面向 3D 打印的结构优化研究进展

徐文鹏¹⁾, 苗龙涛¹⁾, 刘利刚²⁾

¹⁾(河南理工大学计算机科学与技术学院 焦作 454100) ²⁾(中国科学技术大学数学科学学院 合肥 230026) (wpxu08@gmail.com)

摘 要:3D 打印有效地填补了数字化模型设计与真实产品制造之间的鸿沟,将产品设计与制造两阶段更紧密地关联 在一起.与传统制造技术相比,它有效地降低了制造约束条件与制造技能要求,因此它有力地推动了个性化产品的 设计制造与相关研究.在此背景下,文中面向3D 打印,围绕近年来3D 模型设计的结构分析与优化大量相关工作,从 节省材料、增加强度、提高稳定性和支撑优化 4 个方面分别介绍了这些工作的研究目标、算法思想及研究结果,最 后对这 4 方面工作进行了总结,并结合当前的技术发展水平,从研究与应用的角度探讨了一些具有挑战性的未来工作.

关键词: 3D 打印; 结构优化; 材料节省; 强度提高; 稳定性优化; 支撑优化; 中图法分类号: TP391.41

Review on Structure Optimization in 3D Printing

Xu Wenpeng¹⁾, Miao Longtao¹⁾, and Liu Ligang²⁾

⁽¹⁾ (School of Computer Science and Technology, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454100)
 ⁽²⁾ (School of Mathematical Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

Abstract: 3D printing technologies have created a bridge between digital 3D models and modern product development and become more and more popular in industrial practice. Compared to the traditional manufacturing technologies, 3D printing has significantly reduced the manufacturing constraints and decreases the manufacturing skill requirements. Therefore it has effectively promoted the design and manufacture of personalized products. This paper provides an intensive survey on the works on structural analysis and optimization in designing 3D models for 3D printing purposes, with a classification of this huge field of research and discuss about the relation between the single algorithms and a list of desirable objectives in structural analysis. Specifically, it has overviewed various aspects of structural analysis including material saving, strength enhancement, stability improvement, and support structure optimization. Finally, this paper offers an analysis of the state of the art while discussing open and challenging problems from both an academic and an industrial perspective.

Key words: 3D printing; structure optimization; material saving; strength enhancing; stability improving; support optimization

人类一直都在追求材料的有效与最大利用,如 何设计出一个科学、合理、经济的结构,一直是工 程和设计人员的设计目标.因此,在工业应用领域, 结构优化始终是一个重要研究课题.

收稿日期: 2016-07-12; 修回日期: 2017-02-07. 基金项目: 国家自然科学基金(61672482, 11626253); "中国科学院百人"计划; 河 南省科技攻关项目(162102310090), 河南省高等学校重点科研项目(16A520011). 徐文鹏(1976—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, CCF会员, 论文通讯作者, 主要研究方向为计算机图形学; 苗龙涛(1992—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为3D打印中的几何处理; 刘利刚(1975—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 会员, 主要研究方向为数字几何处理.

传统结构优化指在给定的材料和设计域等设 计约束下,通过优化技术与方法,得到既能满足设 计约束又能使结构的某方面性能目标达到最优的 结构分布形式.根据优化约束的不同,传统结构优 化一般可分为 3 类,如图 1^[1]所示:尺寸优化、形 状优化和拓扑优化.其中,尺寸优化主要优化结构 尺寸参数,形状优化主要优化结构的形状与边界, 拓扑优化则优化结构的布局和拓扑,具有最大的 自由度.



传统结构优化主要面向工业应用,针对工业制 品为主.这里工业制品指工业企业或其他组织制造 或分销产品或服务所需的原材料或成品,它一般 是工业企业生产活动所创造的、符合于原定生产 目的和用途的物质产品.目前,上述3类结构优化 技术中,尺寸和形状优化日益成熟,并在机械、建 筑等工业中得到了广泛应用.拓扑优化因为结构 存在无穷多潜在的拓扑可能性使其最具挑战性, 仍在不断发展之中,同时在航空、航天等工业得到 一些应用.

近年来,由于材料与工艺技术进步的推动,3D 打印技术得到了巨大发展.与传统制造技术相比, 3D 打印对制造的约束条件大大降低,对制造者的 制造技能几乎没有要求.同时,3D 打印产品力学性 能完全能满足性能要求不高的场合.因此,它大大 促进了大量个性化的工艺品打印制造,也刺激了 相关研究的发展.

本文中工艺品指一些有价值的艺术品, 传统的 工艺品一般是通过手工或机器将原料或半成品加 工而成 . 一般而言, 工业制品是为生产而制造, 而工艺品通常则是因生活或艺术而产生. 与工业 制品相比, 工艺品这类产品有一些自身的特点. 首 先, 从模型的产生方式上来看, 工业制品的模型大 多是由专业设计师通过 CAD 软件来构建, 而工艺 品模型数据通常来自于 3D 扫描数据或 3D 建模软 件, 由一些普通个人用户所构建. 因此, 工业制品 模型一般尺寸比较精确, 同时产品表面有明确的 公差要求;而工艺品模型一般只要求外形准确,对 具体表面并无公差要求.另外工艺品模型常常由 普通个人用户所设计与建模,因其缺乏一些专业 设计或制造经验,导致所设计的模型容易产生一 些结构缺陷,包括模型局部强度不足或不能稳定 放置等问题.

从结构优化角度来看,一方面,无论工业制品 还是工艺品,在 3D 打印时,都需要考虑如何更好 地发挥材料性能、更好地节省材料,以及支撑优化 问题;另一方面,相对工业制品来说,工艺品还需 要考虑上述因个人用户缺乏设计经验所导致的结 构缺陷问题,如强度不足、稳定性问题等.本文将 上述所有这些问题的优化与处理都称为结构优化. 但需指出的是,此处的结构优化与图1中的结构优 化虽然名称相同,但在内涵上已有所拓宽,并不完 全相同.

