

习题一

《电磁学与电动力学(下)》 1.1、1.2、1.3、1.4、1.5、1.7

补充题：

Problem 1 设 $\varphi = \varphi(\mathbb{R})$, $\vec{f} = \vec{f}(\mathbb{R})$, 其中 $\mathbb{R} = |\vec{\mathbb{R}}| = |\vec{r} - \vec{r}'|$ 为场点相对于源点的距离。试利用 $\hat{\mathbb{R}}$ 、 $\varphi'(\mathbb{R}) = d\varphi/d\mathbb{R}$ 或 $\vec{f}'(\mathbb{R}) = d\vec{f}/d\mathbb{R}$ 表示下面各式：

$$\nabla\varphi(\mathbb{R}), \nabla\vec{f}(\mathbb{R}), \nabla\cdot\vec{f}(\mathbb{R}), \nabla\times\vec{f}(\mathbb{R})$$

Problem 2 已知 \vec{a} 、 \vec{b} 为常矢量, 而 $\varphi = \varphi(r)$ 、 $\vec{f} = \vec{f}(r)$ 分别是仅依赖于径向距离的标量场和矢量场。试计算下面各矢量的梯度、散度以及旋度：

$$(1) (\vec{a}\cdot\vec{r})\vec{b}, \quad (2) (\vec{a}\cdot\vec{r})\vec{r}, \quad (3) \vec{a}\times\vec{r}, \quad (4) \vec{r}\times(\vec{a}\times\vec{r})$$

$$(5) \varphi(r)(\vec{a}\times\vec{r}), \quad (6) \varphi(r)\vec{f}(r), \quad (7) \vec{r}\times\vec{f}(r)$$

Problem 3 证明：

$$\oint_{\partial V} d\vec{\sigma} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{1}{3} \oint_{\partial V} d\vec{\sigma} \cdot \vec{r} = V$$

Problem 4 类比标量场的 Green 公式, 在 Gauss 定理 $\int_V dV \nabla\cdot\vec{F} = \oint_{\partial V} d\vec{\sigma}\cdot\vec{F}$ 中分别令

$$\vec{F} = \vec{f}\times(\nabla\times\vec{g}), \quad \vec{F} = \vec{f}\times(\nabla\times\vec{g}) - \vec{g}\times(\nabla\times\vec{f}) \quad \text{and} \quad \vec{F} = \vec{f}\times(\nabla\times\vec{f}).$$

得到矢量场的 Green 公式。