

# 微分几何习题 07 \*

2016年 10月 20日

一. (20分)

1. 证明：一个曲面是平面当且仅当它的高斯映射只有一个点。
2. 证明：圆柱面和圆锥面的高斯映射下的像都是圆弧。若一个曲面的高斯映射的像是圆弧，它可以是什么曲面？

二. 设光滑曲面 $S$ 的参数定义域等于 $xy$ 平面中的单位圆，且 $S$ 中存在两点 $P, Q$ ，使得 $K(P) \cdot K(Q) < 0$ ，其中 $K(P)$ 为 $P$ 点的高斯曲率。求证：曲面上高斯曲率为零的点是不可数的。(10分)

三. 回忆平面曲线自然参数的曲率公式与第一，二基本型的关系。试以第一，二基本型的角度来推导空间曲线自然参数的曲率和挠率公式（详见习题二第5题）。(10分)

四. 求曲面 $\vec{r} = (a(u + u^2 + v), b(u - v - u^2), 4u^3 + 4uv)$ 的Gauss曲率，平均曲率，主曲率及对应方向。(20分)

五. 课本69页第26题。(10分)

六. 课本69页第28题。(10分)

七. 课本69页第29题。(10分)

八. 课本70页第30题。(10分)

---

\*本次作业在下周四下课后上交