



数据库系统概论

An Introduction to Database System

第六章 关系数据理论

刘 淇

Email: qiliuql@ustc.edu.cn



第六章 关系数据理论

2

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

*6.4 模式的分解

6.5 小结



6.1 问题的提出

3

关系数据库逻辑设计

- 针对具体问题，如何构造一个适合于它的数据库模式
- 数据库逻辑设计的工具——关系数据库的规范化理论



问题的提出

4

- 一、概念回顾
- 二、关系模式的形式化定义
- 三、什么是数据依赖
- 四、关系模式的简化定义
- 五、数据依赖对关系模式影响



一、概念回顾

5

- 关系
- 关系模式
- 关系数据库
- 关系数据库的模式



关系 (Relation)

6

$D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n$ 的子集叫作在域 D_1, D_2, \dots, D_n 上的关系, 表示为 $R(D_1, D_2, \dots, D)$

- R : 关系名
- n : 关系的目或度 (Degree)

表2.2 SAP 关系

SUPERVISOR	SPECIALITY	POSTGRADUATE
张清玫	信息专业	李勇
张清玫	信息专业	刘晨
刘逸	信息专业	王敏



关系模式

7

- 关系模式（**Relation Schema**）是型
- 关系模式是对关系的描述
 - 元组集合的结构
 - 属性构成
 - 属性来自的域
 - 属性与域之间的映象关系
 - 元组语义以及完整性约束条件
 - 属性间的数据依赖关系集合



关系模式与关系

8

- 关系模式
 - 对关系的描述
 - 静态的、稳定的
 - 关系
 - 关系模式在某一时刻的状态或内容
 - 动态的、随时间不断变化的
 - 关系模式和关系往往统称为关系
- 通过上下文加以区别



关系数据库

9

- 关系数据库
 - 在一个给定的应用领域中，所有关系的集合构成一个关系数据库
- 关系数据库的型与值



二、关系模式的形式化定义

10

关系模式由五部分组成，即它是一个五元组：

$R(U, D, DOM, F)$

R: 关系名

U: 组成该关系的属性名集合

D: 属性组U中属性所来自的域

DOM: 属性向域的映象集合

F: 属性间数据的依赖关系集合



三、什么是数据依赖

11

1. 完整性约束的表现形式

- 限定属性取值范围：例如学生成绩必须在0-100之间
- 定义属性值间的相互关连（主要体现于值的相等与否），这就是数据依赖，它是数据库模式设计的关键



什么是数据依赖（续）

12

2. 数据依赖

- 一个关系内部属性与属性之间的约束关系
- 现实世界属性间相互联系的抽象
- 数据内在的性质
- 语义的体现



什么是数据依赖（续）

13

3. 数据依赖的类型

- 函数依赖（Functional Dependency，简记为FD）
 - 属性值之间的联系可直接用函数来表示（1:1）
- 多值依赖（Multivalued Dependency，简记为MVD）
 - 属性值之间存在1:n的关系
- 其他



四、关系模式的简化表示

14

- 关系模式 $R(U, D, DOM, F)$

简化为一个三元组（仅保留属性名、依赖集合）：

$R(U, F)$

- 当且仅当 U 上的一个关系 r 满足 F 时， r 称为关系模式 $R(U, F)$ 的一个关系



五、数据依赖对关系模式的影响

15

[例1]建立一个描述学校教务的数据库：

学生的学号 (Sno)、所在系 (Sdept)

系主任姓名 (Mname)、课程名 (Cname)

成绩 (Grade)

单一的关系模式： $\text{Student} \langle U, F \rangle$

$U = \{ Sno, Sdept, Mname, Cname, Grade \}$

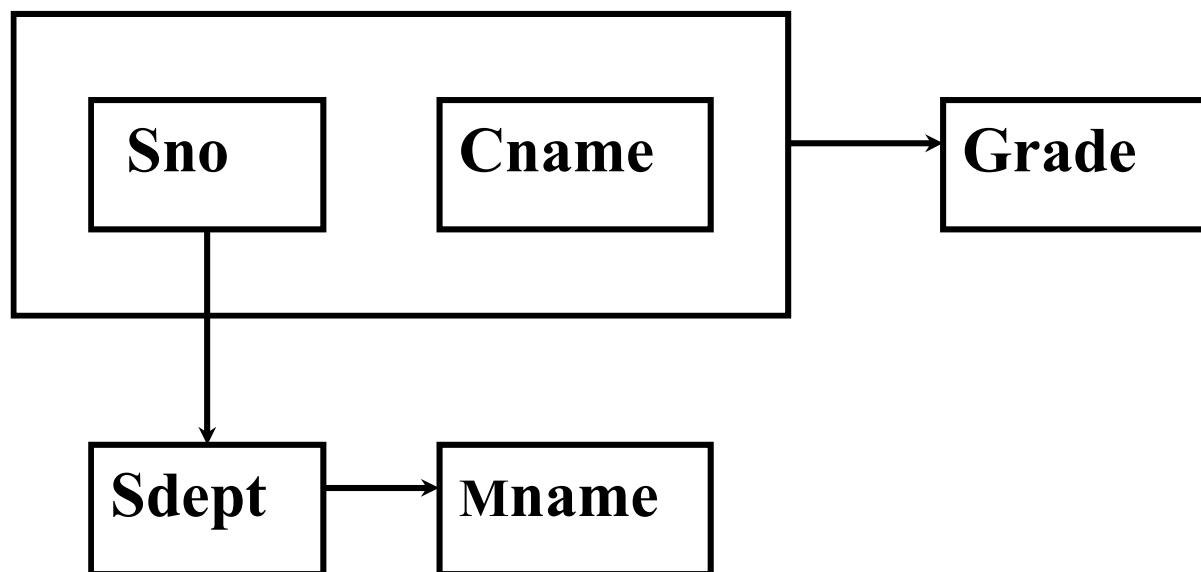


数据依赖对关系模式的影响（续）

16

属性组U上的一组函数依赖F:

$$F = \{ \text{Sno} \rightarrow \text{Sdept}, \text{Sdept} \rightarrow \text{Mname}, \\ (\text{Sno}, \text{Cname}) \rightarrow \text{Grade} \}$$





数据依赖对关系模式的影响（续）

17

Student表

Sno	Sdept	Mname	Cname	Grade
S1	计算机系	张明	C1	95
S2	计算机系	张明	C1	90
S3	计算机系	张明	C1	88
S4	计算机系	张明	C1	70
S5	计算机系	张明	C1	78
....

关系模式
Student<U, F> 中
存在的问题

1. 数据冗余太大
2. 更新异常 (Update Anomalies)
3. 插入异常 (Insertion Anomalies)
4. 删除异常 (Deletion Anomalies)



数据依赖对关系模式的影响（续）

18

结论：

- Student关系模式不是一个好的模式。
- “好”的模式：

不会发生插入异常、删除异常、更新异常，
数据冗余应尽可能少

原因：由存在于模式中的某些数据依赖引起的

解决方法：通过分解关系模式来消除其中不合适
的数据依赖



分解关系模式

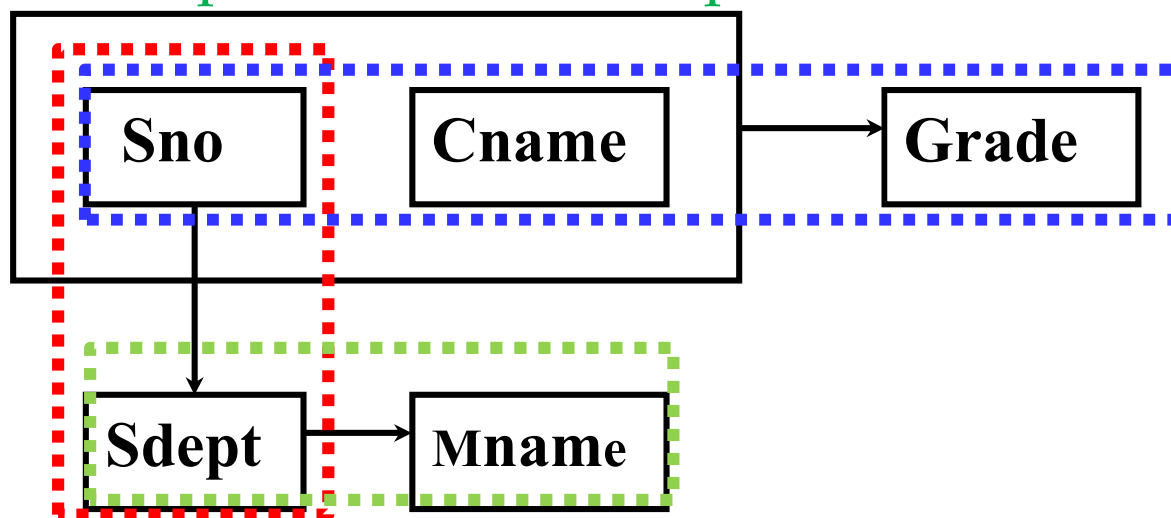
19

- 把这个单一模式分成3个关系模式:

$S(Sno, Sdept, Sno \rightarrow Sdept)$;

$SC(Sno, Cname, Grade, (Sno, Cname) \rightarrow Grade)$;

$DEPT(Sdept, Mname, Sdept \rightarrow Mname)$



$Sno, Sdept, Sno$ 函数确定 $Sdept$
 $Sdept$ 函数依赖于 $Sno, Sdept, Sno$



第六章 关系数据理论

20

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

*6.4 模式的分解

6.5 小结



6.2 规范化

21

规范化理论正是用来改造关系模式，通过分解关系模式来消除其中不合适的数据依赖，以解决插入异常、删除异常、更新异常和数据冗余问题。



6.2 规范化

22

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.1 函数依赖

23

- 函数依赖
- 平凡函数依赖与非平凡函数依赖
- 完全函数依赖与部分函数依赖
- 传递函数依赖



一、函数依赖

24

定义6.1 设 $R(U)$ 是一个属性集 U 上的关系模式， X 和 Y 是 U 的子集。

若对于 $R(U)$ 的任意一个可能的关系 r ， r 中不可能存在两个元组在 X 上的属性值相等，而在 Y 上的属性值不等，则称“ X 函数确定 Y ”或“ Y 函数依赖于 X ”，记作 $X \rightarrow Y$ 。

