

《计算机辅助几何设计》作业 7

2023 年 11 月 7 日

1. 给定以下三次多项式曲线

$$P(u) = -\left(\frac{7}{8}\right)u^3 + \left(\frac{9}{15/4}\right)u^2 - \left(\frac{57}{2}\right)u + \left(\frac{30}{-1}\right)$$

- 1) 计算 $P(u)$ 的极形式及其在区间 $[2,4]$ 内的 Bézier 控制多边形的顶点 P_0, P_1, P_2, P_3 , 并大致勾勒出该控制多边形;
- 2) 用 de Casteljau 算法计算在采样点 $u = \{5/2, 3, 7/2\}$ 处的多项式曲线 $P(u)$, 并在 1)图中画出;
- 3) 用 2)中结果将曲线在 $u = 3$ 处细分, 再将右边部分曲线在中点 $u = 7/2$ 处细分。将控制多边形在 1)图中画出, 并画出 $P(u)$ 表示的曲线。

2. 给定以下三次多项式曲线, 及参数区间 $[0,1]$

$$F(u) = \begin{pmatrix} 15 \\ -6 \end{pmatrix} u^3 + \begin{pmatrix} 27 \\ 10 \end{pmatrix} u^2 - \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix} u$$

- 1) 计算 F 的一阶和二阶导数;
- 2) 计算 F 的极形式 $f(u_1, u_2, u_3)$ 及导数 F' 和 F'' 的极形式, 证明它们分别等于 $3f(u_1, u_2, \hat{1})$ 和 $6f(u_1, \hat{1}, \hat{1})$ 。
注: $f(u_1, u_2, \hat{1}) = f(u_1, u_2, 1) - f(u_1, u_2, 0)$

3. 给定由以下四点及结点向量 $[0,0,1,2,3,4,5,5]$ 定义的均匀 B 样条

$$P_0 = \begin{pmatrix} -2 \\ -10 \end{pmatrix}, \quad P_1 = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

- 1) 用 de Boor 算法计算曲线在 $t = 2.5$ 处的位置。勾勒出控制多边形和此算法构造出的相关点。
- 2) 对于 1)中的 B 样条, 计算能表示同一曲线的相应 Bézier 控制顶点。在 1)图中画出控制顶点和 Bézier 曲线。