随着优化技术、计算机技术和有限元计算方法 的不断完善与成熟,结构优化技术在近几十年有 了巨大的发展.因此,这方面的工作已有多篇文章 对其综述介绍^[1-5],在此不再赘述.本文将侧重于 介绍 3D 打印中有关工艺品的结构优化工作,特别 是以计算机图形学相关技术为主的,但这些工作 中所用到的方法和技术大多均可以推广到工业制 品的结构优化问题上.根据相关工作的类型,我们 将其分为节省材料、强度优化、稳定性优化和支撑 优化 4 个方面来分别介绍.事实上,从更高的层面 来看,所述 4 个问题,前 3 个问题属结构性能要求, 而支撑优化则属 3D 打印工艺要求,为简单起见, 本文并没有进一步区分;最后,对这些研究工作进 行一些初步总结与展望.有关 3D 打印中的几何计 算及模型实例化工作介绍可参考文献[6-7].

1 节省材料

随着 3D 打印技术的迅猛发展,目前 3D 打印 的成本也在不断下降.即使如此,与传统制造方式 所生产的产品相比较,3D 打印制造成本依旧较高. 目前其成本常由单位体积的耗材费用(元/cm³)来计 算.由此可见,3D 打印的成本与所消耗的材料体 积成正比.因此,如果想降低打印成本,那么在不 影响物体表面质量的前提下,通过优化模型来减 少模型实体体积,无论是对工业制品还是对工艺 品来说,都是一个很好的方法,只不过两者所走的 路线稍微有些不一样.

http://www.productpilot.com/zh/industrial-equipment-plant-manufacturing/industrial-goods/ http://baike.baidu.com/view/69166.htm

对工业制品来说, 主要有 2 种方法: 一种是基 于拓扑优化的设计^[2-5], 另一种是采用基于点阵等 固定型式的轻质结构^[8-10].而对工艺品来说, 则主 要是采用一些没有固定型式的稀疏结构来达到优 化目的.下面对一些有代表性的结构类型进行简 单介绍.

注意到动物组织、骨骼等对象所具有既轻便又 结实的结构特征, Schroeder 等^[11]认为这些对象需 要有新的模型表示方法.他们在随机几何 (stochastic geometry)的基础上,利用随机函数来表 示这类多孔性结构,如图 2^[11]所示.



图 2 多孔结构与随机函数

自然界中存在很多介观结构(mesostructure), 如桁架结构、蜂窝结构、泡沫结构等,这些介观结 构同样既有很好的强度,又有很轻的质量.受它们 的启示,Rosen 等^[12]提出了一种网架结构型式 (lattice structure)的轻质结构设计方法,并给出了 相应的力学分析方法,如图 3^[12]所示.



图 3 网架结构

此外,为有效节约打印材料,同时又能保证模型的结构强度,Wang等^[13]从建筑工程的桁架结构中得到启发,提出一种基于"蒙皮-刚架" (skin-frame)的轻质结构,从内部优化模型,以便减少材料的使用,如图4^[13]所示,这种刚架结构 (frame)由杆件组成,杆件之间通过节点固定连接,内部形成一个中空的空间结构.



图 4 "蒙皮-刚架"轻质结构

需要注意的是, 文中的刚架结构与传统建筑 工程中常见的桁架(truss)略有区别. 文中钢架的杆 件是通过节点固定连接的, 而工程中的桁架则是 铰接的, 这使得前者较后者具有更高的结构稳定 性能. 此外, 刚架结构还具有如下的优点: (1)良好 的受力特性. 当刚架受到外力时, 内部的节点能够 很好地将外力传导到相邻的杆件上, 从而维持自 身结构的稳定; (2)节省材料. 刚架结构是由稀疏的 杆件构成, 结构轻便省材.

从上述刚架结构出发,考虑将给定的 3D 模型 表示成一个由外表面构成的蒙皮和内部刚架构成 的中空结构,从而使这个蒙皮刚架结构具有较小 的实体体积,同时还具有良好的力学强度、稳定性 及可打印性等.基于此,需要解决的问题有 2 个: (1)设定一个固定的蒙皮厚度,由于要保证整个物 体的实体体积最小,而体积是由蒙皮及刚架结构 2 部分组成.增加蒙皮厚度会使模型的总体积成倍 增加,所以将蒙皮厚度作为一个常量,固定其大小 为最小可打印精度.因此,需要优化的是刚架结构 信息,即杆件的半径、节点的位置与数量.(2)应尽 可能使刚架结构中杆件与节点个数较少,以避免 多余的杆件及节点.

据此, 文献[13]给出一种迭代优化的算法来优 化这2个问题. 该算法首先从一个随机生成的刚架 结构出发, 先通过拓扑优化去掉多余的杆件和节 点, 再通过几何优化来优化杆件和节点几何信息, 最终实现刚架结构体积最小的目标, 系统流程图 如图 5^[13]所示.



图 5 "蒙皮-刚架"系统流程

山东大学的 Lu 等^[14]基于蜂窝状结构(honeycomb-cells)提出一种内部结构掏空优化方法. 众所 周知, 蜂窝状结构既具有最优的结构布局, 同时又 能提供足够的强度支撑. 因此, 文中作者采用蜂窝 状结构作为 3D 模型对象内部结构型式来优化模型 内部空间.

该方法的整体流程如图 6^[14]所示. 它首先根据 3D 模型的边界条件对模型进行有限元计算,得到 模型的应力分布图; 然后将应力分布图视为一种 连续变化的体密度分布来反映模型不同部位的 密度分布;在此基础上,根据体密度分布对模型空间进行自适应 Voronoi 分割,得到不同大小的 Voronoi单元;最后,在每一个 Voronoi单元中构建 一个调和距离场函数来掏空该单元,从而实现整 个模型类似于蜂窝结构的内部掏空效果.





a. 模型应力分布 b

b. 与应力分布相对 c. 内部结构生成
 应的内点分布



d. 内部结构优化
 e. 最终优化结果
 图 6 蜂窝状结构生成

受物体的中轴(media axis)和骨架结构启发, 香港大学的 Zhang 等^[15]提出一种中轴树结构作为 物体内部结构型式来达到节省材料并提高物体力 学强度的目的.这种结构型式主要由3个组成部分: (1)中轴结构,它是整个结构的核心;(2)边界框架, 它位于物体边界表面之下,由六边形组成;(3)一组 组的连接杆件,将边界框架与中轴结构连接起来, 形成一个完整的整体结构.图7^[15]所示为该方法的 整个流程示意.