X 与 Y 之间是1:1的关系



说明

25

1. 所有关系实例均要满足

2. 语义范畴的概念

需要根据语义来确定函数依赖，如姓名 \rightarrow 年龄只有在该部门没有同名人的条件下成立，如果允许有同名，则年龄不再依赖于姓名。

3. 数据库设计者可以对现实世界作强制的规定

例如，规定不允许有同名



二、平凡函数依赖与非平凡函数依赖

26

在关系模式 $R(U)$ 中，对于 U 的子集 X 和 Y ，

如果 $X \rightarrow Y$ ，但 $Y \subsetneq X$ ，则称 $X \rightarrow Y$ 是非平凡的函数依赖

若 $X \rightarrow Y$ ，但 $Y \subseteq X$ ，则称 $X \rightarrow Y$ 是平凡的函数依赖

□ 例：在关系 $SC(Sno, Cno, Grade)$ 中，

非平凡函数依赖： $(Sno, Cno) \rightarrow Grade$

平凡函数依赖： $(Sno, Cno) \rightarrow Sno$

$(Sno, Cno) \rightarrow Cno$



平凡函数依赖与非平凡函数依赖（续）

27

- 若 $X \rightarrow Y$ ，则 X 称为这个函数依赖的决定属性组，也称为决定因素（Determinant）。
- 若 $X \rightarrow Y$ ， $Y \rightarrow X$ ，则记作 $X \leftrightarrow Y$ 。
- 若 Y 不函数依赖于 X ，则记作 $X \nrightarrow Y$ 。



三、完全函数依赖与部分函数依赖

28

定义6.2 在 $R(U)$ 中, 如果 $X \rightarrow Y$, 并且对于 X 的任何一个真子集 X' , 都有 $X' \not\rightarrow Y$, 则称 Y 对 X 完全函数依赖, 记作 $X \xrightarrow{F} Y$ 。

若 $X \rightarrow Y$, 但 Y 不完全函数依赖于 X , 则称 Y 对 X 部分函数依赖, 记作 $X \xrightarrow{P} Y$ 。



完全函数依赖与部分函数依赖（续）

29

[例1]建立一个描述学校教务的数据库：

学生的学号（Sno）、所在系（Sdept）

系主任姓名（Mname）、课程名（Cname）

成绩（Grade）

[例1] 中 $(Sno, Cno) \xrightarrow{F} Grade$ 是完全函数依赖，

$(Sno, Cno) \xrightarrow{P} Sdept$ 是部分函数依赖

因为 $Sno \rightarrow Sdept$ 成立，且 Sno 是 (Sno, Cno) 的真子集



四、传递函数依赖

30

定义6.3 在 $R(U)$ 中, 如果 $X \rightarrow Y$, $(Y \not\subseteq X)$, $Y \not\rightarrow X$ $Y \rightarrow Z$, 则称 Z 对 X 传递函数依赖。

记为: $X \xrightarrow{\text{传递}} Z$

注: 如果 $Y \rightarrow X$, 即 $X \leftrightarrow Y$, 则 Z 直接依赖于 X 。

例: 在关系 $Std(Sno, Sdept, Mname)$ 中, 有:

$Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Mname$

$Mname$ 传递函数依赖于 Sno



6.2 规范化

31

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.2 码

32

从函数依赖的角度：

定义6.4 设K为R<U,F>中的属性或属性组合。若 $K \xrightarrow{F} U$ ，
则K称为R的**候选码**（Candidate Key）。

若候选码多于一个，则选定其中的一个做为**主码**
（Primary Key）。



码（续）

33

□ 主属性与非主属性

- 包含在任何一个候选码中的属性，称为主属性（Prime attribute）
- 不包含在任何码中的属性称为非主属性（Nonprime attribute）或非码属性（Non-key attribute）

□ 全码

- 整个属性组是码，称为全码（All-key）



码（续）

34

[例2]

关系模式 $S(\underline{Sno}, Sdept, Sage)$ ，单个属性 Sno 是码，

$SC(\underline{Sno}, \underline{Cno}, Grade)$ 中， (Sno, Cno) 是码

[例3]

关系模式 $R(P, W, A)$

P : 演奏者 W : 作品 A : 听众

一个演奏者可以演奏多个作品

某一作品可被多个演奏者演奏

听众可以欣赏不同演奏者的不同作品

码为 (P, W, A) ，即All-Key



外部码

35

定义6.5 关系模式 R 中属性或属性组 X 并非 R 的码，但 X 是另一个关系模式的码，则称 X 是 R 的**外部码**

(Foreign key) 也称外码

- 如在 $SC(\underline{Sno}, \underline{Cno}, Grade)$ 中， Sno 不是码，但 Sno 是关系模式 $S(\underline{Sno}, Sdept, Sage)$ 的码，则 Sno 是关系模式 SC 的外部码
- 主码与外部码一起提供了表示关系间联系的手段



6.2 规范化

36

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.3 范式

37

- 范式是符合某一种级别的关系模式的集合
- 关系数据库中的关系必须满足一定的要求。满足不同程度要求的为不同范式
- 范式的种类：

第一范式(1NF)

第二范式(2NF)

第三范式(3NF)

BC范式(BCNF)

第四范式(4NF)

第五范式(5NF)



6.2.3 范式

38

- 各种范式之间存在联系：

$$1NF \supset 2NF \supset 3NF \supset BCNF \supset 4NF \supset 5NF$$

- 某一关系模式R为第n范式，可简记为 $R \in nNF$ 。
- 一个低一级范式的关系模式，通过模式分解可以转换为若干个高一级范式的关系模式的集合，这种过程就叫规范化



6.2 规范化

39

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.4 2NF

40

□ 1NF的定义

如果一个关系模式R的所有属性都是不可分的基本数据项，
则 $R \in 1NF$

- 第一范式是对关系模式的最起码的要求。不满足第一范式的数据库模式不能称为关系数据库
- 但是满足第一范式的关系模式并不一定是一个好的关系模式



6.2.4 2NF

41

□ 1NF的定义

如果一个关系模式R的所有属性都是不可分的基本数据项，
则 $R \in 1NF$

Sno	Sdept	Mname	Cno	Grade
S1	计算机系	张明	C1	95
S2	计算机系	张明	C1	90
S3	计算机系	张明	C1	88
S4	计算机系	张明	C1	70
S5	计算机系	张明	C1	78
....



2NF (续)

42

[例4] 关系模式 S-L-C(Sno, Sdept, Sloc, Cno, Grade)

Sloc为学生住处，假设每个系的学生住在同一个地方

□ 函数依赖包括：

$(Sno, Cno) \xrightarrow{F} Grade$

$Sno \rightarrow Sdept$

$(Sno, Cno) \xrightarrow{P} Sdept$

$Sno \rightarrow Sloc$

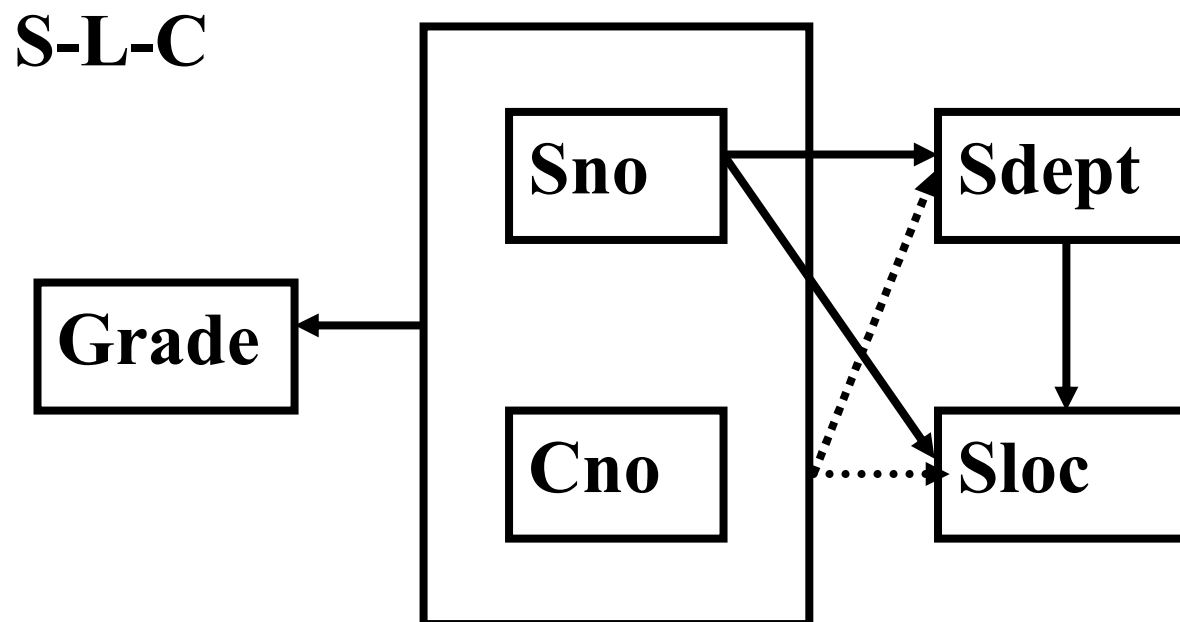
$(Sno, Cno) \xrightarrow{P} Sloc$

$Sdept \rightarrow Sloc$



2NF (续)

43



- S-L-C的码为(Sno, Cno)
- S-L-C满足第一范式。
- 非主属性Sdept和Sloc部分函数依赖于码(Sno, Cno)



S-L-C不是一个好的关系模式（续）

44

(1) 插入异常

未选课（无Cno）的学生无法插入

(2) 删除异常

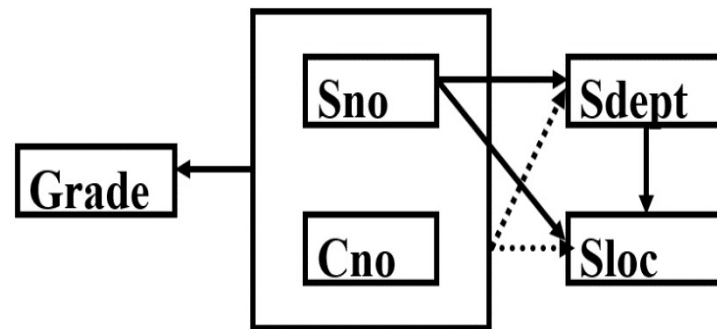
删除只选了一门课的学生的选课信息时，必须把整个元组一起删除，造成学生的Sdept Sloc等信息丢失

