SIGGRAPH Course, 2015: 17.
- 5 A. Shamir, B. Bickel, W. Matusik. Computational tools for 3D printing[C]. ACM SIGGRAPH Course, 2016.
- 6 L. Winkel. Troubleshooting and cleanup techniques for 3D printing[C]. ACM SIGGRAPH Course, 2016.
- 7 C.S.Jun, D.S.Kim, J.S.Hwang, et al. Surface slicing algorithm for rapid prototyping and machining[C] Geometric Modeling and Processing 2000. Theory and Applications. Proceedings. IEEE, 2000: 373-382.
- 8 P.Pandey, N.Reddy, S.G.Dhande. Slicing procedures in layered manufacturing: a review[J]. Rapid prototyping journal, 2003, 9(5): 274-288.
- 9 D.Cormier, K.Unnanon, E.Sanii. Specifying non-uniform cusp heights as a potential aid for adaptive slicing[J]. Rapid Prototyping Journal, 2000, 6(3): 204-212.
- 10 A.Dolenc, I.Mäkelä. Slicing procedures for layered manufacturing techniques[J]. Computer-Aided Design, 1994, 26(2): 119-126.
- 11 P.Pandey, N.Reddy, S.G.Dhande. Real time adaptive slicing for fused deposition modelling[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(1): 61-71.
- 12 E.Sabourin, S.A.Houser, B.J.Helge. Adaptive slicing using stepwise uniform refinement[J]. Rapid Prototyping Journal, 1996, 2(4): 20-26.
- 13 E.Sabourin, S.A.Houser, B.J.Helge. Accurate exterior, fast interior layered manufacturing[J]. Rapid Prototyping Journal, 1997, 3(2): 44-52.
- 14 K.Tata, G.Fadel, A.Bagchi, N.Aziz. Efficient slicing for layered manufacturing[J]. Rapid Prototyping Journal, 1998, 4(4): 151-167.
- 15 J.Tyberg, J.H.Bohn. Local adaptive slicing[J]. Rapid Prototyping Journal, 2013, 4(3): 118-127.
- 16 R.L.Hope, P.A.Jacobs, R.N.Roth. Rapid prototyping with sloping surfaces[J]. Rapid Prototyping Journal, 1997, 3(1): 12-19.
- 17 R.L.Hope, R.N.Roth, P.A.Jacobs. Adaptive slicing with sloping layer surfaces[J]. Rapid Prototyping Journal, 1997, 3(3): 89-98.
- 18 R.Jamieson, H.Hacker. Direct slicing of CAD models for rapid prototyping[J]. Rapid Prototyping Journal, 1995, 1(2): 4-12.
- 19 P.Kulkarni, D.Dutta. An accurate slicing procedure for layered manufacturing[J]. Computer-Aided Design, 1996, 28(9): 683-697.
- 20 K.H.Lee, K.Choi. Generating optimal slice data for layered manufacturing[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2000, 16(4): 277-284.
- 21 W.Ma, P.He. An adaptive slicing and selective hatching strategy for layered manufacturing[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1999, 89: 191-197.
- 22 K.Mani, P.Kulkarni, D.Dutta. Region-based adaptive slicing[J]. Computer-Aided Design, 1999, 31(5): 317-333.
- 23 Z.Zhao, Z.Luc. Adaptive direct slicing of the solid model for rapid prototyping[J]. International Journal of Production Research, 2000, 38(1): 69-83.
- 24 M.T.Hayasi, B.Asiabanpour. A new adaptive slicing approach for the fully dense freeform fabrication (FDFF) process[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2013, 24(4): 683-694.
- 25 M.Hayasi, B.Asiabanpour. Close to CAD model curved-form adaptive slicing[J]. Rapid Prototyping Journal, 2014, 20(2): 133-144.
- 26 N.Siraskar, R.Paul, S.Anand. Adaptive Slicing in Additive Manufacturing Process Using a Modified Boundary Octree Data Structure[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2015, 137(1): 011007.
- 27 J.C.Steuben, A.Iliopoulos, J.G.Michopoulos, et al. Implicit slicing for functionally tailored additive manufacturing[J]. Computer-Aided Design, 2016, 77: 107-119.
- 28 B.Huang, S.Singamneni. A mixed-layer approach combining both flat and curved layer slicing for fused deposition modelling[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture,