南京航空航天大学的 Li 等^[16]则采用多孔结构 (porous structure)来解决这一问题. 他们首先根据 力学分析的应力计算结果,得到相应的密度分布 情况,再按照这一密度分布结果通过 3D 隐式方法 来生成相应的多孔结构,具体结果如图 8^[16]所示.

在自然界中一些生物结构的启示下,巴西的 Sá 等^[17]提出的胞格结构(cellular structures)来保证 结构具有足够强度同时追求材料的节约.文中面 向 3D 打印需求,作者根据给定的模型信息,给出 一种自适应生成胞格单元的算法来掏空模型内部 空间,以达到节省材料的目的.这种算法具有良好 的参数化功能,可以根据需要设定不同的参数来 满足不同的填充率要求.文中给出了 Bunny 模型 用该算法所得到的结果,如图 9^[17]所示.



图 9 胞格结构

针对上述问题,徐文鹏等^[18]借鉴传统渐进结 构优化方法,给出一种面向 3D 打印体积极小的拓 扑优化算法.该算法通过模型力学计算所得的最 大 Von Mises 应力与材料允许应力之比来引导模 型体积减小进化,直至最大应力达到允许应力值 为止.同时,引入多分辨率技术,由粗网格再到细 网格进行优化计算,有效地提高了计算效率.与 现有其他给定结构模式的方法相比, 如图 10^[18]所 示,该优化结果能更好地体现模型荷载受力的传 递路径.



a. bunny 模型抽壳处理



c. 应力比为 0.7 时, 1级优化结果



e. 应力比为 0.9 时, 2级优化结果





g. bunny 内部空间优化结果 h. bunny 模型最终优化结果 图 10 拓扑优化方法

2 强度优化

传统制造的特点是可以快速地实现批量制造, 但不能满足个性化定制的需求, 3D 打印技术在这 一方面有了新的突破, 可以帮助用户设计与制造 出自己独特的工艺品模型. 但是, 由于很多用户在 设计过程中,缺乏一些经验知识,使得设计出的模 型不能满足模型强度的要求,导致最终打印出的 模型质量上存在一定缺陷. 所以, 在设计过程中如 何帮助用户检测出模型的结构及强度问题,并给 出恰当的解决方案, 是极为重要的, 这对于避免因

b. bunny 模型抽壳后 内部空间四面体剖分



d. 将 c 优化结果传 递到2级细分模型





结构问题而导致打印材料的浪费也有一定的意义.

针对一些模型可能因为结构缺陷而不能打印 的问题, Telea 等^[19]观察一些 3D 打印模型的缺陷, 从中分析出这一问题的关键在于模型中的细长区 域, 如图 11^[19]所示. 基于这一分析, 他们采用体素 表示(voxel-based representation)方法来检测细长区 域,给出了一个可自动分析模型可打印性的方案. 但是他们没有给出修正这些细长区域的方法.



图 11 模型上的细长区域

针对强度问题, Stava 等^[20]提出了一个方案, 该方案可以自动检测并修正结构强度问题, 其核 心思想主要是通过创建一个与原有模型尽可能相 似的新的 3D 模型, 通过对其进行结构分析来系统 地提高模型的结构强度与整体一致性. 该方案通 过一个轻量级的结构分析解算器来检测并计算出 模型的结构强度,并对检测出来的模型强度薄弱 区域采用内部挖洞、局部加厚和加支撑3种方式来 进行修正,使模型最终满足打印要求.如图 12^[20] 所示.



图 12 结构强度问题与修正

Stava 等^[20]的方案能够有效地避免高强度应力 区域的出现,从而提高模型的整体结构性能,但是 该方案同时存在一个问题:在对模型进行结构 强度检测时,系统是通过预设模型所承受的外力 来计算模型的结构强度.遗憾地是,对于一个实际 模型来讲,预设的外力并不能很好地模拟出模型 的真实受力情况,所以,这种结构分析的结果的真 实性和可靠性都不能很好保证.

在此基础上, Zhou 等^[21]提出了一个更好的解 决方案. 该方案仅依靠几何和材料特性, 通过寻找 一种最不利荷载情况(worst-case), 来检测出模型 的易损坏和易变形区域.

在结构动力特性研究领域中,模态分析是较 常用的一种方法,它通过分析机械结构的振动特 性来得到结构的变形趋势.因此,该方案便是基于 模态分析来检测模型结构强度,与前述方法不同 的是,该方案不再预设模型的外部受力情况,直接 对原有模型进行模态分析,提取出模型的相对薄 弱区域,并计算出模型的最不利荷载情况,再通过 有限元分析的方法来修改模型,最终使模型达到 结构强度标准.如图 13^[21]所示.



同样针对强度问题, Umetani 等^[22]则基于欧拉-伯努利假设, 根据弯矩平衡方程给出了一种基于 横截面的力学分析方法.这种方法认为 3D 模型的 强度问题大多出现在细长特征区域,这类区域可 近似看作欧拉-伯努利梁结构, 因此,可采用欧拉-伯努利假设与相关梁结构应力计算方法来计算该 区域的应力.与有限元力学计算不同的是, 它无需 网格剖分, 按照梁结构理论来计算梁表面的最大 应力,不仅能够提高计算精度, 还可以提升计算效 率.文中利用这种方法来优化 3D 打印模型的打印 方向, 从而提高打印模型的结构强度, 算法流程如 图 14^[22]所示.



随着 3D 打印的普及,越来越多的用户会自己 设计或修改 3D 模型. 但是由于个人设计经验不足, 最终设计的模型可能会存在结构缺陷. 所以,如何 检测并修正这些结构缺陷,对于这些用户具有很 大价值. Xie 等^[23]就此研究了这一问题,并给出了 一个面向 3D 打印的模型编辑与分析系统.

该系统引入骨架工具来辅助模型形状编辑, 同时结合骨架来对模型进行分区,通过模型分区 来有效提高模型的有限元计算效率,使得系统有 限元分析具有快速的反馈.之后,根据有限元计算 结果检测出模型上的脆弱区域,并以骨架为工具 对这些脆弱区域进行优化加固,使其强度满足使 用要求.该系统的完整流程如图 15^[23]所示.