(3) 数据冗余度大

Sdept, Sloc重复存储

(4) 修改复杂

修改学生系别Sdept时需要同时修改Sloc





S-L-C不是一个好的关系模式（续）

45

□ 原因

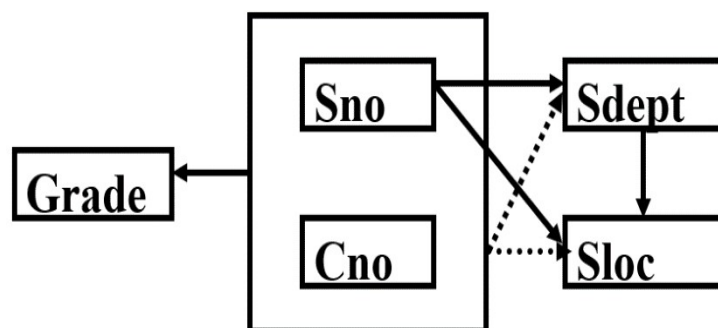
Sdept、Sloc部分函数依赖于码（只依赖于Sno）。

□ 解决方法

S-L-C分解为两个关系模式，以消除这些部分函数依赖

SC (Sno, Cno, Grade)

S-L (Sno, Sdept, Sloc)

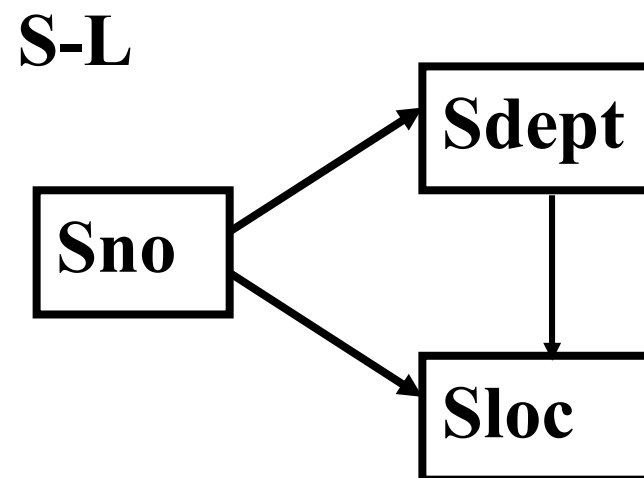
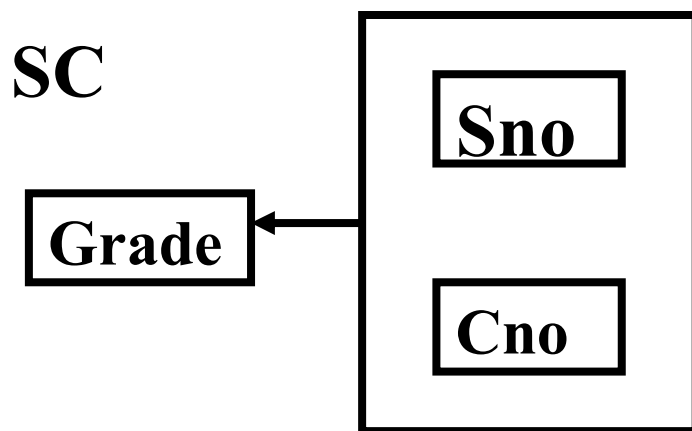




2NF (续)

46

函数依赖图:



- ❖ 关系模式SC的码为 (Sno, Cno)
- ❖ 关系模式S-L的码为Sno
- ❖ 这样非主属性对码都是完全函数依赖



2NF (续)

47

□ 2NF的定义

定义6.6 若 $R \in 1NF$ ，且每一个非主属性完全函数依赖于码，则 $R \in 2NF$ 。

例：S-L-C(Sno, Sdept, Sloc, Cno, Grade) $\in 1NF$

S-L-C(Sno, Sdept, Sloc, Cno, Grade) $\notin 2NF$

SC (Sno, Cno, Grade) $\in 2NF$

S-L (Sno, Sdept, Sloc) $\in 2NF$



2NF (续)

48

- 采用**投影分解法**将一个1NF的关系分解为多个2NF的关系，可以在一定程度上减轻原1NF关系中存在的插入异常、删除异常、数据冗余度大、修改复杂等问题。
- 将一个1NF关系分解为多个2NF的关系，并不能完全消除关系模式中的各种异常情况和数据冗余。



6.2 规范化

49

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.5 3NF

50

□ 3NF的定义

定义6.7 关系模式 $R<U, F>$ 中若不存在这样的码 X 、属性组 Y 及非主属性 Z ($Z \not\subseteq Y$), 使得 $X \rightarrow Y$, $Y \rightarrow Z$ 成立, $Y \not\rightarrow X$, 则称 $R<U, F> \in 3NF$ 。

- 若 $R \in 3NF$, 则每一个非主属性既不部分依赖于码也不传递依赖于码。



3NF (续)

51

例：2NF关系模式S-L(Sno, Sdept, Sloc)中

□ 函数依赖：

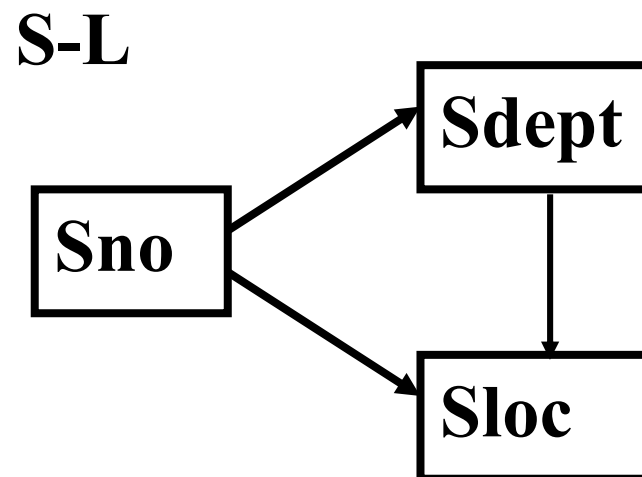
$Sno \rightarrow Sdept$

$Sdept \nrightarrow Sno$

$Sdept \rightarrow Sloc$

可得：

$Sno \xrightarrow{\text{传递}} Sloc$ ，即S-L中存在非主属性对码的传递函数依赖， $S-L \notin 3NF$

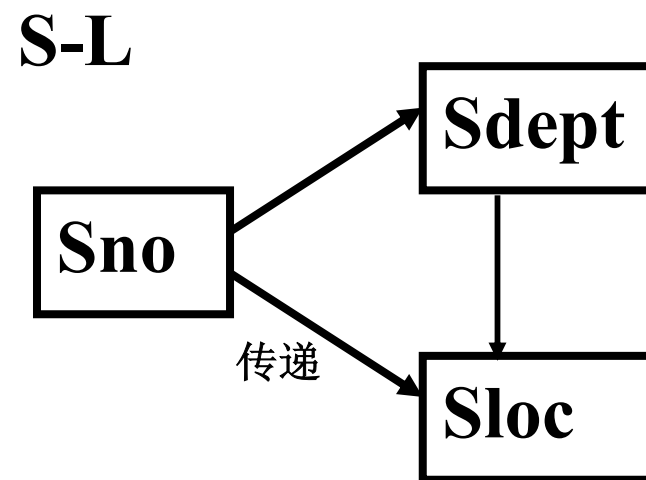




3NF (续)

52

函数依赖图:





3NF (续)

53

□ 解决方法

采用**投影分解**法，把S-L分解为两个关系模式，以消除传递函数依赖：

S-D (Sno, Sdept)

D-L (Sdept, Sloc)

S-D的码为Sno， D-L的码为Sdept。

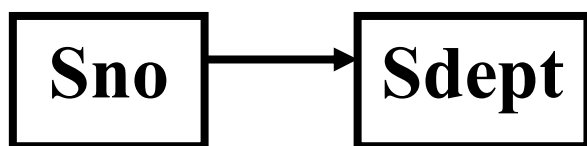
■ 分解后的关系模式S-D与D-L中不再存在传递依赖



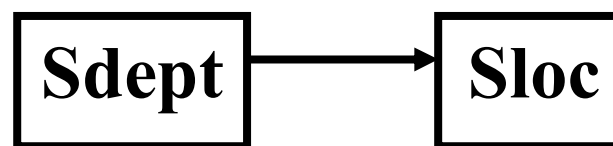
3NF (续)

54

S-D的码为Sno, D-L的码为Sdept



S-D



D-L

- ❖ $S-L(Sno, Sdept, Sloc) \in 2NF$
 $S-L(Sno, Sdept, Sloc) \notin 3NF$
 $S-D(Sno, Sdept) \in 3NF$
 $D-L(Sdept, Sloc) \in 3NF$



3NF (续)

55

- 采用**投影分解法**将一个2NF的关系分解为多个3NF的关系，可以在一定程度上解决原2NF关系中存在的插入异常、删除异常、数据冗余度大、修改复杂等问题。
- 将一个2NF关系分解为多个3NF的关系后，仍然不能完全消除关系模式中的各种异常情况和数据冗余。



关系模式规范化的基本步骤

56

□ 关系模式规范化的基本步骤

消除一些非平凡函数依赖，这些非平凡函数依赖的**决定属性集**不是码

1NF

↓ 消除非主属性对码的部分函数依赖

消除**决定属性**

2NF

集非码的非平

↓ 消除非主属性对码的传递函数依赖

凡函数依赖

3NF

↓ 消除主属性对码的部分和传递函数依赖

BCNF

↓ 消除非平凡且非函数依赖的多值依赖

4NF



6.2.6 BC范式 (BCNF)

57

- 定义6.8 关系模式 $R\langle U, F \rangle \in 1NF$, 若 $X \rightarrow Y$ 且 $Y \not\subseteq X$ 时 X 必含有码, 则 $R\langle U, F \rangle \in BCNF$.
- 由Boyce与Codd提出, 又被称为扩充的第三范式
- 等价于: 每一个决定属性因素都包含码



BCNF (续)

58

□ 若 $R \in \text{BCNF}$

- 所有非主属性对每一个码都是完全函数依赖
- 所有的主属性对每一个不包含它的码，也是完全函数依赖
- 没有任何属性完全函数依赖于非码的任何一组属性

□ $R \in \text{BCNF} \xrightleftharpoons[\text{不必要}]{\text{充分}} R \in 3\text{NF}$