- 2015, 229(12): 2238-2249.
- 29 P.Singh, D.Dutta. Multi-direction slicing for layered manufacturing[J]. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2001, 1(2): 129-142.
- 30 J.Ruan, T.E.Sparks, A.Panackal, et al. Automated slicing for a multi-axis metal deposition system[J]. *Journal of manufacturing science and engineering*, 2007, 129(2): 303-310.
- 31 D.Ding, Z.Pan, D.Cuiuri, et al. Automatic multi-direction slicing algorithms for wire based additive manufacturing[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2016, 37: 139-150.
- 32 B.Asiabanpour, B.Khoshnevis. Machine path generation for the SIS process[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2004, 20(3):167-175.
- 33 M.R.Dunlavy. Efficient polygon-filling algorithms for raster displays[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 1983, 2(4): 264-273.
- 34 S.O.Onuh, K.K.Hon.. Application of the taguchi method and new hatch styles for quality improvement in stereolithography[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B Journal of Engineering Manufacture*, 1998, 212(6):461-472.
- 35 V.T.Rajan, V.Srinivasan, K.A.Tarabanis. The optimal zigzag direction for filling a two-dimensional region[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2001, 7(5): 231-241.
- 36 K.A.Tarabanis. Path planning in the Proteus rapid prototyping system[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2001, 7(5): 241-252.
- 37 W.C.Chiu, Y.Y.Yeung, K.Yu, et al. Toolpath generation for layer manufacturing of fractal objects[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2013, 12(4): 214-221.
- 38 M.Bertoldi, M.A.Yardimci, C.M.Pistor, et al. Domain decomposition and space filling curves in toolpath planning and generation[C]. *Proceedings of the 1998 Solid Freeform Fabrication Symposium, The University of Texas at Austin, Austin, Texas. 1998: 267-74.*
- 39 D.S.Kim. Polygon offsetting using a Voronoi diagram and two stacks[J]. *Computer-Aided Design*, 1998, 30(14):1069-1076.
- 40 S.Park, B.K.Choi. Tool-path planning for direction-parallel area milling[J]. *Computer-Aided Design*, 2000, 32(1): 17-25.
- 41 侯章浩, 乌日开西·艾依提. 3D打印的路径规划研究综述. *机床与液压*, 2016, 44(5): 179-182.
- 42 Y.A.Jin, Y.He, J.Z.Fu, et al. Optimization of tool-path generation for material extrusion-based additive manufacturing technology[J]. *Additive Manufacturing*, 2014, 1-4: 32-47.
- 43 H.Wang, P.Jang, J.A.Stori, et al. A metric-based approach to two-dimensional(2D) tool-path optimization for high-speed machining[J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering-Transactions of the Asme*, 2005, 127(1): 33-48.
- 44 R.T.Farouki, T.Koenig, K.Tarabanis, et al. Path planning with offset curves for layered fabrication processes[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 1995, 14(5): 355-368.
- 45 P.U.Huang, C.C.L.Wang, Y.Chen. Intersection-free and topologically faithful slicing of implicit solid[J]. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2013, 13(2): 021009.
- 46 H.Li, Z.Dong, G.W.Vickers, et al. Optimal toolpath pattern identification for single island, sculptured part rough machining using fuzzy pattern analysis[J]. *Computer-Aided Design*, 1994, 26(11): 787-795.
- 47 D.Ding, Z.Pan, D.Cuiuri, et al. Adaptive path planning for wire-feed additive manufacturing using medial axis transformation[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 133: 942-952.
- 48 王占礼, 晁艳艳, 胡艳娟, 等. 改进的Hilbert曲线在FDM路径规划中的应用. *机械设计与制造*, 2016, 3: 186-188, 192.
- 49 T.Wasser, A.D.Jayal, C.Pistor. Implementation and evaluation of novel buildstyles in fused deposition modeling (FDM)[C]. *Solid Freeform Fabrication Proceedings*, 1999: 95-102.
- 50 R.Dwivedi, R.Kovacevic. Automated torch path planning using polygon subdivision for solid freeform fabrication based on welding[J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 2004, 23(4): 278-291.
- 51 Y.M.Zhang, Y.Chen, P.Li, et al. Weld deposition-based rapid prototyping: a preliminary study[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, 135(2): 347-357.
- 52 G.Jin, W.Li, L.Gao, et al. An adaptive process planning approach of rapid prototyping and manufacturing[J].

- Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(1): 23-38.
- 53 Y.Jin, Y.He, A.J.Shih, et al. Process Planning for the Fuse Deposition Modeling of Ankle-Foot-Othoses[J]. *Procedia CIRP*, 2016, 42: 760-765.
- 54 L.Luo, I.Baran, S.Rusinkiewicz, et al. Chopper: partitioning models into 3D-printable parts[J]. 2012. MLA
- 55 H.Medellín, T.Lim, J.Corney, et al. Automatic subdivision and refinement of large components for rapid prototyping production[J]. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2007, 7(3): 249-258.
- 56 D.Chen, P.Sitthi-amorn, J.T.Lan, et al. Computing and fabricating multiplanar models[C] //Computer graphics forum. Blackwell Publishing Ltd, 2013, 32(2pt3): 305-315.
- 57 J.Vanek, J.A.G.Galicia, B.Benes. Clever support: Efficient support structure generation for digital fabrication[C] //Computer Graphics Forum. 2014, 33(5): 117-125.
- 58 J.Vanek, J.A.Galicia, B.Benes, et al. PackMerger: A 3D print volume optimizer[C] *Computer Graphics Forum*. 2014, 33(6): 322-332.
- 59 M.Yao, Z.Chen, L.Luo, et al. Level-set-based partitioning and packing optimization of a printable model[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 214.
- 60 P.Alexander, S.Allen, D.Dutta. Part orientation and build cost determination in layered manufacturing[J]. *Computer-Aided Design*, 1998, 30(5): 343-356.
- 61 G.Strano, L.Hao, R.M.Everson, et al. A new approach to the design and optimisation of support structures in additive manufacturing[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2013, 66(9-12): 1247-1254.
- 62 J.Dumas, J.Hergel, S.Lefebvre. Bridging the gap: automated steady scaffoldings for 3D printing[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4): 98.
- 63 C.Schroeder, W.C.Regli, A.Shokoufandeh, et al. Computer-aided design of porous artifacts. *Computer-Aided Design*, 2005, 37(3):339–353
- 64 D.W.Rosen. Computer-aided design for additive manufacturing of cellular structures. *Computer-Aided Design and Applications*, 2007, 4(5):585–594.
- 65 M.E.Sá, V.M.Mello, K.Rodriguez Echavarría, Adaptive voids. *The Visual Computer*, 2015, 31(6):799–808.
- 66 A.Telea, A.Jalba. Voxel-based assessment of printability of 3d shapes. *Proceedings of the 10th international conference on Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing*. Springer Berlin Heidelberg, 2011: 393–404.
- 67 O.Stava, J.Vanek, B.Benes, et al. Stress relief: improving structural strength of 3D printable objects. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2012, 31(4): 48:1–48:11.
- 68 Q.Zhou, J.Panetta, D.Zorin. Worst-Case Structural Analysis. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4): 137:1–137:12.
- 69 N.Umetani, R.Schmidt. Cross-sectional structural analysis for 3D printing optimization. *Proceedings of SIGGRAPH Asia Technical Briefs*, 2013: 5:1–5:4.
- 70 R.Prévost, E.Whiting, S.Lefebvre, et al. Make it stand: balancing shapes for 3D fabrication[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4): 81.
- 71 M.Bächer, E.Whiting, B.Bickel, et al. Spin-it: optimizing moment of inertia for spinnable objects[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4): 96.
- 72 D.Yamanaka, H.Suzuki, Y.Ohtake. Density aware shape modeling to control mass properties of 3D printed objects[C] //SIGGRAPH Asia 2014 Technical Briefs. ACM, 2014: 7.
- 73 P.Musialski, T.Auzinger, M.Birsak, et al. Reduced-order shape optimization using offset surfaces[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(4): 102.
- 74 C.Schumacher, B.Bickel, J.Rys, et al. Microstructures to control elasticity in 3D printing[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(4): 136.
- 75 M.Shugrina, A.Shamir, W.Matusik. Fab forms: customizable objects for fabrication with validity and geometry caching[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(4): 100.
- 76 S.Tarafder, N.M.Davies, A.Bandyopadhyay, et al. 3d printed tricalcium phosphate bone tissue engineering scaffolds: effect of sro and mgo doping on in vivo osteogenesis in a rat distal femoral defect model. *Biomaterials science*, 2013, 1(12): 1250-1259.

