



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

数学建模

Mathematical Modeling

陈仁杰

中国科学技术大学

1. 课程介绍



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

数学建模

Mathematical Modeling

历史上的数学家



欧几里得



欧拉



高斯

Siméon Denis Poisson (泊松)

- 泊松的老师
 - *Laplace, Lagrange, ...*
- 以Poisson命名的词汇
 - Poisson's equation
 - Poisson's integral
 - Poisson distribution
 - Poisson brackets
 - Poisson's ratio
 - Poisson's constant



1781-1840, France

Siméon Denis Poisson (泊松)

*“Life is good for only two things:
to **study** mathematics and to
teach it.”*



1781-1840, France

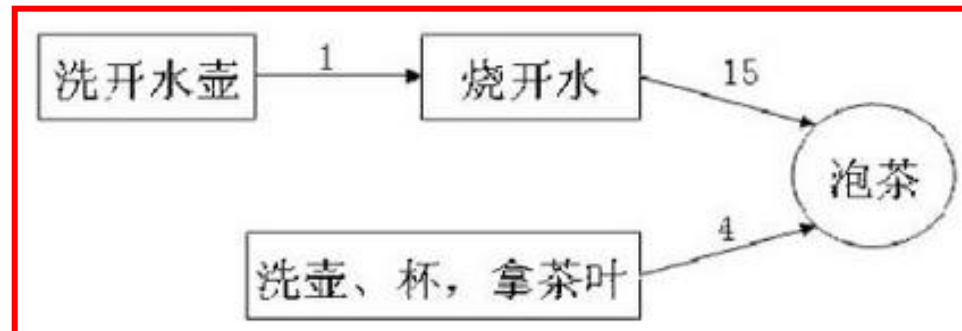
华罗庚老前辈

- 中科大数学系首任主任
- “中国最伟大的数学家，当代世界上最重要的数学家之一”



华老的贡献

- **纯粹数学**
 - 解析数论、函数论
 - 代数几何、矩阵几何学
- **应用数学与计算数学**
 - 数学技术、计算技术
- **数学的应用：数学的普及与推广**
 - 数学工程
 - “统筹法”
 - “优选法”



华老推动数学的广泛应用



数学的“哲学三问”