□ Recall: 若 $R \in 3\text{NF}$ ，则每一个非主属性既不部分依赖于码也不传递依赖于码。



BCNF (续)

59

[例5] 关系模式C (Cno, Cname, Pcnno)

- $C \in 3NF$
- $C \in BCNF$

[例6] 关系模式S (Sno, Sname, Sdept, Sage)

- 假定S有两个码Sno, Sname, 即Sname也是唯一的
- $S \in 3NF$ 。
- $S \in BCNF$



BCNF (续)

60

[例7] 关系模式SJP (S, J, P), S是学生, J是课程, P表示名次。
每个学生选修每门课的成绩有一定的名次, 每门课中每一名只有一个学生 (无并列)。

- 函数依赖: $(S, J) \rightarrow P; (J, P) \rightarrow S$
- (S, J) 与 (J, P) 都可以作为候选码, 属性相交
- $SJP \in 3NF$,
- $SJP \in BCNF$



BCNF (续)

61

[例8]在关系模式STJ (S, T, J) 中, S表示学生, T表示教师, J表示课程。每个教师只教一门课, 每门课有若干教师, 某一学生选定某门课, 就对应一个固定的教师。

□ 函数依赖:

$$T \rightarrow J, (S, T) \rightarrow J, (S, J) \rightarrow T$$

□ (S, J)和(S, T)都是候选码



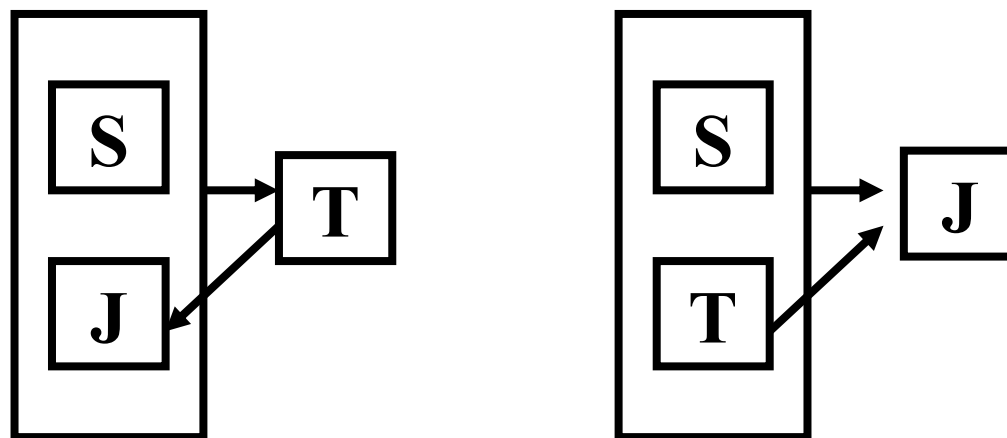
BCNF (续)

62

[例8]在关系模式STJ (S, T, J) 中, S表示学生, T表示教师, J表示课程。每个教师只教一门课, 每门课有若干教师, 某一学生选定某门课, 就对应一个固定的教师。

函数依赖:

$T \rightarrow J$, $(S, T) \rightarrow J$, $(S, J) \rightarrow T$



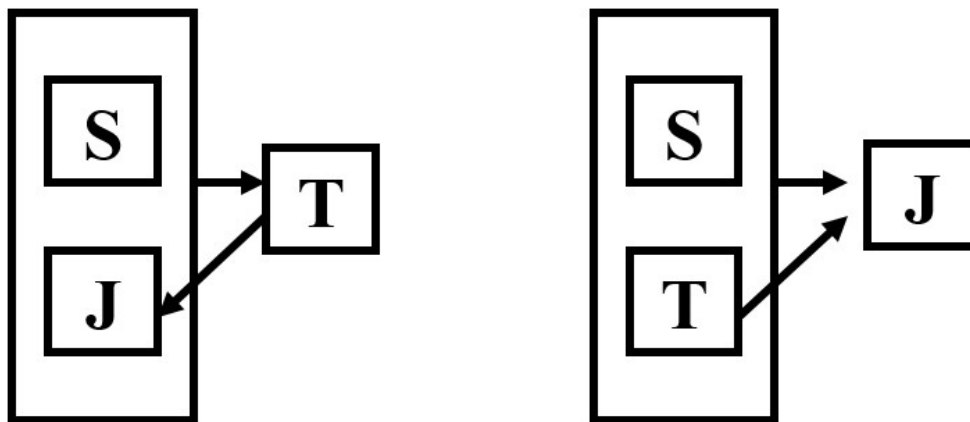
STJ中的函数依赖



BCNF (续)

63

- $STJ \in 3NF$
 - 没有任何非主属性对码传递依赖或部分依赖
 - S,T,J都是主属性
- $STJ \notin BCNF$ (BCNF 每一个决定属性因素都包含码)
 - T是决定因素，T不包含码



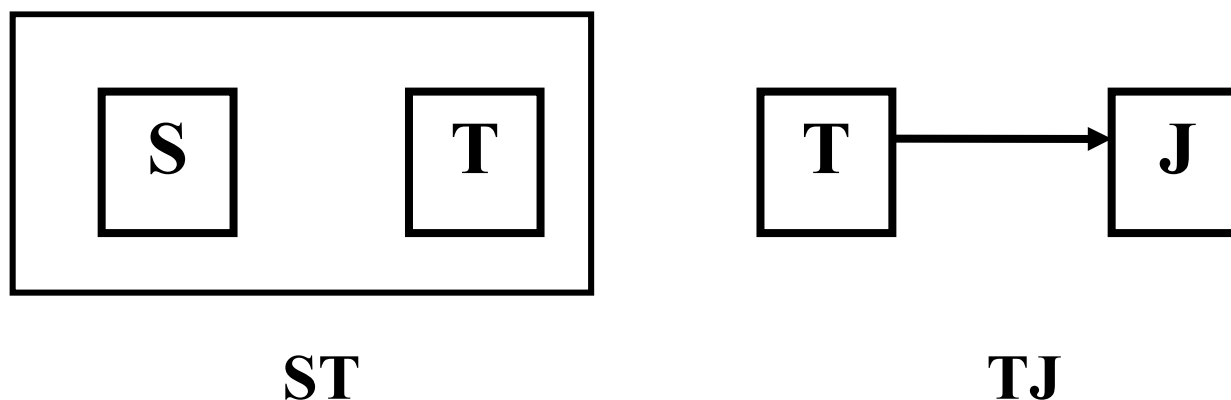


BCNF (续)

64

- 解决方法：将STJ分解为二个关系模式：

$ST(S, T) \in BCNF, TJ(T, J) \in BCNF$



没有任何属性（包括主属性）对码的部分函数依赖和传递函数依赖

3NF的“不彻底”性表现在可能存在主属性对码的部分依赖
或传递依赖



3NF与BCNF的关系

65

□ $R \in \text{BCNF} \xrightleftharpoons[\text{不必要}]{\text{充分}} R \in 3\text{NF}$

□ 如果 $R \in 3\text{NF}$ ，且 R 只有一个候选码

$R \in \text{BCNF} \xrightleftharpoons[\text{必要}]{\text{充分}} R \in 3\text{NF}$



关系模式规范化的基本步骤

66

□ 关系模式规范化的基本步骤

消除一些非平凡函数依赖，这些非平凡函数依赖的**决定属性集**不是码

1NF

↓ 消除非主属性对码的部分函数依赖

消除**决定属性**

2NF

集非码的非平

↓ 消除非主属性对码的传递函数依赖

凡函数依赖

3NF

↓ 消除主属性对码的部分和传递函数依赖

BCNF

↓ 消除非平凡且非函数依赖的多值依赖

4NF



6.2 规范化

67

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.7 多值依赖

68

[例9] 学校中某一门课程由多个教师讲授，他们使用相同的一套参考书。每个教员可以讲授多门课程，每种参考书可以供多门课程使用。



[例9] 学校中某一门课程由多个教师讲授，他们使用相同的一套参考书。
每个教员可以讲授多门课程，每种参考书可以供多门课程使用。

69

❖ 非规范化关系

课 程 C	教 员 T	参 考 书 B
物理	$\begin{Bmatrix} \text{李 勇} \\ \text{王 军} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \text{普通物理学} \\ \text{光学原理} \\ \text{物理习题集} \end{Bmatrix}$
数学	$\begin{Bmatrix} \text{李 勇} \\ \text{张 平} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \text{数学分析} \\ \text{微分方程} \\ \text{高等代数} \end{Bmatrix}$
计算数学	$\begin{Bmatrix} \text{张 平} \\ \text{周 峰} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} \text{数学分析} \end{Bmatrix}$
⋮	⋮	⋮



多值依赖（续）

70

❖ 用二维表表示Teaching

课程C	教员T	参考书B
物 理	李 勇	普通物理学
物 理	李 勇	光学原理
物 理	李 勇	物理习题集
物 理	王 军	普通物理学
物 理	王 军	光学原理
物 理	王 军	物理习题集
数 学	李 勇	数学分析
数 学	李 勇	微分方程
数 学	李 勇	高等代数
数 学	张 平	数学分析
数 学	张 平	微分方程
数 学	张 平	高等代数
...



多值依赖（续）

71

[例9] 学校中某一门课程由多个教师讲授，他们使用相同的一套参考书。每个教员可以讲授多门课程，每种参考书可以供多门课程使用。

- $\text{Teaching} \in \text{BCNF}$
- Teaching具有唯一候选码(C, T, B)，即全码



多值依赖（续）

72

Teaching模式中存在的问题

(1)数据冗余度大

(2)插入操作复杂

(3) 删除操作复杂

(4) 修改操作复杂

课程C	教员T	参考书B
物理	李勇	普通物理学
物理	李勇	光学原理
物理	李勇	物理习题集
物理	王军	普通物理学
物理	王军	光学原理
物理	王军	物理习题集
数学	李勇	数学分析
数学	李勇	微分方程
数学	李勇	高等代数
数学	张平	数学分析
数学	张平	微分方程
数学	张平	高等代数
...