图 15 基于骨架的模型编辑与分析系统

针对类似问题, Xu 等^[24]给出一种基于骨架-截 面的结构分析方法, 来帮助用户在设计模型的同 时进行结构分析, 以检测模型结构问题, 保证模型 的结构强度. 该方法也引入了骨架工具, 将模型蒙 皮绑定到骨架上, 通过修改骨架来编辑模型外形; 并通过骨架来引导生成截面, 根据骨架分支信息 为模型所有截面施加最不利荷载, 从而实现所有 截面的应力计算. 在此基础上, 根据应力计算结果, 对应力超过阈值的脆弱部位通过骨骼驱动来修正



图 16 骨架-截面结构分析与优化

变形问题也常会导致 3D 打印模型不能正常工 作, 尤其是在 3D 打印过程中采用具有弹性变形的 材料时.这时因为这些对象的外形会在外力作用 下发生弹性变形,使得模型最终外形总是与所设 计的形状有一定差距.为避免这种形状差距的产 生,传统的解决方法是采用迭代法如牛顿-拉普森 法,即通过不断的设计,再对比实际结果与目标结 果找出差距,最后根据实际与目标结果间的差距 再修正设计,这样反复迭代最终完成设计.这样的 设计过程既烦琐,效率又低.

针对上述问题, Chen 等^[25]提出一种逆向弹性 形状设计(inverse elastic shape design)的渐近数值 方法.该方法在设计一开始时就考虑物体在受力 后的弹性变形,并将这一变形结果再反作用于物 体的初始形状,得到期望的设计形状.它根据材料 特性得到材料的力学变形模型,在此基础上将对 象的受力变形作为一个设计参数来考虑,进行弹 性对象外形设计,计算过程如图 17^[25]所示.文献 [25]给出了一些计算实例,并与实际打印结果进行 对比.



图 17 逆向弹性形状设计

3 稳定性优化

3D 打印技术使得每个人都可以设计出自己想 要的物体,在 3D 虚拟环境下,设计者所设计出的 模型可以任意摆放姿势与位置,物体不会受到真 实世界物理规律的约束.但是,当把 3D 模型打印 出实体时,就需要考虑物体的受力情况,如果模型 不能保持平衡状态,将不能按照设计者所希望的 姿势或位置来摆放.此时,通常就需要对模型进行 反复修改,或者将模型粘在一个很重的基座上,来 保证模型能够被很好地摆放.但是,这2种方法相 对都比较麻烦,并且可能会影响模型外观效果.

为了解决模型的平衡问题, Romain 等^[26]提出 了一种重心优化方法,通过几何方法来对模型的 重心位置进行优化,使得模型在给定姿势下能够 达到平衡状态,如图 18^[26]所示.



a. 模型需靠尾巴支撑站立 b. 处理后模型可单腿站立



c. T-Rex 模型头部放大与掏空图 18 重心优化效果

文中首先给出模型平衡的2种基本模式,即站 立模式和悬挂模式,在站立模式下,需要保证模型 的重心投影,落在模型与平面接触点构成的支撑 多边形内,从而使模型稳定在平面上;在悬挂模式 下,需要保证模型重心经过模型与细绳相连的悬 挂点,来达到平衡状态.如图 19^[26]所示.



图 19 站立与悬挂 2 种平衡模式

然后作者在此基础上,将 3D 输入模型视为一 个实体模型,通过改变模型的重心来提高模型的 稳定性.文中介绍了 2 种优化重心的方法,掏空模 型内部和对模型进行适当变形.通过优化模型内 部与外表面形状,在保持模型细节的同时,改变模 型的重量分布,从而使模型重心移动到合适位置, 最终保持模型的平衡;如图 18b,18c 所示. 针对同样的问题, Christiansen 等^[27]提出一套 相似的方法来提高模型的平衡性. 他们采用了2种 方式: 内部掏空和部件旋转. 首先, 他们对模型进 行内部掏空, 使模型保持较好的平衡状态. 如果内 部掏空方法不能使物体达到较好平衡, 再通过旋 转部分对象来实现平衡. 该方法的实现效果如图 20^[27]所示.



陀螺、悠悠球等旋转玩具因其在旋转时能保持 一种漂亮的动态平衡,因此,它们在世界各地都非 常受人欢迎.通常情况下,陀螺一般是质量分布均 匀且具有对称外形的物体,这样的结构可以保证 陀螺在受到外在力矩的作用下,绕着自转轴旋转 而不会倒下.如果陀螺的外形不对称,即便质量分 布均匀,但是由于其不具有稳定的惯性力矩,所以 不能维持长时间的旋转.

针对这个问题, Moritz 等^[28]提出一种有效的算 法,可以使具有独特造型的玩具也能够像陀螺一 样旋转.算法的核心思想是:保证旋转物体具有稳 定的惯性力矩.由于惯性力矩是由物体的整体体 积决定,并不受物体形状所限制,因此,可以通过 改变物体的质量分布来使物体达到动态平衡.

基于以上思想, Moritz 等通过算法来分析对象 的旋转情况,采用物体内部挖空、笼状变形 (cage-based deformation)等方法修正内部质量分布, 以达到稳定的惯性力矩;同时,使质心也尽量保持 在旋转轴的低位.此外,他们使用双密度优化技术, 一个物体由不同的材质混合填充,以尽可能地保 证物体的细节外形不变.应用这种算法,可以很方 便地制造出各种形态逼真,造型独特的玩具,如图 21^[28]所示.

李大伟等^[29]则根据密度这一重要的物体属性, 给出一种密度感知质心的稳定性优化建模方法. 该方法以模型与给定目标质心、质量条件为输入, 首先生成模型的偏置壳体来保证模型的外形不变, 再根据指定目标质心与质量条件来求解模型的密 度分布,最后采用隐式函数来生成符合密度分布 的内部结构.系统流程如图 22^[29]所示.