你是谁？



你从哪来？

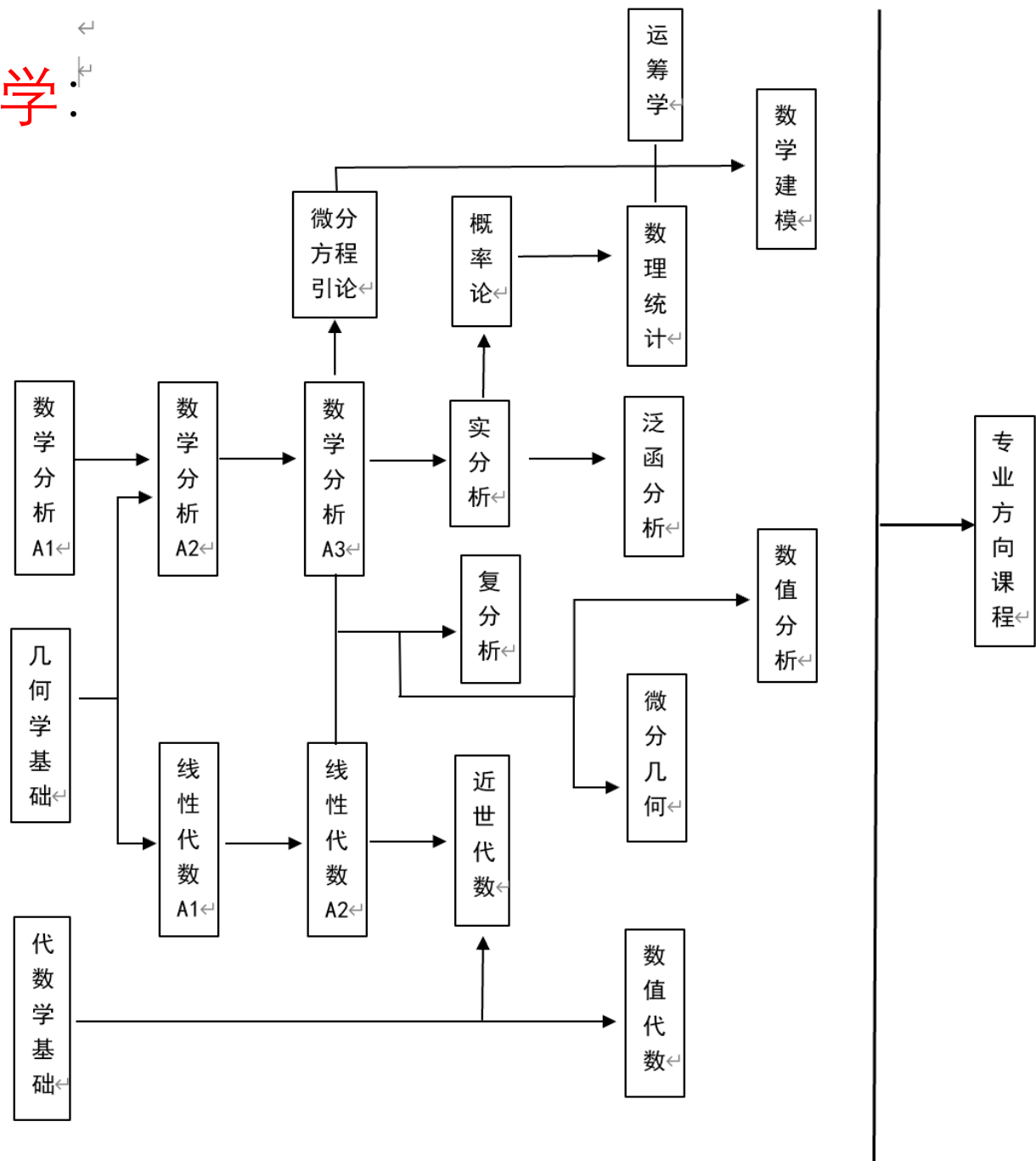


你到哪儿去？

- 数学是什么？
- 数学好玩吗？
- 数学有用吗？

数学是什么？

我们学了很多**数学**：



数学好玩吗？

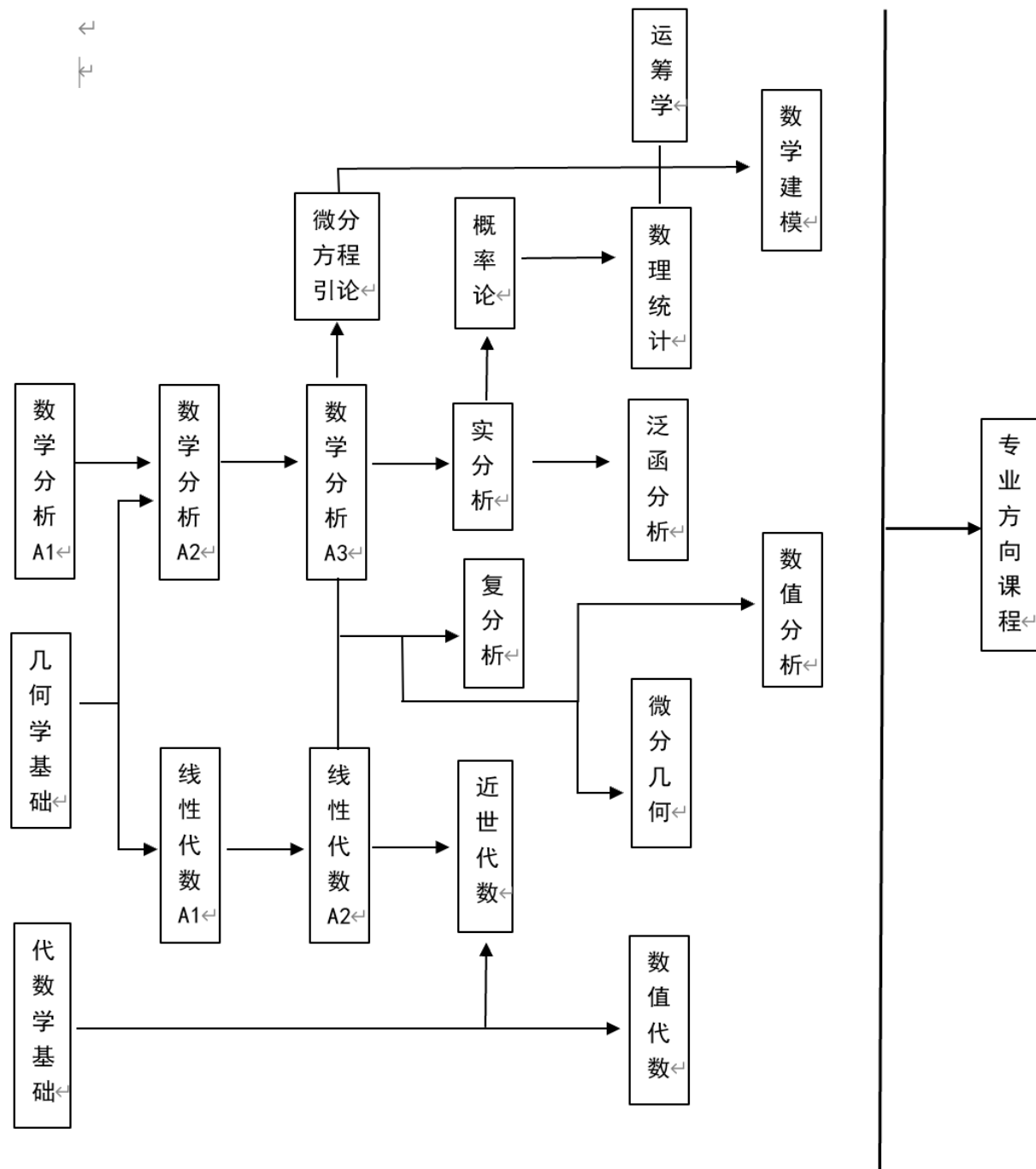
数学有用吗？



弗兰西斯·培根

“知识就是力量”

数学知识:



我的亲身体会

数学不是没有用，而是不够用！