- 77 M.Finckh, H.Dammertz, H.P.A.Lensch. *Geometry construction from caustic images*. Springer Berlin Heidelberg, 2010: 464-477.
- 78 M.Papas, W.Jarosz, W.Jakob, et al. *Goal-based Caustics*[C]. //Computer Graphics Forum. Blackwell Publishing Ltd, 2011, 30(2): 503-511.
- 79 Y.Yue, K.Iwasaki, B.Y.Chen, et al. *Poisson-based continuous surface generation for goal-based caustics*[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(3): 31.
- 80 Y.Schwartzburg, R.Testuz, A.Tagliasacchi, et al. *High-contrast computational caustic design*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4): 74.
- 81 T.Pereira, S.Rusinkiewicz, W.Matusik. *Computational light routing: 3d printed optical fibers for sensing and display*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(3): 24.
- 82 G.Bharaj, D.I.W.Levin, J.Tompkin, et al. *Computational design of metallophone contact sounds*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 223.
- 83 D.Li, D.I.W.Levin, W.Matusik, et al. *Acoustic voxels: Computational optimization of modular acoustic filters*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2016, 33: 2.
- 84 L.Wang, E.Whiting. *Buoyancy optimization for computational fabrication*. //Computer Graphics Forum. 2016, 35(2): 49-58.
- 85 N.Umetani, Y.Koyama, R.Schmidt, et al. *Pteromys: Interactive design and optimization of free-formed free-flight model airplanes*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4): 65:1-65:10.
- 86 T.Sun, C.Zheng. *Computational design of twisty joints and puzzles*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015.
- 87 E.Iarussi, W.Li, A.Bousseau. *Wrapit: Computer-assisted crafting of wire wrapped jewelry*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 221.
- 88 M.Skouras, B.Thomaszewski, B.Bickel, et al. *Computational design of rubber balloons*. //Computer Graphics Forum. Blackwell Publishing Ltd, 2012, 31(2pt4): 835-844.
- 89 M.Skouras, B.Thomaszewski, P.Kaufmann, et al. *Designing inflatable structures*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4): 63.
- 90 A.Garg, A.O.Sageman-Furnas, B.Deng, et al. *Wire mesh design*. *ACM Trans. Graph.*, 2014, 33(4): 66:1-66:12.
- 91 Y.Koyama, S.Sueda, E.Steinhardt, et al. *Autoconnect: Computational design of 3d-printable connectors*. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 231.
- 92 H.W.Jensen, S.R.Marschner, M.Levoy, et al. *A practical model for subsurface light transport* [C]. //Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. ACM, 2001: 511-518.
- 93 F.Nicodemus, J.Richmond, J.Hsia, et al. *Geometrical considerations and nomenclature for reflectance*[J]. *National Bureau of Standards (US)*, 1977, 1.
- 94 T.Weyrich, P.Peers, W.Matusik, et al. *Fabricating microgeometry for custom surface reflectance* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2009, 28(3): 32.
- 95 W.Matusik, B.Ajdin, J.Gu, et al. *Printing spatially-varying reflectance* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2009, 28(5): 128:1-128:9.
- 96 T.Malzbender, R.Samadani, S.Scher, et al. *Printing reflectance functions* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2012, 31(3): 20:1-20:11.
- 97 A.Levin, D.Glasner, Y.Xiong, et al. *Fabricating brdfs at high spatial resolution using wave optics* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4): 144:1-144:14.
- 98 M.Hašan, M.Fuchs, W.Matusik, et al. *Physical reproduction of materials with specified subsurface scattering* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2010, 29(4): 61:1-61:10.
- 99 M.Papas, C.Regg, W.Jarosz, et al. *Fabricating translucent materials using continuous pigment mixtures* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4):146:1-146:12.
- 100 D.Panozzo, O.Diamanti, S.Paris, et al. *Texture mapping real-world objects with hydrographics* [J]. *Computer Graphics Forum*, 2015, 34(5): 65-75.
- 101 C.Schüller, D.Panozzo, A.Grundhöfer, et al. *Computational thermoforming* [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2016, 35(4).
- 102 Y.Pan, C.Zhou, Chen Y. *Rapid manufacturing in minutes: The development of a mask projection stereolithography process for high-speed fabrication*[C] //ASME 2012 International Manufacturing Science and Engineering Confer-