图 21 Spin It 算法示意与实例



a. 输入模型
 b. 密度分布
 c. 填充结果
 图 22 密度感知质心的稳定性优化流程

针对上述稳定性问题, Musialski 等^[30]从偏置 曲面(offset surfaces)角度出发, 给出了一个更好、 更通用的方法. 其基本思想是将 3D 模型视为模型 外表面曲面与内表面曲面之间的一个实体对象, 内表面曲面是外表面根据不同厚度距离所产生的 一个偏置曲面, 如图 23^[30]所示.



图 23 偏置曲面优化示意

文中采用 Manifold harmonics 方法来计算在给 定模型外表面曲面条件下,根据一定的约束和目 标函数来优化产生内表面,从而得到符合应用需 求的模型结果.这一方法成功地将上述静态与动 态稳定性问题纳入到一个统一问题框架下,具有 很好的推广应用价值.

在稳定性问题中,还有一类稳定平衡问题 (stable equilibrium),如常见的不倒翁玩具就属于 稳定平衡的物体.这类物体在受到外力时倾倒,当 撤去外力时,它又能恢复到一个初始平衡位置.针 对这类物体的建模优化问题,吴芬芬^[31]研究了 不倒翁的原理,给出稳定平衡的优化算法,使得所 优化的物体具有稳定平衡性质.

该算法先将模型进行体素化,再通过水平和 垂直2个方向对模型进行迭代式掏空,并结合对模 型底部局部小范围变形处理,最终使模型达到稳 定平衡状态;其中掏空和变形处理方法如图 24^[31] 所示.



a. 内部掏空b.图 24 不倒翁优化处理方法

针对同样的不倒翁问题, Zhao 等^[32]给出了另 一种便捷的设计方法.该方法中,用户首先给出一 个模型作为不倒翁的上部结构;之后根据质量分 布要求对模型进行优化,再根据优化后的模型再 生成一个相应的底座作为不倒翁的下部结构,从 而完成不倒翁的设计.系统流程如图 25^[32]所示.



4 支撑优化

由于 3D 打印采用截面逐层堆叠方式来构建物 体,因此对于模型中的一些悬空部位来说,常见的 熔融沉积型(fused deposition modeling),FDM、光固 化成型(stereo lithography appearance),SLA、数字 光处理成型(digital light processing),DLP 和激光选 区熔化(selective laser melting),SLM 等类型 3D 打 印机需要在这些部位下面添加支撑结构才能完成 正常打印,等打印完毕后再去除支撑.由于支撑材 料在去除后仍可能会在模型上留下一些印记,而 且去除的过程也非常耗时,因此一般应通过模型 修正、分割或优化打印方向等方法尽量避免使用支 撑结构.

关于支撑生成问题,快速成型领域早已有学 者对此进行研究.常见的方法根据处理对象可分 为2种:一种方法是根据模型表面的倾斜角度来分 析,以网格模型(mesh)为输入,根据 3D 模型面片 的朝向和大小来生成支撑^[33]. 也即, 先找到 3D 模型中所有悬空的且与水平面夹角较小的面片, 再 对这些面片添加支撑, 如图 26^[33]所示.



这种支撑生成方法基于网格模型,因此它具 有良好的通用性.但是,在生成支撑时它没有考虑 各个快速成型系统之间的差异,也没有考虑所用 材料性能的不同,同时所生成的支撑在后期切片 时也可能增加多余的数据.针对这些问题,另一常 见方法是根据对相邻切片的布尔运算结果进行分 析,即直接以 3D 模型的切片数据(slice data)为输 入^[34,35],对 2 个相邻切片层作布尔差分运算,再根 据所得的结果来确定所需要添加支撑的点,如图 27^[34]所示.



图 27 基于切片数据的支撑生成

一般而言,在设计模型的支撑结构时,首先, 所设计的支撑要求有足够的强度,这样才能确保 它自身及其所支撑的上部结构能正常打印;其次, 支撑结构还应尽可能地少,不必要的支撑不仅会 增加打印时间、消耗更多材料,同时会带来后处理 的问题.当前大多数 3D 打印机自带软件所生成的 支撑结构通常是垂直连接悬空部分到其下最接近 的实体部分,因此这类支撑结构远非最优结构,其 材料消耗尚有很大优化空间.

如前所述,支撑优化是 3D 打印的工艺要求, 因此无论是工业制品还是工艺品的打印,都需要 考虑这一问题.针对支撑优化问题,目前主要有 2 种方法来解决:(1)优化打印方向^[36-40],以避免或减 少支撑结构;(2)采用更优的支撑结构^[13,41-44],使支 撑结构更经济高效.第一种方法常见于工业制品 的打印研究中,而后一种方法则更多地被工艺品 打印所采用. 下面对后一种方法中的典型支撑结 构作简单介绍.

为了优化支撑结构, Strano 等^[41]采用胞格结构 (cellular structures)为支撑结构型式, 在优化打印 方向的基础上, 给出了一种设计和优化这类结构 型式支撑的方法. 这种方法利用 3D 隐式函数来设 计产生胞格型的支撑结构, 同时所产生的支撑结 构具有疏密变化. 由于隐式函数的方法可以通过 纯数学表达式来设计产生几何形状, 因此该方法 非常适用于构建与设计支撑结构. 通过这种方法, 各种不同的胞格结构都能容易地构建与优化, 尤 其是它可以根据不同的支撑要求来产生出不同疏 密变化的胞格型支撑结构, 有关结果如图 28^[41]所示.





a. 不合适的打印方向







c. 胞格支撑结构 d. 疏密变化的支撑图 28 胞格结构支撑

Wang 等^[13]则通过一个评价函数来检测出物体 表面的悬空点,再在物体表面上寻找合适的基点, 通过离散的支撑柱型式杆状结构来连接悬空点和 最近支撑点,实现支撑结构的优化,如图 29^[13]所示.

陈岩等^[42]给出了一种能设计出具有良好可打 印性支撑结构的方法.该方法根据一个支撑能量 函数在物体表面来寻找支撑点,并根据支撑点信 息自动添加杆状支撑结构.同时,该方法还对支撑 杆的具体结构进行了优化,以增强其稳定性,同时 便于支撑杆在打印后易于从物体表面剥除.图 30^[42]所示为文中算法所得到的一些支撑结构结果.