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

数学建模

Mathematical Modeling

目标：数学思维和建模能力

数学是一种语言和思维

数学建模是解决实际问题的
技能和方法

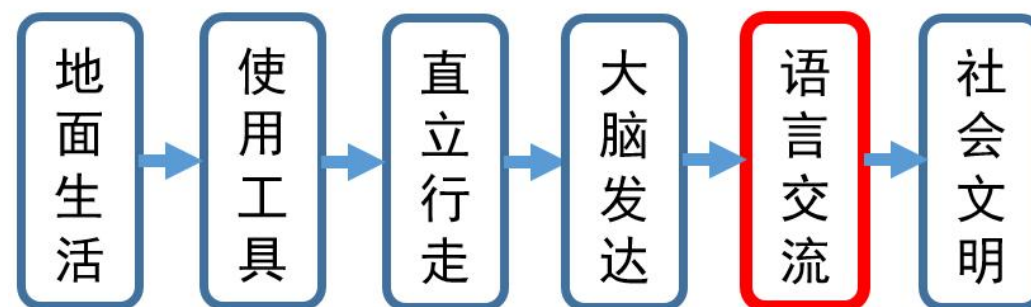
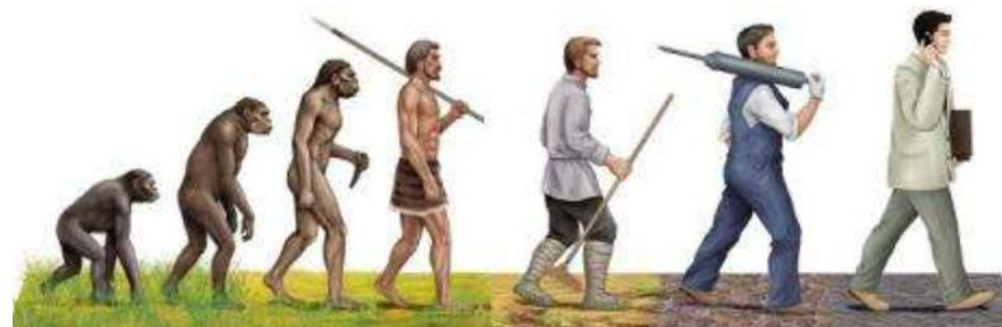
数学建模的核心能力： “抽象”能力