- ence collocated with the 40th North American Manufacturing Research Conference and in participation with the International Conference on Tribology Materials and Processing. American Society of Mechanical Engineers, 2012: 405-414.
- 103 Y.Zhou, S.Sueda, W.Matusik, et al. Boxelization: folding 3D objects into boxes[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4): 71.
- 104 S.Luo, Y.Yue, C.Huang, et al. Legolization: Optimizing lego designs. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 222:1-222:12.
- 105 S.Coros, B.Thomaszewski, G.Noris, et al. Computational design of mechanical characters[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4): 83.
- 106 D.Ceylan, W.Li, N.J.Mitra, et al. Designing and fabricating mechanical automata from mocap sequences[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(6): 186.
- 107 B.Thomaszewski, S.Coros, D.Gauge, et al. Computational design of linkage-based characters. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2014, 33(4):64:1-64:9.
- 108 V.Megaró, B.Thomaszewski, M.Nitti, et al. Interactive design of 3d-printable robotic creatures. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 216:1-216:9.
- 109 L.Zeng, L.M.Lai, D.Qi, et al. Efficient slicing procedure based on adaptive layer depth normal image[J]. *Computer-Aided Design*, 2011, 43(12):1577-1586.
- 110 D.Qi, L.Zeng, M.M.Yuen, et al. Robust slicing procedure based on surfel-grid[J]. *Computer-Aided Design and Applications*, 2013, 10(6):965-981.
- 111 Z.Zhang, S.Joshi. An improved slicing algorithm with efficient contour construction using STL files[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015: 1347-1362.
- 112 W.Wang, H.Chao, J.Tong, et al. Saliency-preserving slicing optimization for effective 3D printing[J]. *Computer Graphics Forum*, 2015, 34(6):4656-4667.
- 113 巢海远, 刘景, 童晶等. 一种处理带有边界的非封闭STL模型的切片算法. *计算机集成制造系统*, 2015, 21(10): 2587-2595.
- 114 李娜, 程继红, 杨继全. 3DP分层切片中基于点云射线投影的NURBS曲面切片算法. *机械科学与技术*, 2015. 34(2): 242-246.
- 115 Y.Jin, Y.He, G.Xue, et al. A parallel-based path generation method for fused deposition modeling[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014: 927-937.
- 116 J.Yang, H.Bin, X.Zhang, et al. Fractal scanning path generation and control system for selective laser sintering (SLS)[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2003, 43(3):293-300.
- 117 H.Zhao, F.Gu, Q.X.Huang, et al. Connected fermat spirals for layered fabrication[J]. *ACM Transaction on Graphics (TOG)*, 2016, 35:1-10.
- 118 J.Hao, L.Fang, R.E.Williams. An efficient curvature-based partitioning of large-scale STL models[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2011, 17(2): 116-127.
- 119 R.Hu, H.Li, H.Zhang, et al. Approximate pyramidal shape decomposition[J]. *ACM Trans. Graph.*, 2014, 33(6): 213:1-213:12.
- 120 X.Chen, H.Zhang, J.Lin, et al. Dapper: decompose-and-pack for 3d printing[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 213.
- 121 P.Song, Z.Fu, L.Liu, et al. Printing 3D objects with interlocking parts[J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2015, 35: 137-148.
- 122 P.Song, B.Deng, Z.Wang, et al. CofiFab: Coarse-to-Fine Fabrication of Large 3D Objects[J]. *ACM Transactions on Graphics* .
- 123 X.Chen, C.Zheng, W.Xu, et al. An Asymptotic Numerical Method for Inverse Elastic Shape Design. *ACM Transactions on Graphics*, 2014, 33(4):95:1-95:11
- 124 P. Pan, J. Huang, H. Bao. Subspace Dynamic Simulation Using Rotation-Strain Coordinates[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(6): 242:1-242:12.
- 125 W.Wang, T.Y.Wang, Z.Yang, et al. Cost-effective printing of 3D objects with skin-frame structures[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(6): 177.
- 126 陈岩, 王士玮, 杨周旺, 等. FDM 三维打印的支撑结构的设计算法[J]. *中国科学信息科学(中文版)*, 2015, 45(2):