Vanek 等^[43]则提出了自动生成树状支撑结构 的算法. 该算法首先优化模型的方向, 使得模型表



a. 杆状支撑结构模型



b. 杆状支撑结构打印结果图 29 杆状支撑结构



图 30 优化的杆状支撑结构

面所需的支撑面积最小;之后,在需要支撑的支撑 面上检测确定出支撑点;在此基础上,对这些支撑 点采用渐进方式来构建支撑结构,渐进的目标是 使支撑结构总长度为最小,系统流程如图 31^[43]所 示.最终生成的支撑结构类似于 Autodesk Meshmixer 软件所生成的树状支撑结构,它在节约材 料和减少打印时间上有着很好的表现.



http://www.meshmixer.com/





c. 最终模型

图 32 Poppy 机器人大腿的脚手架支撑结构

5 总结展望

3D 打印作为"第三次工业革命"的前沿代表 技术,其通过逐层打印、层层堆积的方式,将给定 的数字化模型打印输出为物理世界的产品.3D 打 印有效地打通了数字化模型设计与真实产品制造 之间的鸿沟,将产品设计与制造两阶段更紧密地 关联在一起.3D 打印的这些优点,使得个性化工 艺品的设计与制造变得更加简单易行,同时也给 工艺品的打印制造带来了诸多新问题,促进了相 关工作的研究.

本文主要介绍了面向 3D 打印的工艺品结构优 化相关工作,并针对其中的节省材料、增加强度、 提高稳定性和优化支撑结构 4 个方面进行了分类 介绍.下面我们再对这 4 个方面的工作做一个简单 总结与展望.

5.1 节省材料

在面向节省材料的结构优化方面,这些工作 的最终目标是根据 3D 打印需求生成一个内部稀疏 的空间结构.现有工作根据结构类型和生成特点 可总结如表 1 所示.从生成特点来看,并无固定方 法,但圆柱体因为形状简单、组合灵活,因此较为 常用.从结构类型来看,目前研究大多采用某种指 定的结构型式来实现,如网架、蜂窝、多孔结构等, 其结构优化结果往往会受到所用结构型式的限制. 从这个角度来看,如何寻找一些更好的结构型式, 使其既能够节省材料,同时也能较好满足实际需 求,将值得深入研究.另外,发挥传统结构拓扑优 化的优势来生成所需结构,也将会是一个很好的 策略.

表1 节省材料工作分类

有关工作	结构类型	生成特点
Schroeder 等 ^[11]	多孔结构(porous struc- ture)	随机函数
Rosen 等 ^[12]	网架结构(lattice)	圆柱体
Wang 等 ^[13]	蒙皮-刚架(skin-Frame)	圆柱体
Lu 等 ^[14]	蜂窝结构(honeycomb)	Voronoi 图
Zhang 等 ^[15]	中轴树(media axis tree)	圆柱体
Li 等 ^[16]	多孔结构(porous struc- ture)	隐式函数
Sá 等 ^[17]	胞格结构 (cellular structures)	自适应细分 算法
徐文鹏等[18]	无固定结构型式	渐近结构拓 扑优化算法

同时,目前方法均没有考虑内部支撑问题,也 即从这些方法所得到的优化模型来看,其模型中 都存在悬空结构.因此,这些模型需要用立体喷印 (three dimensional printing), 3DP 或激光选区烧结 (selective laser sintering), SLS 等无需支撑的打印技 术才能正常打印,且模型上需预留一些孔洞用来 清除内部起支撑作用的未成形粉末.如果采用需 要支撑的打印技术,如熔融沉积型 FDM、光固化 成型 SLA、数字光处理成型 DLP 和激光选区熔化 SLM 等,这些结构就可能因为支撑问题而导致打 印失败.如何对 3D 打印模型进行结构优化,使得 优化结果能在不影响模型外表面的条件下,既能 很好地满足力学强度要求、较好地反映模型的受力 传递路线,同时,所得到的优化结构内部无需支撑, 值得深入研究.

5.2 强度优化

在强度优化方面,目前研究主要涉及2个方面问题:强度检测与结构修正,如表2所示.

目前强度检测主要有有限元与截面结构分析 2 种方法. 其中,有限元方法计算准确,但计算较 为复杂,计算效率较低;截面结构分析计算简单, 计算效率高,但计算结果精确程度较低. 因此,目 前工作中强度检测大多采用有限元方法,但由于 3D 模型单元数量众多,导致计算效率较低;同时 在操作与使用上具有一定的难度. 所以,提高有限 元分析的计算效率、减少力学分析所需时间、提高 分析的时效性这些问题亟需解决.

表 2	强度	优化工	作乡	}类

有关工作	强度检测	结构修正
Telea 和 Jalba ^[19]	,几何方法	×
Stava 等 ^[20]	,有限元	,局部加厚, 加支 撑, 内部挖洞
Zhou 等 ^[21]	,有限元	×
Umetani 和 Schmidt ^[22]	,截面结构分析	×,优化打印方向
Xie 等 ^[23]	,有限元	,局部加厚
Xu 等 ^[24]	,截面结构分析	,局部加厚
Chen 等 ^[25]	,有限元	,逆向修正

强度修正问题主要考虑如何以较小的变形代 价来修正强度不足问题,现有研究工作多采用局 部加厚、加支撑、内部挖洞等方法,其中主要以局 部加厚为主.这方面工作的困难之处在于既要满 足强度修正要求,又要保证变形较小.未来工作应 能将强度检测与修正结合起来,才能有更好的应 用价值.

5.3 稳定性优化

在增加物体稳定性工作方面,目前主要有内 部掏空和变形 2 种方法,如表 3 所示.其中,内部 掏空方法比较简单、直观,因此大多数方法中都采 用了它,但它会受到物体外表面与厚度的限制;变 形方法则较为通用,但外表面的变形会改变模型 外观形状,因此需要慎用.而 Musialski等^[30]通过 偏置曲面使内表面变形得到所需结果的方法,思 想独特,具有一定的推广价值,有兴趣的读者可根 据其思想将该方法应用到类似问题与场景中去.

5.4 支撑优化

在支撑结构优化方面, 主要涉及 2 方面工作: 支撑区域分析与形状设计. 支撑区域分析的任务 是在模型上寻找需要支撑的区域; 支撑形状设计

主要完成在所需区域确定支撑结构形状并添加.