1. 透过表象看本质：第一性原理
2. 逻辑推理形递归：演绎法

人类发展的驱动力

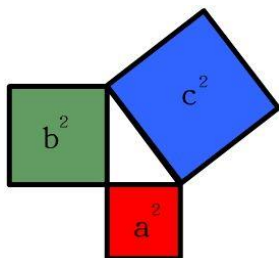
- 好奇心与想象力:

- 探索宇宙规律
- 改造现实世界
- 让生活更美好



数学： 自然科学的**语言及文字**

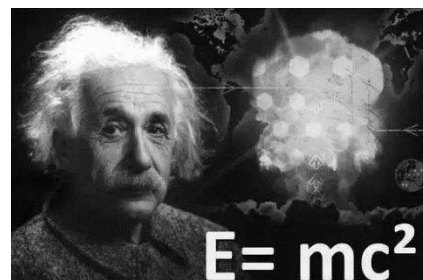
一种对客观世界规律进行描述的**符号系统（文字）**



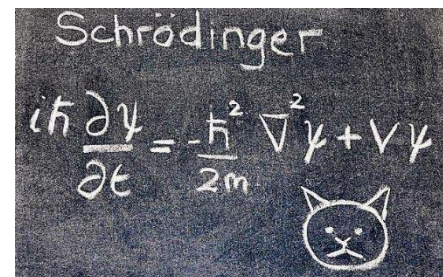
牛顿第二定律



$$F_{\text{合}} = ma$$



$$E = mc^2$$



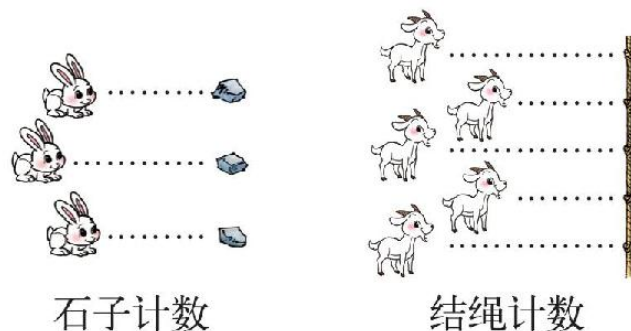
数学来源于生活、并应用于生活！

“事物”的抽象：文字



人: 𠤎	禾: 秝	孕: 𠬞	鸟: 𠬞	尿: 𠬞
牛: 𠬞	羊: 𠬞	目: 𠬞	屎: 𠬞	水: 𠬞
尾: 𠬞	马: 𠬞	鹿: 𠬞	网: 𠬞	门: 𠬞
栅: 𠬞	山: 𠬞	火: 𠬞	酒: 𠬞	雨: 𠬞
包: 𠬞	囚: 𠬞	日: 𠬞	月: 𠬞	象: 𠬞
鱼: 𠬞	伏: 𠬞	射: 𠬞	舟: 𠬞	饮: 𠬞

“计数”的抽象：数字



1世纪的婆罗门		—	=	≡	+	∩	∩	∩	∩	∩
印度梵文	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
东支阿拉伯至今	•	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
11世纪的西支阿拉伯		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
欧洲15世纪	0	I	2	3	∩	∩	∩	∩	∩	∩
16世纪至今	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
罗马数字		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
中国算筹		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ	Ⅷ

“对象”的抽象：变量与函数

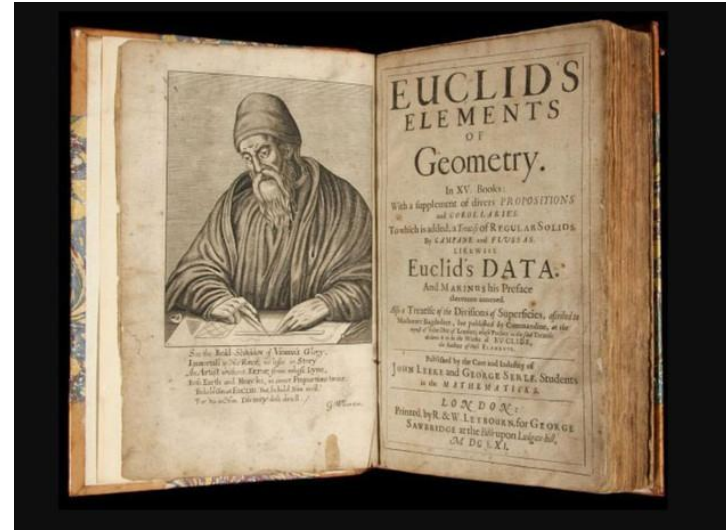
- 幼儿园：2个苹果 + 3个苹果 = 5个苹果
- 小学： $2+3=5$
- 中学： $ax^2 + bx + c = 0$; $y = f(x)$
- 大学： $\Delta f = 0$