- 259-269.
- 127 K.Hu, S.Jin, C.C.L.Wang. Support slimming for single material based additive manufacturing[J]. *Computer-Aided Design*, 2015, 65: 1-10.
- 128 P.Song, C.W.Fu, P.Goswami, et al. Reciprocal frame structures made easy[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4): 94.
- 129 L.Lu, A.Sharf, H.Zhao, et al. Build-to-Last: Strength to Weight 3D Printed Objects. *ACM Transactions on Graphics*, 2014, 33(4): 97:1–97:10.
- 130 X.Zhang, Y.Xia, J.Wang, et al. Medial axis tree-an internal supporting structure for 3D printing. *Computer Aided Geometric Design*, 2015, 35-36: 149–162.
- 131 D.Li, N.Dai, X.Jiang, et al. Interior structural optimization based on the density-variable shape modeling of 3D printed objects. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015, 83(9): 1627–1635
- 132 徐文鹏, 王伟明, 李航, 等. 面向3D打印体积极小的拓扑优化技术. *计算机研究与发展 计算机研究与发展*, 2(1): 38-44, 2015.
- 133 W.Xu, W.Li, L.Liu. Skeleton-Section Structural Analysis for 3D Printing. *Journal of Computer Science and Technology*, 2016.
- 134 T.Y.Wang, Y.Liu, et al. Global Stiffness Structural Optimization for 3D Printing under Unknown Loads. *Journal of Computer Graphics Techniques*, 2016.
- 135 Y.Xie, W.Xu, Y.Yang, et al. Agile structural analysis for fabrication-aware shape editing. *Computer Aided Geometric Design*, 2015, 35 - 36: 163–179.
- 136 吴芬芬, 刘利刚. 3D打印物体的稳定平衡优化[J]. *计算机研究与发展*, 2016, 53.
- 137 X.Zhang, K.C.Chan, C.C.L.Wang, et al. Computing stable contact interface for customized surgical jigs. //2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2015: 6160-6166.
- 138 Y.Zhao, R.Yao, L.Ouyang, et al. Three-dimensional printing of hela cells for cervical tumor model in vitro. *Biofabrication*, 2014, 6(3): 035001.
- 139 H.Zhao, L.Lu, Y.Wei, et al. Printed perforated lampshades for continuous projective images. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2016, 35(5): 154:1–154:11.
- 140 H.Zhao, C.Hong, J.Lin, et al. Make it swing. *Comput. Aided Geom. Des*, 2016, 43(C): 226–236.
- 141 Y.Dong, X.Tong, F.Pellacini, et al. Printing spatially-varying reflectance for reproducing hdr images [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2012, 31(4): 40:1-40:7.
- 142 Y.Lan, Y.Dong, F.Pellacini, et al. Bi-scale appearance fabrication [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2013, 32(4): 145:1-145:12.
- 143 Y.Dong, S.Lin, B.Guo. Fabricating spatially-varying subsurface scattering. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2010, 29(4): 62:1-62:10.
- 144 Y.Zhang, C.Yin, C.Zheng, et al. Computational hydrographic printing [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2015, 34(4): 131:1-131:11.
- 145 Y.Zhang, Y.Tong, K.Zhou. Coloring 3d printed surfaces by thermoforming [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Minor Revision.
- 146 X.Zhao, Y.Pan, C.Zhou, et al. An integrated CNC accumulation system for automatic building-around-inserts[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2013, 15(4): 432-443.
- 147 C.Wu, R.Yi, Y.J.Liu, et al. Delta DLP 3D Printing with Large Size[C]. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2016: xx-xx(Accepted).
- 148 A.Bertsch, P.Bernhard, C.Vogt, et al. Rapid prototyping of small size objects[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2000, 6(4): 259-266.
- 149 J.Stampfl, H.Fouad, S.Seidler, et al. Fabrication and moulding of cellular materials by rapid prototyping[J]. *International Journal of Materials and Product Technology*, 2004, 21(4): 285-296.
- 150 L.Zhu, W.Xu, J.Snyder, et al. Motion-guided mechanical toy modeling[J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2012, 31(6): 127.
- 151 R.Zhang, S.Wang, X.Chen, et al. Designing Planar Deployable Objects via Scissor Structures[J]. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, 2016, 22(2): 1051-1062.
- 152 B.Bickel, M.Bacher, M.Otaduy, et al. Design and fabrication of materials with desired deformation behavior[J].