表 3 稳定性优化工作分类

有关工作	内部掏空	变形
Pomain 竿 ^[26]		,内外表面变
Komani 🕁		形
Christiansen 等 ^[27]		,局部旋转
Moritz 等 ^[28]		,笼状变形
李大伟等[29]	\checkmark	×
Musialski 等 ^[30]	×	,内表面变形
吴芬芬等[31]	\checkmark	\checkmark
Zhao 等 ^[32]	\checkmark	×,增加底座

表 4 支撑优化工作分类

有关工作	支撑结构类型	生成特点
Strano 等 ^[41]	胞格结构 (cellular structures)	隐式函数
Wang 等 ^[13]	杆状结构	圆柱体
陈岩等 ^[42]	带尖头的杆状结构	尖头圆柱体
Vanek 等 ^[43]	树状结构	圆柱体
Dumas 等 ^[44]	脚手架状	梁与柱

目前支撑优化工作主要集中在支撑形状设计 方面,如杆状、树状、脚手架型等,如表4所示.未 来可以探索更少、更稳定的支撑形状来完成模型的 支撑任务.同时,由于支撑区域与 3D 打印方向紧 密相关,因此,可以借鉴工业应用的打印方向优化 有关工作,使得支撑更优更少,对工艺品的支撑优 化将会更有优势.此外,模型分割也可以使分块后 的模型支撑情形发生变化,因此,研究如何分割模 型使得模型的支撑结构得到优化,也具有重要研 究意义.

最后,再将上述这些工作按类别与作者区域 信息统计,如表 5 所示.从表中可看出,节省材料 工作最多,之后是强度优化和稳定性优化,支撑优 化工作最少.这些工作数量上的多少一定程度上 也反映了各类工作在 3D 打印中的需求与应用价值 的差别,同时也表明节省材料工作对 3D 打印

表 5 面向 3D 打印的结构优化文献统计

类别	文献总数	国内	国外
节省材料	8	5	3
强度优化	7	3	4
稳定性优化	7	3	4
支撑优化	5	2	3

有着重要的研究意义.此外,根据作者分布来看, 在这4类工作中,国内工作的数量和国外基本持平, 这也表明在 3D 打印的结构优化研究领域,国内外 研究工作没有太大差距.

根据这一现状,我们有理由相信,只要国内学 者在研究问题选择、解决方案与思路上继续拓宽研 究视野的话,一定能做出更多更好的工作.从而推 动面向 3D 打印的结构优化研究不断向前发展.

参考文献(References):

- Li Fang, Ling Daosheng. Survey of the developing in engineering structural optimization design[J]. Journal of Engineering Design, 2002, 9(5): 229-235(in Chinese)
 (李 芳,凌道盛. 工程结构优化设计发展综述[J]. 工程设计学报, 2002, 9(5): 229-235)
- [2] Zhou Kemin, Li Junfeng, Li Xia. A review on topology optimization of structures[J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(1): 69-76(in Chinese)
 (周克民,李俊峰,李 霞. 结构拓扑优化研究方法综述[J].

力学进展, 2005, 35(1): 69-76) [3] Guo Zhongze, Zhang Weihong, Chen Yuze. An overview on the topological optimization design of structures[J]. Journal of Machine Design, 2007, 24(8): 1-6(in Chinese) (郭中泽, 张卫红, 陈裕泽. 结构拓扑优化设计综述[J]. 机械 设计, 2007, 24(8): 1-6)

- [4] Rozvany G I N. A critical review of established methods of structural topology optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2009, 37(3): 217-237
- [5] Deaton J D,Grandhi R V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2014, 49(1): 1-38
- [6] Liu Ligang, Xu Wenpeng, Wang Weiming, et al. Survey on geometric computing in 3D printing[J]. Chinese Journal of Computers, 2015, 38(6): 1243-1267(in Chinese) (刘利刚, 徐文鹏, 王伟明, 等. 3D打印中的几何计算研究进展[J]. 计算机学报, 2015, 38(6): 1243-1267)
- Hu Ruizhen, Huang Hui. Recent progress in 3D printing inspired fabrication optimization[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2015, 27(6): 961-967(in Chinese)

(胡瑞珍,黄 惠. 3D 打印启发下的模型实例化优化研究综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(6): 961-967)

[8] Fan Hualin, Yang Wei. Development of lattice materials with high specific stiffness and strength[J]. Advances in Mechanics, 2007, 37(1): 99-112(in Chinese)

(范华林,杨 卫. 轻质高强点阵材料及其力学性能研究进 展[J]. 力学进展, 2007, 37(1): 99-112)

- [9] Wu Linzhi, Xiong Jian, Ma Li, *et al.* Processes in the study on novel composite sandwich panels with lattice truss cores[J]. Advances in Mechanics, 2012, 42(1): 41-67(in Chinese) (吴林志, 熊 健, 马 力, 等. 新型复合材料点阵结构的研究进展[J]. 力学进展, 2012, 42(1): 41-67)
- [10] Zeng Song, Zhu Rong, Jiang Wei, et al. Research progress of metal lattice materials[J]. Materials Review, 2012, 26(3):

18-23(in Chinese)

(曾 嵩,朱 荣,姜 炜,等.金属点阵材料的研究进展[J]. 材料导报, 2012, 26(3): 18-23)

- [11] Schroeder C, Regli W C, Shokoufandeh A, et al. Computer-aided design of porous artifacts[J]. Computer-Aided Design, 2005, 37(3): 339-353
- [12] Rosen D W. Computer-aided design for additive manufacturing of cellular structures[J]. Computer-Aided Design and Applications, 2007, 4(5): 585-594
- [13] Wang W M, Wang T Y, Yang Z W, et al. Cost-effective printing of 3D objects with skin-frame structures[J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(6): Article No.177
- [14] Lu L, Sharf A, Zhao H, *et al.* Build-to-last: strength to weight 3D printed objects[J]. ACM Transactions on Graphics, 2014, 33(4): Article No.97
- [15] Zhang X L, Xia Y, Wang J Y, *et al.* Medial axis tree-an internal supporting structure for 3D printing[J]. Computer Aided Geometric Design, 2015, 35/36: 149-162
- [16] Li D L, Dai N, Jiang X P, et al. Interior structural optimization based on the density-variable shape modeling of 3D printed objects[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 83(9): 1627-1635
- [17] Medeiros e Sá A, Mello V M, Echavarria K R, et al. Adaptive voids[J]. The Visual Computer, 2015, 31(6): 799-808
- [18] Xu Wenpeng, Wang Weiming, Li Hang, et al. Topology optimization for minimal volume in 3D printing[J]. Journal of Computer Research and Development, 2015, 52(1): 38-44(in Chinese)