存在
多值依赖



多值依赖（续）

73

□ 定义6.9

设 $R(U)$ 是一个属性集 U 上的一个关系模式， X 、 Y 和 Z 是 U 的子集，并且 $Z=U-X-Y$ 。关系模式 $R(U)$ 中多值依赖 $X \twoheadrightarrow Y$ 成立，当且仅当对 $R(U)$ 的任一关系 r ，给定的一对 (x, z) 值，有一组 Y 的值，这组值仅仅决定于 x 值而与 z 值无关

□ 例 Teaching (C, T, B)

- 对于一个（物理，光学原理）有一组 T {李勇，王军}，这组 T 仅取决于 C 的值。即，对于另一个（物理，普通物理学），它对应的一组 T 仍然是{李勇，王军}，尽管此时参考书 B 已经改变。所以， T 多值依赖于 C ，即 $C \twoheadrightarrow T$ 。
- 对于一个（物理，李勇）也是如此，即 $C \twoheadrightarrow B$ 也成立。



多值依赖（续）

74

- 多值依赖的另一个等价的形式化的定义：

在 $R(U)$ 的任一关系 r 中，如果存在元组 t, s 使得 $t[X]=s[X]$ ，那么就必然存在元组 $w, v \in r$ ，（ w, v 可以与 s, t 相同），使得 $w[X]=v[X]=t[X]$ ，而 $w[Y]=t[Y]$ ， $w[Z]=s[Z]$ ， $v[Y]=s[Y]$ ， $v[Z]=t[Z]$ （即交换 s, t 元组的 Y 值所得的两个新元组必在 r 中），则 Y 多值依赖于 X ，记为 $X \twoheadrightarrow Y$ 。这里， X, Y 是 U 的子集， $Z=U-X-Y$ 。



多值依赖（续）

75

- 在 $R(U)$ 的任一关系 r 中，如果存在元组 t, s 使得 $t[X]=s[X]$ ，那么就必然存在元组 $w, v \in r$ ，（ w, v 可以与 s, t 相同），使得 $w[X]=v[X]=t[X]$ ，而 $w[Y]=t[Y]$ ， $w[Z]=s[Z]$ ， $v[Y]=s[Y]$ ， $v[Z]=t[Z]$ （即交换 s, t 元组的 Y 值所得的两个新元组必在 r 中），则 Y 多值依赖于 X ，记为 $X \twoheadrightarrow Y$ 。这里， X, Y 是 U 的子集， $Z=U-X-Y$ 。

	课程C	教员T	参考书B
t	物 理	李 勇	普通物理学
w	物 理	李 勇	光学原理
	物 理	李 勇	物理习题集
v	物 理	王 军	普通物理学
s	物 理	王 军	光学原理
	物 理	王 军	物理习题集
	数 学	李 勇	数学分析
	数 学	李 勇	微分方程
	数 学	李 勇	高等代数
	数 学	张 平	数学分析
	数 学	张 平	微分方程
	数 学	张 平	高等代数



多值依赖（续）

76

- 平凡多值依赖和非平凡的多值依赖
 - 若 $X \twoheadrightarrow Y$ ，而 $Z = \varphi$ （空），则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为平凡的多值依赖
 - 否则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为非平凡的多值依赖



多值依赖（续）

77

[例10] 关系模式WSC (W, S, C)

- W表示仓库，S表示保管员，C表示商品
- 假设每个仓库有若干个保管员，有若干种商品
- 每个保管员保管所在的仓库的所有商品
- 每种商品被所有保管员保管



多值依赖（续）

78

[例10] 关系模式WSC (W, S, C)

■ W表示仓库，S表示保管员，C表示商品

W	S	C
W1	S1	C1
W1	S1	C2
W1	S1	C3
W1	S2	C1
W1	S2	C2
W1	S2	C3
W2	S3	C4
W2	S3	C5
W2	S4	C4
W2	S4	C5



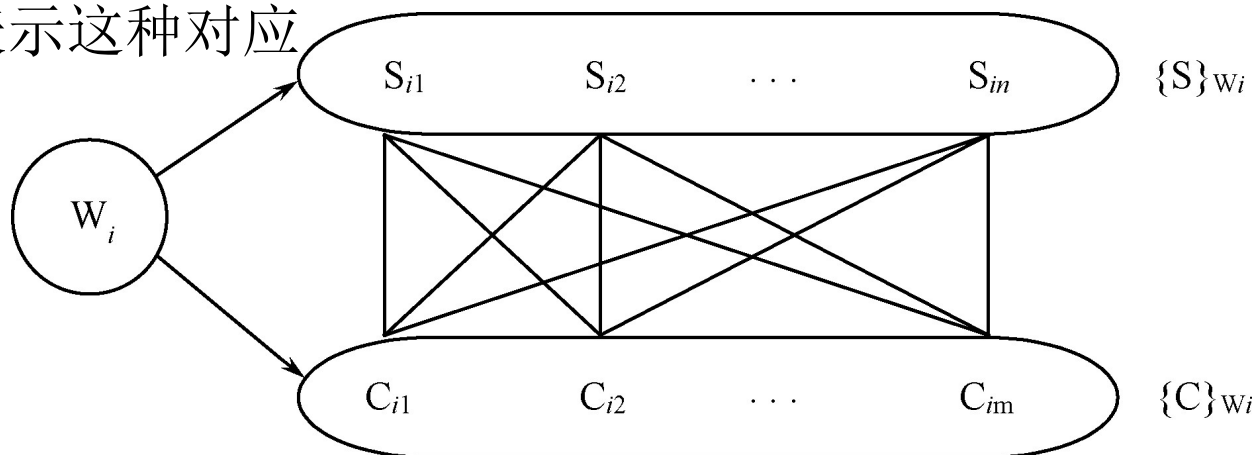
多值依赖（续）

79

[例10] 关系模式WSC (W, S, C)

- W表示仓库，S表示保管员，C表示商品
- 假设每个仓库有若干个保管员，有若干种商品
- 每个保管员保管所在的仓库的所有商品
- 每种商品被所有保管员保管

用下图表示这种对应



$W \twoheadrightarrow S$ 且 $W \twoheadrightarrow C$

5/22/2021



多值依赖的性质

80

(1) 多值依赖具有对称性

若 $X \twoheadrightarrow Y$, 则 $X \twoheadrightarrow Z$, 其中 $Z = U - X - Y$

(2) 多值依赖具有传递性

若 $X \twoheadrightarrow Y$, $Y \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Z - Y$

(3) 函数依赖是多值依赖的特殊情况。

若 $X \rightarrow Y$, 则 $X \twoheadrightarrow Y$ 。

(4) 若 $X \twoheadrightarrow Y$, $X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Y \cup Z$ 。

(5) 若 $X \twoheadrightarrow Y$, $X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Y \cap Z$ 。

(6) 若 $X \twoheadrightarrow Y$, $X \twoheadrightarrow Z$, 则 $X \twoheadrightarrow Y - Z$, $X \twoheadrightarrow Z - Y$ 。



多值依赖与函数依赖的区别

81

(1) 多值依赖的有效性与属性集的范围有关

- 若函数依赖 $X \rightarrow Y$ 在 $R(U)$ 上成立, 则对于任何 $Y' \subset Y$ 均有 $X \rightarrow Y'$ 成立
- 多值依赖 $X \twoheadrightarrow Y$ 若在 $R(U)$ 上成立, 不能断言对于任何 $Y' \subset Y$ 有 $X \twoheadrightarrow Y'$ 成立
 - 例如教材中的表6.6, $A \twoheadrightarrow BC$ 成立的时候, $A \twoheadrightarrow B$ 不一定成立, 因为 B 的取值不仅取决于属性 A , 还取决于属性 C, D 。



多值依赖与函数依赖的区别

82

(1) 多值依赖的有效性与属性集的范围有关

- $X \twoheadrightarrow Y$ 若在 $R(U)$ 上成立, 不能断言对于任何 $Y' \subset Y$ 有 $X \twoheadrightarrow Y'$ 成立
 - 例如教材中的表6.6, $A \twoheadrightarrow BC$ 成立的时候, $A \twoheadrightarrow B$ 不一定成立, 因为 B 的取值不仅取决于属性 A , 还取决于属性 C, D 。

	A	B	C	D
t	a1	b1	c1	d1
w	a1	b1	c1	d2
v	a1	b2	c2	d1
s	a1	b2	c2	d2

在 $R(U)$ 的任一关系 r 中, 如果存在元组 t, s 使得 $t[X]=s[X]$, 那么就必然存在元组 w
 $w[X]=v[X]=t[X]$, 而
 $w[Y]=t[Y]$,
 $w[Z]=s[Z]$,
 $v[Y]=s[Y]$, $v[Z]=t[Z]$



多值依赖与函数依赖的区别

83

(1) $A \twoheadrightarrow B$ 成立的情况

A	B	C	D
a1	b1	c1	d1
a1	b1	c1	d2
a1	b2	c2	d1
a1	b2	c2	d2
a1	b1	c2	d1
a1	b1	c2	d2
?	?	?	?
?	?	?	?