- ACM Transactions on Graphics (ToG), 2010, 29(4), 63:1-63:10.
- 153 M.Skouras, B.Thomaszewski, S.Coros, et al. Computational design of actuated deformable characters[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2013, 32(4): 82.
- 154 J.Panetta, Q.Zhou, L.Malomo, et al. Elastic Textures for Additive Fabrication[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2015, 34(4): 135.
- 155 C.Schumacher, B.Bickel, J.Rys, et al. Microstructures to Control Elasticity in 3D Printing[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2015, 34(4), 136:1-135:13

7 作者简介

刘利刚(1975—), 男, 博士, 教授, 博导。中国科学技术大学教授, 中国科学院“百人计划”。研究方向包括计算机图形学, 3D几何建模与处理, 3D打印中的几何处理等。中国计算机学会计算机辅助设计与图形学专业委员会常务委员, 中国工业与应用数学学会几何设计与计算专业委员会秘书长。2012年获得国家自然科学基金“优秀青年基金”项目。2006年获得微软“青年教授奖”; 2010年获得陆增镛CAD&CG高科技一等奖; 2013年获得国家自然科学基金二等奖(排名第三)。学术期刊Computer Graphics Forum, Computer Aided Geometric Design, IEEE Computer Graphic and Applications 及《软件学报》编委。研究主页: <http://staff.ustc.edu.cn/lgliu>



雍俊海(1973—), 男, 博士, 教授, 博导。现任清华大学教授, CCF计算机辅助设计与图形学专业委员会副主任, 清华大学软件学院学术委员会主任, 全国信息技术标准化技术委员会和全国技术产品文件标准化技术委员会委员, 国际学术期刊《Computers & Graphics》的Associate Editor。曾获全国优秀博士学位论文奖(2003年)和国家自然科学基金委杰出青年基金(2006年)资助。主要研究领域为计算机辅助设计与计算机图形学。研究主页: <http://cgcad.thss.tsinghua.edu.cn/?people=junhaiyong>



刘永进(1977—), 男, 博士, 副教授。清华大学副教授。CCF高级会员, IEEE Senior member。主要研究领域为计算几何, 计算机图形学, 计算机辅助设计和模式识别。个人主页: <http://cg.cs.tsinghua.edu.cn/people/Yongjin/Yongjin.htm>



许威威(1975—), 男, 博士, 浙江大学计算机学院CAD&CG国家重点实验室研究员, 博导。研究方向包括三维数字几何处理、物理仿真、虚拟现实。个人主页: <http://www.cad.zju.edu.cn/home/weiweixu>



杨周旺(1974—), 男, 博士, 教授, 博导。中国科学技术大学教授。研究方向包括: 几何稀疏建模与稀疏优化, 3D打印优化技术等。入选教育部新世纪优秀人才支持计划, 曾获得中国计算数学学会颁发的“计算数学青年创新奖”。研究主页:
<http://staff.ustc.edu.cn/~yangzw>



吕琳(1981—), 女, 博士, 山东大学计算机科学与技术学院副教授。研究方向包括 计算机图形学, 3D打印中的几何处理等。研究主页: <http://irc.cs.sdu.edu.cn/~lulin/>



陈翔(1982—), 男, 博士。浙江大学CAD&CG国家重点实验室讲师, 求是青年学者。研究方向包括物理仿真计算, 面向制造的设计, 形状分析建模, 装配设计和检索等。研究主页: <http://flyingxiang.net>