“数量”的抽象：运算与数

+ **-** **×** **÷**

“几何”的抽象

- 丈量土地

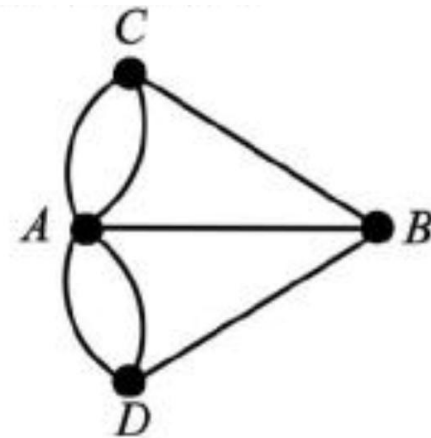
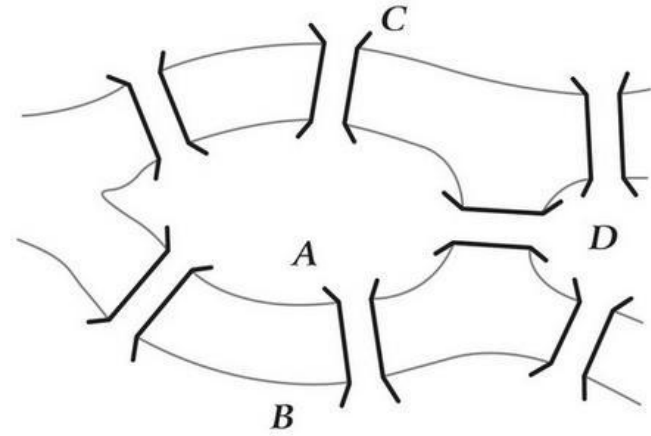
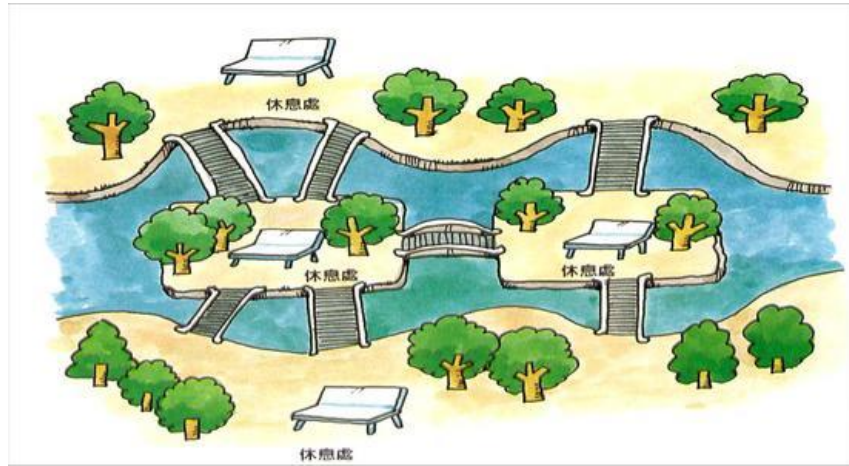


《几何原本》

欧几里得几何学的五条公设（公理）：

1. 任意两个点可以通过一条直线连接；
2. 任意线段能无限延伸成一条直线；
3. 给定任意线段，可以以其一个端点作为圆心，该线段作为半径作一个圆；
4. 所有直角都全等；
5. 若两条直线都与第三条直线相交，并且在同一边的内角之和小于两个直角，则这两条直线在这一边必定相交。