6.2 规范化

84

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.8 4NF

85

- 定义6.10 关系模式 $R\langle U, F \rangle \in 1NF$ ，如果对于R的每个非平凡多值依赖 $X \twoheadrightarrow Y$ ($Y \not\subseteq X$)，X都含有码，则 $R \in 4NF$ 。
 - 如果 $R \in 4NF$ ， 则 $R \in BCNF$
 - 不允许有非平凡且非函数依赖（非1:1）的多值依赖（1:n）
 - 不允许像Teaching（教员，课程，参考书）关系中的多值依赖存在
 - 即，允许的非平凡多值依赖是函数依赖（1:1）
 - 不会有冗余
- NOTE:** 若 $X \twoheadrightarrow Y$ ，而 $Z = \varnothing$ （空），则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为平凡的多值依赖
- 否则称 $X \twoheadrightarrow Y$ 为非平凡的多值依赖
- 不用管平凡多值依赖，因为它是合理的（平凡多值依赖是4NF）



4NF (续)

86

例: Teaching(C,T,B) \notin 4NF

存在非平凡的多值依赖 $C \twoheadrightarrow T$, 且C不是码 (C只是码的一部分)

- 用投影分解法把Teaching分解为如下两个关系模式:

$$CT(C, T) \in 4NF$$

$$CB(C, B) \in 4NF$$

$C \twoheadrightarrow T$, $C \twoheadrightarrow B$ 是平凡多值依赖



4NF (续)

87

确定一个关系模式是否为4NF（一般可以分为三个步骤）：

1. 确定该关系模式的码
2. 判断关系模式里的多值依赖是否是平凡多值依赖，如果是平凡多值依赖，则该范式是4NF
3. 如果多值依赖是非平凡多值依赖，判断该多值依赖的决定属性集（左半部分）是否包含码。如果包含码，则该范式是4NF，否则，该范式不是4NF



6.2 规范化

88

6.2.1 函数依赖

6.2.2 码

6.2.3 范式

6.2.4 2NF

6.2.5 3NF

6.2.6 BCNF

6.2.7 多值依赖

6.2.8 4NF

6.2.9 规范化小结



6.2.9 规范化小结

89

- 关系数据库的规范化理论是数据库逻辑设计的工具
- 目的：尽量消除插入、删除异常，修改复杂，数据冗余
- 基本思想：逐步消除数据依赖中不合适的部分
 - 实质：概念的单一化

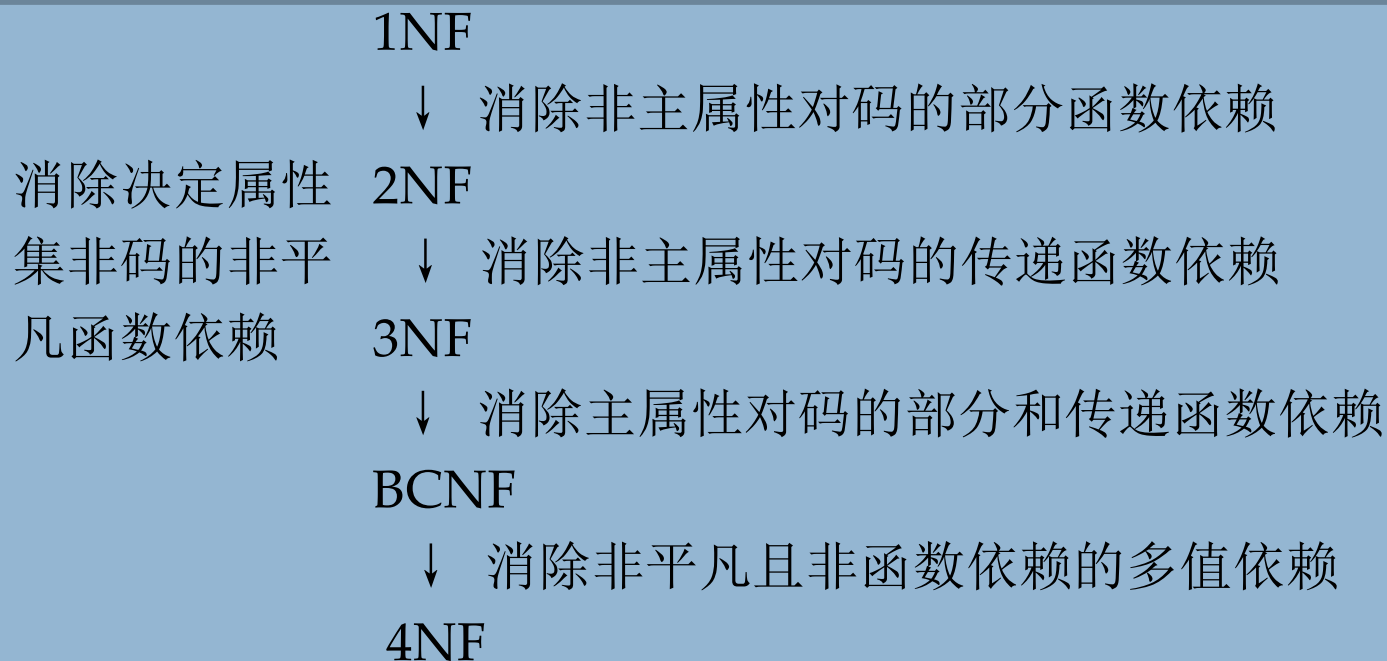


规范化小结（续）

90

□ 关系模式规范化的基本步骤

消除一些非平凡函数依赖，这些非平凡函数依赖的**决定属性集**不是码





规范化小结（续）

91

- 不能说规范化程度越高的关系模式就越好
- 在设计数据库模式结构时，必须对现实世界的实际情况和用户应用需求作进一步分析，确定一个合适的、能够反映现实世界的模式
- 上面的规范化步骤可以在其中任何一步终止



第六章 关系数据理论

92

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

*6.4 模式的分解

6.5 小结



6.3 数据依赖的公理系统

93

□ 逻辑蕴含

定义6.11 对于满足一组函数依赖 F 的关系模式 $R \langle U, F \rangle$, 其任何一个关系 r , 若函数依赖 $X \rightarrow Y$ 都成立, (即 r 中任意两元组 t, s , 若 $t[X]=s[X]$, 则 $t[Y]=s[Y]$), 则称 F 逻辑蕴含 $X \rightarrow Y$



1. Armstrong公理系统

94

从已知的一些函数依赖，可以推导出其蕴含的另外一些函数依赖，这就需要一系列推理规则，这些规则常被称作“**Armstrong 公理**”。

判断一个关系模式属于哪个范式，严谨的方式就是根据**armstrong**公理求出其函数依赖集的正则覆盖，然后根据各个范式的定义来判断。

正则覆盖定义： F 的正则覆盖 F_c 是一个依赖集，使得 F 与 F_c 相互逻辑蕴涵。



1. Armstrong公理系统

95

从已知的一些函数依赖，可以推导出其蕴含的另外一些函数依赖，这就需要一系列推理规则，这些规则常被称作“**Armstrong 公理**”。

判断一个关系模式属于哪个范式，严谨的方式就是根据armstrong公理求出其函数依赖集的正则覆盖，然后根据各个范式的定义来判断。

具体地，对关系模式 $R \langle U, F \rangle$ 来说有以下的推理规则：

- A1. **自反律** (Reflexivity)：若 $Y \subseteq X \subseteq U$ ，则 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含。
- A2. **增广律** (Augmentation)：若 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含，且 $Z \subseteq U$ ，则 $XZ \rightarrow YZ$ 为 F 所蕴含。
- A3. **传递律** (Transitivity)：若 $X \rightarrow Y$ 及 $Y \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含，则 $X \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含。



定理 6.1 Armstrong推理规则是正确的

96

(1) 自反律: 若 $Y \subseteq X \subseteq U$, 则 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含

证: 设 $Y \subseteq X \subseteq U$

对 $R \langle U, F \rangle$ 的任一关系 r 中的任意两个元组 t, s :

若 $t[X]=s[X]$, 由于 $Y \subseteq X$, 有 $t[y]=s[y]$,

所以 $X \rightarrow Y$ 成立, 自反律得证



定理 6.1 Armstrong推理规则是正确的（续）

97

(2)增广律: 若 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含, 且 $Z \subseteq U$, 则 $XZ \rightarrow YZ$ 为 F 所蕴含。

证: 设 $X \rightarrow Y$ 为 F 所蕴含, 且 $Z \subseteq U$ 。

设 $R \subseteq U$, F 的任一关系 r 中任意的两个元组 t, s :

若 $t[XZ]=s[XZ]$, 则有 $t[X]=s[X]$ 和 $t[Z]=s[Z]$;

由 $X \rightarrow Y$, 于是有 $t[Y]=s[Y]$, 所以 $t[YZ]=s[YZ]$, 所以

$XZ \rightarrow YZ$ 为 F 所蕴含, 增广律得证。



定理 6.1 Armstrong推理规则是正确的（续）

98

(3) 传递律：若 $X \rightarrow Y$ 及 $Y \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含，则 $X \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含。

证：设 $X \rightarrow Y$ 及 $Y \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含。

对 $R \langle U, F \rangle$ 的任一关系 r 中的任意两个元组 t, s ：

若 $t[X]=s[X]$ ，由于 $X \rightarrow Y$ ，有 $t[Y]=s[Y]$ ；

再由 $Y \rightarrow Z$ ，有 $t[Z]=s[Z]$ ，所以 $X \rightarrow Z$ 为 F 所蕴含，

传递

律得证。



2. 导出规则

99

1. 根据A1, A2, A3这三条推理规则可以得到下面三条推理规则:

- **合并规则**: 由 $X \rightarrow Y$, $X \rightarrow Z$, 有 $X \rightarrow YZ$.
(A2, A3)
- **伪传递规则**: 由 $X \rightarrow Y$, $WY \rightarrow Z$, 有 $XW \rightarrow Z$.
(A2, A3)
- **分解规则**: 由 $X \rightarrow Y$ 及 $Z \subseteq Y$, 有 $X \rightarrow Z$.
(A1, A3)



导出规则

100

2.根据合并规则和分解规则，可得引理6.1

引理6.1 $X \rightarrow A_1 A_2 \dots A_k$ 成立的充分必要条件是 $X \rightarrow A_i$ 成立 ($i=1, 2, \dots, k$)



Armstrong公理系统

101

- Armstrong公理系统是有效的、完备的
 - 有效性：由 F 出发根据Armstrong公理推导出来的每一个函数依赖一定在 F^+ 中；
 - 完备性： F^+ 中的每一个函数依赖，必定可以由 F 出发根据Armstrong公理推导出来

定义**6.12** 在关系模式 $R<U, F>$ 中为 F 所逻辑蕴含的函数依赖的全体叫作 F 的闭包，记为 F^+ 。



3. 函数依赖闭包

102

定义6.12 在关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 中为 F 所逻辑蕴含的函数依赖的全体叫作 F 的闭包，记为 F^+ 。

定义6.13 设 F 为属性集 U 上的一组函数依赖， $X \subseteq U$,

$X_F^+ = \{ A \mid X \rightarrow A \text{ 能由 } F \text{ 根据 Armstrong 公理导出} \}$, X_F^+