(徐文鹏, 王伟明, 李 航, 等. 面向 3D 打印体积极小的拓扑优化技术[J]. 计算机研究与发展, 2015, 52(1): 38-44)

- [19] Telea A, Jalba A. Voxel-based assessment of printability of 3D shapes[C]//Proceedings of the loth International Conference on Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing. Heidelberg: Springer, 2011: 393-404
- [20] Stava O, Vanek J, Benes B, *et al.* Stress relief: improving structural strength of 3D printable objects[J]. ACM Transactions on Graphics, 2012, 31(4): Article No.48
- [21] Zhou Q N, Panetta J, Zorin D. Worst-case structural Analysis[J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(4): Article No.137
- [22] Umetani N, Schmidt R. Cross-sectional structural analysis for 3D printing optimization[C]//Proceedings of SIGGRAPH Asia Technical Briefs. New York: ACM Press, 2013: Article No.5
- [23] Xie Y, Xu W, Yang Y, *et al.* Agile structural analysis for fabrication-aware shape editing[J]. Computer Aided Geometric Design, 2015, 35/36: 163-179
- [24] Xu W P, Li W, Liu L G. Skeleton-sectional structural analysis for 3D printing[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2016, 31(3): 439-449
- [25] Chen X, Zheng C X, Xu W W, et al. An asymptotic numerical method for inverse elastic shape design[J]. ACM Transactions on Graphics, 2014, 33(4): Article No.95
- [26] Prévost R, Whiting E, Lefebvre S, *et al.* Make it stand: balancing shapes for 3D fabrication[J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(4): Article No.81
- [27] Christiansen A N, Schmidt R, Bærentzen J A. Automatic balancing of 3D models[J]. Computer-Aided Design, 2015, 58: 236-241

- [28] Bächer M, Whiting E, Bickel B, et al. Spin-it: optimizing moment of inertia for spinnable objects[J]. ACM Transactions on Graphics, 2014, 33(4): Article No.96
- [29] Li Dawei, Dai Ning, Jiang Xiaotong, et al. Density aware balance optimization modeling of 3D printed objects[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2016, 28(7): 1188-1194(in Chinese)
 (李大伟,戴宁,姜晓通,等.密度感知质心的 3D 打印平

(学人特, 戴 丁, 安远迪, 守. 密度忽和烦心时 3D 打印牛 衡性优化建模[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2016, 28(7): 1188-1194)

- [30] Musialski P, Auzinger T, Birsak M, et al. Reduced-order shape optimization using offset surfaces[J]. ACM Transactions on Graphics, 2015, 34(4): Article No.102
- [31] Wu Fenfen. Stable equilibrium optimization for 3D printed objects[D]. Hefei: University of Science and Technology of China. School of Mathematical Sciences, 2016 (in Chinese)
 (吴芬芬, 3D 打印物体的稳定平衡优化[D]. 合肥: 中国科学技术大学数学科学学院, 2016)
- [32] Zhao H M, Hong C K, Lin J C, et al. Make it swing: fabricating personalized roly-poly toys. Computer Aided Geometric Design[J], 2016, 43: 226-236
- [33] Alexander P, Allen S, Dutta D. Part orientation and build cost determination in layered manufacturing[J]. Computer-Aided Design, 1998, 30(5): 343-356
- [34] Chalasani K, Jones L, Roscoe L. Support generation for fused deposition modeling[C]//Proceedings of Solid Freeform Fabrication Symposium, Austin, Texas: 1995: 229-241
- [35] Huang X M, Ye C S, Mo J H, *et al.* Slice data based support generation algorithm for fused deposition modeling[J]. Tsinghua Science & Technology, 2009, 14(S1): 223-228
- [36] Rattanawong W, Masood S H, Iovenitti P. A volumetric ap-

proach to part-build orientations in rapid prototyping[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2001, 119(1-3): 348-353

- [37] Pandey P M, Venkata Reddy N, Dhande S G. Part deposition orientation studies in layered manufacturing[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2007, 185(1-3): 125-131
- [38] Sanati Nezhad A, Barazandeh F, Rahimi A R, et al. Pareto-based optimization of part orientation in stereolithography[J]. Journal of Engineering Manufacture, 2010, 224(10): 1591-1598
- [39] Zhang X T, Le X Y, Panotopoulou A, et al. Perceptual models of preference in 3D printing direction[J]. ACM Transactions on Graphics, 2015, 34(6): Article No.215
- [40] Zhang Y C, Bernard A, Gupta R K, *et al.* Feature based building orientation optimization for additive manufacturing[J]. Rapid Prototyping Journal, 2016, 22(2): 358-376
- [41] Strano G, Hao L, Everson R M, *et al.* A new approach to the design and optimisation of support structures in additive manufacturing[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66(9): 1247-1254
- [42] Chen Y, Wang S W, Yang Z W, *et al.* Construction of support structure for FDM 3D printers[J]. Scientia Sinica: Informationis, 2015, 45(2): 259-269(in Chinese)
 (陈 岩, 王士玮,杨周旺,等. FDM 三维打印的支撑结构 的设计算法. 中国科学:信息科学[J]. 2015, 45(2): 259-269)
- [43] Vanek J, Galicia J A G, Benes B. Clever support: efficient support structure generation for digital fabrication[J]. Computer Graphics Forum, 2014, 33(5): 117-125
- [44] Dumas J, Hergel J, Lefebvre S. Bridging the gap: automated steady scaffoldings for 3D printing[J]. ACM Trans on Graphics, 2014, 33(4): Article No.98