称为属性集 X 关于函数依赖集 F 的闭包



F的闭包

103

$$F=\{X\rightarrow Y, Y\rightarrow Z\}$$

$$F^+=\{$$

$$X\rightarrow\varphi, \quad Y\rightarrow\varphi, \quad Z\rightarrow\varphi, \quad XY\rightarrow\varphi, \quad XZ\rightarrow\varphi, \quad YZ\rightarrow\varphi, \quad XYZ\rightarrow\varphi,$$

$$X\rightarrow X, \quad Y\rightarrow Y, \quad Z\rightarrow Z, \quad XY\rightarrow X, \quad XZ\rightarrow X, \quad YZ\rightarrow Y, \quad XYZ\rightarrow X,$$

$$X\rightarrow Y, \quad Y\rightarrow Z, \quad XY\rightarrow Y, \quad XZ\rightarrow Y, \quad YZ\rightarrow Z, \quad XYZ\rightarrow Y,$$

$$X\rightarrow Z, \quad Y\rightarrow YZ, \quad XY\rightarrow Z, \quad XZ\rightarrow Z, \quad YZ\rightarrow YZ, \quad XYZ\rightarrow Z,$$

$$X\rightarrow XY, \quad XY\rightarrow XY, \quad XZ\rightarrow XY, \quad XYZ\rightarrow XY,$$

$$X\rightarrow XZ, \quad XY\rightarrow YZ, \quad XZ\rightarrow XZ, \quad XYZ\rightarrow YZ,$$

$$X\rightarrow YZ, \quad XY\rightarrow XZ, \quad XZ\rightarrow XY, \quad XYZ\rightarrow XZ,$$

$$X\rightarrow ZYZ, \quad XY\rightarrow XYZ, \quad XZ\rightarrow XYZ, \quad XYZ\rightarrow XYZ \}$$

$F=\{X\rightarrow A_1, \dots, X\rightarrow A_n\}$ 的闭包 F^+ 计算是一个NP完全问题



关于闭包的引理

104

□ 引理6.2

设 F 为属性集 U 上的一组函数依赖, $X, Y \subseteq U$, $X \rightarrow Y$ 能由 F 根据Armstrong公理导出的充分必要条件是 $Y \subseteq X_F^+$

□ 用途

将判定 $X \rightarrow Y$ 是否能由 F 根据Armstrong公理导出的问题, 转化为求出 X_F^+ 、判定 Y 是否为 X_F^+ 的子集的问题



求闭包的算法

105

算法6.1 求属性集 X ($X \subseteq U$) 关于 U 上的函数依赖集 F 的闭包 X_F^+

输入: X, F 输出: X_F^+

步骤:

- (1) 令 $X^{(0)} = X, i=0$
- (2) 求 B , 这里 $B = \{ A \mid (\exists V)(\exists W)(V \rightarrow W \in F \wedge V \subseteq X^{(i)} \wedge A \in W) \}$;
- (3) $X^{(i+1)} = B \cup X^{(i)}$
- (4) 判断 $X^{(i+1)} = X^{(i)}$ 吗?
- (5) 若相等或 $X^{(i)} = U$, 则 $X^{(i)}$ 就是 X_F^+ , 算法终止。
- (6) 若否, 则 $i=i+1$, 返回第 (2) 步。



算法6.1

106

对于算法6.1, 令 $a_i = |X^{(i)}|$, $\{a_i\}$ 形成一个步长大于1的严格递增的序列, 序列的上界是 $|U|$, 因此该算法最多 $|U| - |X|$ 次循环就会终止。



函数依赖闭包

107

[例1] 已知关系模式 $R\langle U, F\rangle$, 其中
 $U=\{A, B, C, D, E\}$;
 $F=\{AB\rightarrow C, B\rightarrow D, C\rightarrow E, EC\rightarrow B, AC\rightarrow B\}$ 。
求 $(AB)_F^+$ 。

解 设 $X^{(0)}=AB$;

(1) $X^{(1)}=AB\cup CD=ABCD$ 。

(2) $X^{(0)} \neq X^{(1)}$

$X^{(2)}=X^{(1)}\cup BE=ABCDE$ 。

(3) $X^{(2)}=U$, 算法终止

$\rightarrow (AB)_F^+=ABCDE$ 。



4. Armstrong公理系统的有效性与完备性

108

- 定理6.2 Armstrong公理系统是有效的、完备的
- 证明:
 1. 有效性（由 F 出发根据Armstrong公理推导出来的每一个函数依赖一定在 F^+ 中）

可由定理6.1得证
 - 定理6.1: Armstrong推理规则是正确的
 2. 完备性（ F^+ 中的每一个函数依赖，必定可以由 F 出发根据Armstrong公理推导出来）

只需证明**逆否命题**: 若函数依赖 $X \rightarrow Y$ 不能由 F 从Armstrong公理导出，那么它必然不为 F 所蕴含



Armstrong公理系统完备性证明

109

只需证明**逆否命题**: 若函数依赖 $X \rightarrow Y$ 不能由 F 从Armstrong公理导出, 那么它必然不为 F 所蕴含

分以下三步:

(1) 引理: 若 $V \rightarrow W$ 成立, 且 $V \subseteq X_F^+$, 则 $W \subseteq X_F^+$

(2) 构造一张二维表 r , 它由下列两个元组构成, 可以证明 r 必是 $R(U, F)$ 的一个关系, 即 F^+ 中的全部函数依赖在 r 上成立。

X_F^+	$U - X_F^+$
$\underbrace{11\dots\dots 1}$	$\underbrace{00\dots\dots 0}$
11.....1	11.....1

(3) 若 $X \rightarrow Y$ 不能由 F 从Armstrong公理导出, 则 Y 不是 X_F^+ 的子集。



5. 函数依赖集等价

110

定义6.14 如果 $G^+ = F^+$ ，就说函数依赖集 F 覆盖 G （ F 是 G 的覆盖，或 G 是 F 的覆盖），或 F 与 G 等价。

引理6.3 $F^+ = G^+$ 的充分必要条件是 $F \subseteq G^+$ ，和 $G \subseteq F^+$

证：必要性显然，只证充分性。

(1) 若 $F \subseteq G^+$ ，则 $X_F^+ \subseteq X_{G^+}^+$ 。

(2) 任取 $X \rightarrow Y \in F^+$ 则有 $Y \subseteq X_F^+ \subseteq X_{G^+}^+$ 。

所以 $X \rightarrow Y \in (G^+)^+ = G^+$ 。即 $F^+ \subseteq G^+$ 。

(3) 同理可证 $G^+ \subseteq F^+$ ，所以 $F^+ = G^+$ 。



6. 最小依赖集

111

定义6.15 如果函数依赖集 F 满足下列条件，则称 F 为一个极小函数依赖集。亦称为最小依赖集或最小覆盖。

- (1) F 中任一函数依赖的右部仅含有一个属性。
- (2) F 中不存在这样的函数依赖 $X \rightarrow A$ ，使得 F 与 $F - \{X \rightarrow A\}$ 等价。
- (3) F 中不存在这样的函数依赖 $X \rightarrow A$ ， X 有真子集 Z 使得 $F - \{X \rightarrow A\} \cup \{Z \rightarrow A\}$ 与 F 等价。



最小依赖集

112

[例2] 关系模式 $S\langle U, F \rangle$, 其中:

$U = \{ \text{Sno}, \text{Sdept}, \text{Mname}, \text{Cno}, \text{Grade} \},$

$F = \{ \text{Sno} \rightarrow \text{Sdept}, \text{Sdept} \rightarrow \text{Mname}, (\text{Sno}, \text{Cno}) \rightarrow \text{Grade} \}$

设 $F' = \{ \text{Sno} \rightarrow \text{Sdept}, \text{Sno} \rightarrow \text{Mname}, \text{Sdept} \rightarrow \text{Mname},$

$(\text{Sno}, \text{Cno}) \rightarrow \text{Grade}, (\text{Sno}, \text{Sdept}) \rightarrow \text{Sdept} \}$

F 是最小覆盖, 而 F' 不是。

因为: $F' - \{ \text{Sno} \rightarrow \text{Mname} \}$ 与 F' 等价

$F' - \{ (\text{Sno}, \text{Sdept}) \rightarrow \text{Sdept} \}$ 也与 F' 等价



7. 极小化过程

113

定理6.3 每一个函数依赖集 F 均等价于一个极小函数依赖集 F_m 。此 F_m 称为 F 的最小依赖集。

证明: 构造性证明, 找出 F 的一个最小依赖集。



极小化过程（续）

114

- (1)逐一检查 F 中各函数依赖 $FD_i: X \rightarrow Y$, 若 $Y=A_1A_2 \dots A_k$, $k > 2$, 则用 $\{ X \rightarrow A_j \mid j=1, 2, \dots, k \}$ 来取代 $X \rightarrow Y$ 。
- (2)逐一检查 F 中各函数依赖 $FD_i: X \rightarrow A$, 令 $G=F-\{X \rightarrow A\}$, 若 $A \in X_G^+$, 则从 F 中去掉此函数依赖。
- (3)逐一取出 F 中各函数依赖 $FD_i: X \rightarrow A$, 设 $X=B_1B_2 \dots B_m$, 逐一考查 B_i ($i=1, 2, \dots, m$), 若 $A \in (X-B_i)_F^+$, 则以 $X-B_i$ 取代 X 。



极小化过程（续）

115

[例3] $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}$

F_{m1} 、 F_{m2} 都是 F 的最小依赖集：

$$F_{m1} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A\}$$

$$F_{m2} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}$$

- F 的最小依赖集 F_m 不唯一
- 极小化过程(定理6.3的证明)也是检验 F 是否为极小依赖集的一个算法



第六章 关系数据理论

116

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

*6.4 模式的分解

6.5 小结



6.4 模式的分解

117

- 把低一级的关系模式分解为若干个高一级的关系模式的方法不是唯一的
- 只有能够保证分解后的关系模式与原关系模式等价，分解方法才有意义



关系模式分解的标准

118

三种模式分解等价的定义：

1. 分解具有无损连接性
2. 分解要保持函数依赖
3. 分解既要保持函数依赖，又要具有无损连接性



模式的分解（续）

119

定义6.16 关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 的一个分解:

$$\rho = \{ R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_n\langle U_n, F_n \rangle \}$$

$U = \bigcup_{i=1}^n U_i$, 且不存在 $U_i \subseteq U_j$, F_i 为 F 在 U_i 上的投影

定义6.17 函数依赖集合 $\{X \rightarrow Y \mid X \rightarrow Y \in F^+ \wedge XY \subseteq U_i\}$ 的一个覆盖

盖 F_i 叫作 **F 在属性 U_i 上的投影**



模式的分解（续）

120

例：S-L (Sno, Sdept, Sloc)

$F = \{ Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Sloc, Sno \rightarrow Sloc \}$

$S-L \in 2NF$

分解方法可以有多种：

1. S-L分解为三个关系模式：SN(Sno)

SD(Sdept)

SO(Sloc)

2. SL分解为下面二个关系模式：NL(Sno, Sloc)
DL(Sdept, Sloc)

3. 将SL分解为下面二个关系模式：ND(Sno, Sdept)
NL(Sno, Sloc)



具有无损连接性的模式分解

121

- 关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 的一个分解 $\rho = \{ R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_n\langle U_n, F_n \rangle \}$

若 R 与 R_1 、 R_2 、...、 R_n 自然连接的结果相等，则称关系模式 R 的这个分解 ρ 具有无损连接性（Lossless join）

- 具有无损连接性的分解保证不丢失信息
- 无损连接性不一定能解决插入异常、删除异常、修改复杂、数据冗余等问题



模式的分解（续）

122

例：S-L (Sno, Sdept, Sloc)

$F = \{ Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Sloc, Sno \rightarrow Sloc \}$

1. S-L分解为三个关系模式：SN(Sno)

SD(Sdept)

SO(Sloc)

丢失了数据之间联系的信息

S-L			分解后的关系为：		
Sno	Sdept	Sloc	SN Sno	SD Sdept	SO Sloc
95001	CS	A	95001	CS	A
95002	IS	B	95002	IS	B
95003	MA	C	95003	MA	C
95004	IS	B	95004	PH	
95005	PH	B	95005		



模式的分解（续）

123

例：S-L (Sno, Sdept, Sloc)

$F = \{ Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Sloc, Sno \rightarrow Sloc \}$

2. SL分解为下面二个关系模式：

NL(Sno, Sloc)

DL(Sdept, Sloc)

NL		DL		S-L		
Sno	Sloc	Sdept	Sloc	Sno	Sdept	Sloc
950001	A	CS	A	95001	CS	A
950002	B	IS	B	95002	IS	B
950003	C	MA	C	95003	MA	C
950004	B	PH	B	95004	IS	B
950005	B			95005	PH	B



模式的分解（续）

124

例：S-L (Sno, Sdept, Sloc)

$F = \{ Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Sloc, Sno \rightarrow Sloc \}$

2. SL分解为下面二个关系模式：

NL(Sno, Sloc)

DL(Sdept, Sloc)

自然连接比原来的S-L关系多了三个元组

因此我们也无法知道原来的S-L关系中究竟有哪些元组，从这个意义上说，此分解仍然丢失了信息

NL \bowtie DL

Sno	Sloc	Sdept
95001	A	CS
95002	B	IS
95002	B	PH
95003	C	MA
95004	B	IS
95004	B	PH
95005	B	IS
95005	B	PH

S-L

Sno	Sdept	Sloc
95001	CS	A
95002	IS	B
95003	MA	C
95004	IS	B
95005	PH	B



模式的分解（续）

125

例：S-L (Sno, Sdept, Sloc)

$F = \{ Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Sloc, Sno \rightarrow Sloc \}$

3. 将SL分解为下面二个关系模式：
ND(Sno, Sdept)
NL(Sno, Sloc)

ND	Sno	Sdept	NL	Sno	Sloc
	95001	CS		95001	A
	95002	IS		95002	B
	95003	MA		95003	C
	95004	IS		95004	B
	95005	PH		95005	B



模式的分解（续）

126

例：S-L (Sno, Sdept, Sloc)

$F = \{ Sno \rightarrow Sdept, Sdept \rightarrow Sloc, Sno \rightarrow Sloc \}$

3. 将SL分解为下面二个关系模式：
ND(Sno, Sdept)
NL(Sno, Sloc)

第三种分解情况没有丢失信息，称为分解“具有无损连接性”

ND \bowtie NL			S-L		
Sno	Sdept	Sloc	Sno	Sdept	Sloc
95001	CS	A	95001	CS	A
95002	IS	B	95002	IS	B
95003	MA	C	95003	MA	C
95004	CS	A	95004	IS	B
95005	PH	B	95005	PH	B



模式的分解（续）

127

第3种分解方法具有无损连接性

1. S-L分解为三个关系模式： $SN(Sno)$
 $SD(Sdept)$
 $SO(Sloc)$
2. SL分解为下面二个关系模式： $NL(Sno, Sloc)$
 $DL(Sdept, Sloc)$
3. 将SL分解为下面二个关系模式： $ND(Sno, Sdept)$
 $NL(Sno, Sloc)$

问题:第3种分解方法没有保持原关系中的函数依赖

- 例如，对于第三种分解方法，SL中的函数依赖 $Sdept \rightarrow Sloc$ 没有投影到关系模式ND、NL上



保持函数依赖的模式分解

128

设关系模式 $R\langle U, F \rangle$ 被分解为若干个关系模式

$$R_1\langle U_1, F_1 \rangle, R_2\langle U_2, F_2 \rangle, \dots, R_n\langle U_n, F_n \rangle$$

(其中 $U = U_1 \cup U_2 \cup \dots \cup U_n$, 且不存在 $U_i \subseteq U_j$, F_i 为 F 在 U_i 上的投影), 若 F 所逻辑蕴含的函数依赖一定也由分解得到的某个关系模式中的函数依赖 F_i 所逻辑蕴含, 则称关系模式 R 的这个分解是保持函数依赖的 (**Preserve dependency**)



模式的分解（续）

129

4. 将SL分解为下面二个关系模式：

ND(Sno, Sdept)

DL(Sdept, Sloc)

这种分解方法就保持了函数依赖



模式的分解（续）

130

- 如果一个分解具有无损连接性，则它能够保证不丢失信息
- 如果一个分解保持了函数依赖，则它可以减轻或解决各种异常情况
- 分解具有无损连接性和分解保持函数依赖是两个互相独立的标准。具有无损连接性的分解不一定能够保持函数依赖；同样，保持函数依赖的分解也不一定具有无损连接性。



模式的分解（续）

131

第1种分解方法既不具有无损连接性，也未保持函数依赖，

它不是原关系模式的一个等价分解

第2种分解方法保持了函数依赖，但不具有无损连接性

第3种分解方法具有无损连接性，但未持函数依赖

第4种分解方法既具有无损连接性，又保持了函数依赖



分解算法

132

- 算法6.2 判别一个分解的无损连接性
- 算法6.3（合成法）转换为3NF的保持函数依赖的分解。
- 算法6.4 转换为3NF既有无损连接性又保持函数依赖的分解
- 算法6.5（分解法）转换为BCNF的无损连接分解
- 算法6.6 达到4NF的具有无损连接性的分解



第六章 关系数据理论

133

6.1 问题的提出

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统

*6.4 模式的分解

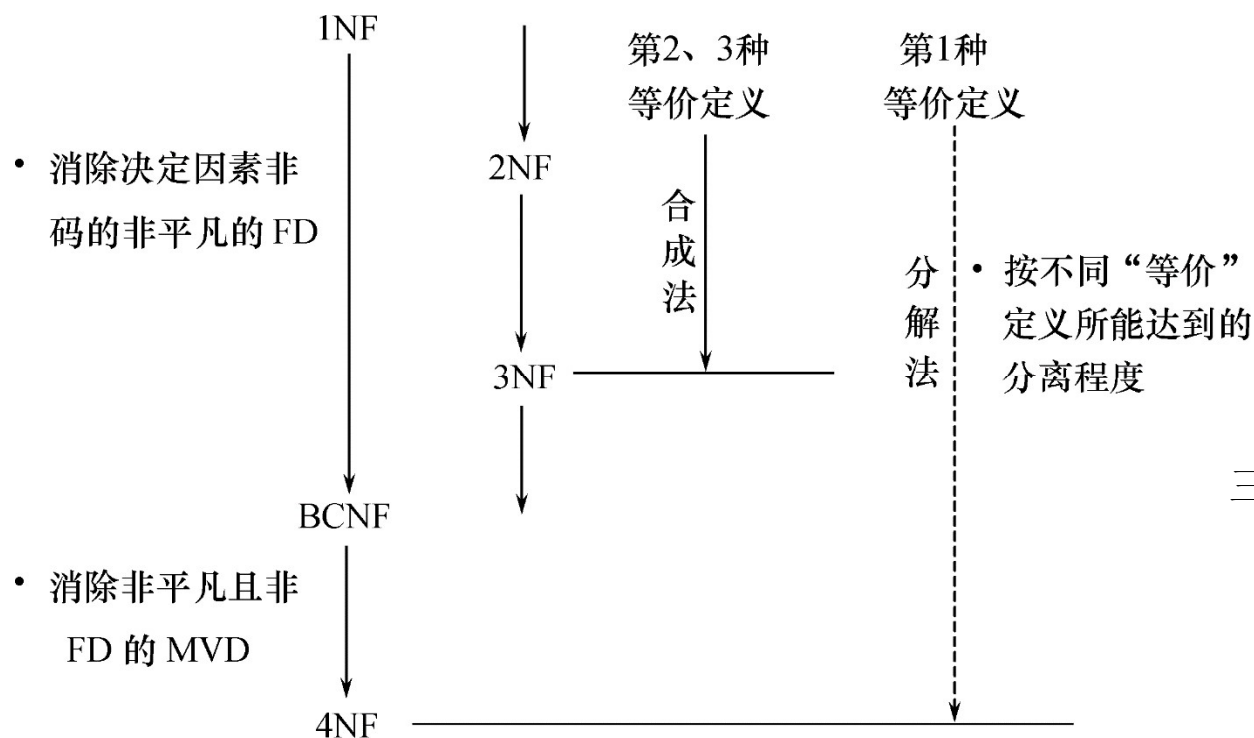
6.5 小结



6.5 小结

134

关系模式的规范化，其基本思想：



三种模式分解等价的定义：

1. 分解具有无损连接性
2. 分解要保持函数依赖
3. 分解既要保持函数依赖，

又要具有无损连接性



小结(续)

135

- 若要求分解具有无损连接性，那么模式分解一定能够达到4NF
- 若要求分解保持函数依赖，那么模式分解一定能够达到3NF，但不一定能够达到BCNF
- 若要求分解既具有无损连接性，又保持函数依赖，则模式分解一定能够达到3NF，但不一定能够达到BCNF



小结(续)

136

- 规范化理论为数据库设计提供了理论的指南和工具
 - 也仅仅是指南和工具
- 并不是规范化程度越高，模式就越好
 - 必须结合应用环境和现实世界的具体情况合理地选择数据库模式



下课了。。。

研究



休息一会儿。。。