“空间关系”的抽象：图及图论

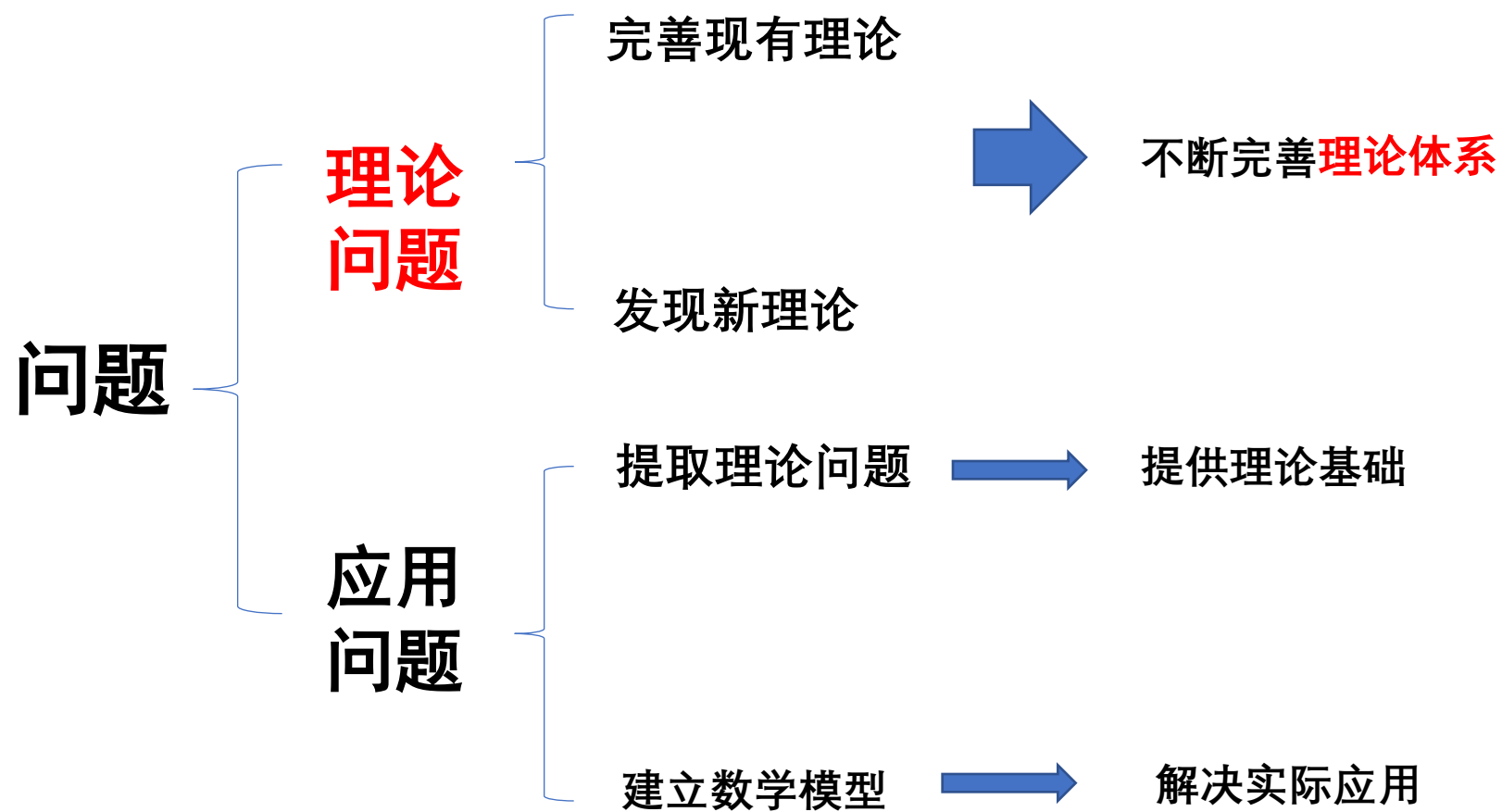


第一性原理（公理）
+
演绎法
=
逻辑（理性）系统

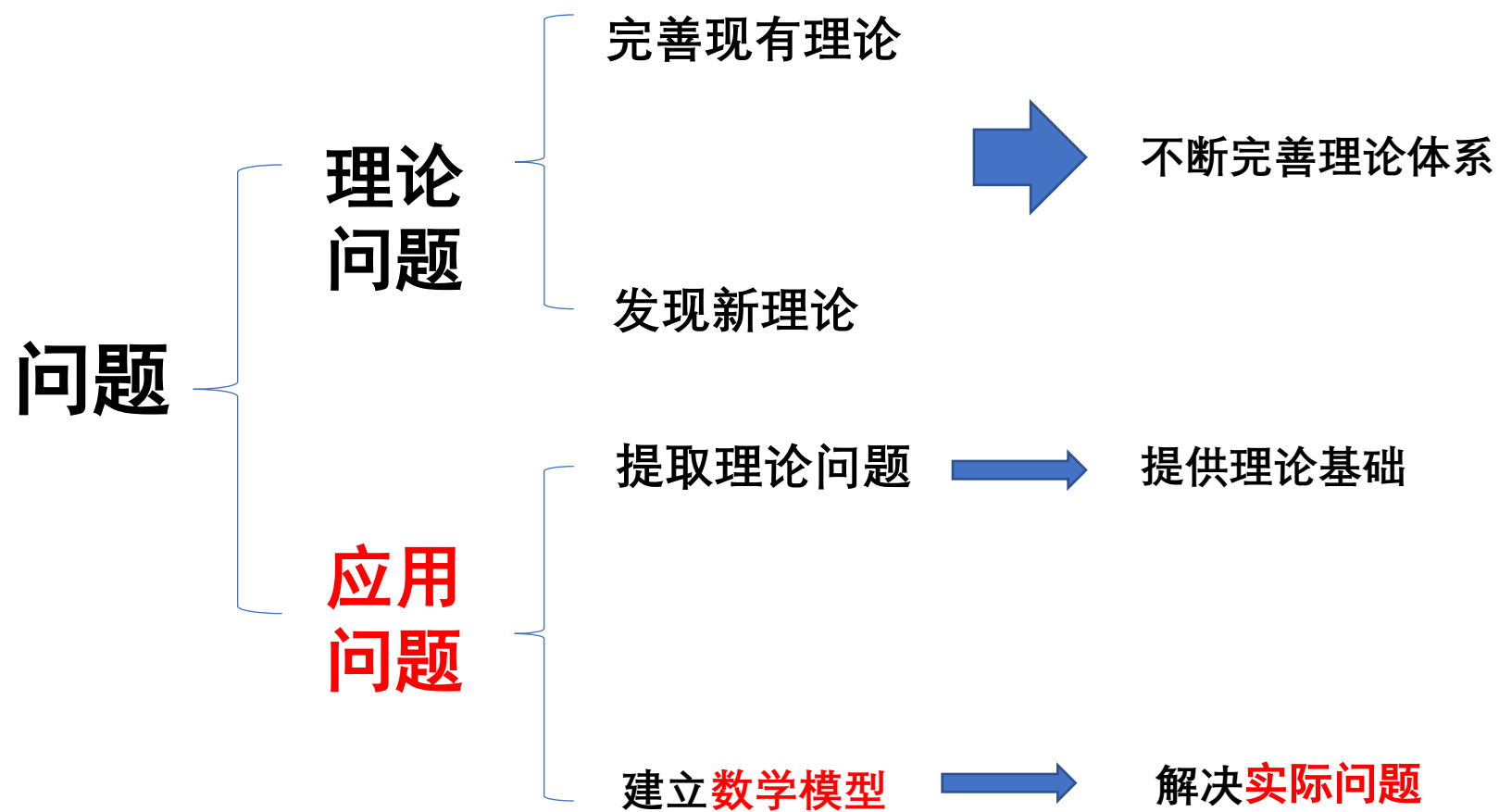
数学的产生与发展

- 起源于非常实际的目的：符号系统
 - 计数、土地测量、灌溉系统…
- 再到推理演绎和逻辑体系：逻辑系统
 - 抽象总结共性规律：公理体系
 - 例子：欧几里得《几何原本》…
- 表达世界规律的符号系统：科学的语言与文字
 - 物理、化学、生物、经济…
 - 工程技术
- 辅助发现新科学规律
 - 相对论、黑洞、引力波…
 - （科学能解释的现象仍然有限）

工作（学习、研究）范式



工作（学习、研究）范式



数学的**应用**与**计算**

- 数学有没有用?
 - **数学不是没有用，而是不够用**
 - 现有的数学工具不能解决所有实际问题
 - 我在专业研究中遇到很多数学问题而受阻
- 怎么用？如何解决实际问题？
 - 将问题进行抽象：**数学建模**
 - 求解模型并验证：**数值计算**

数学技能： 数学建模技能

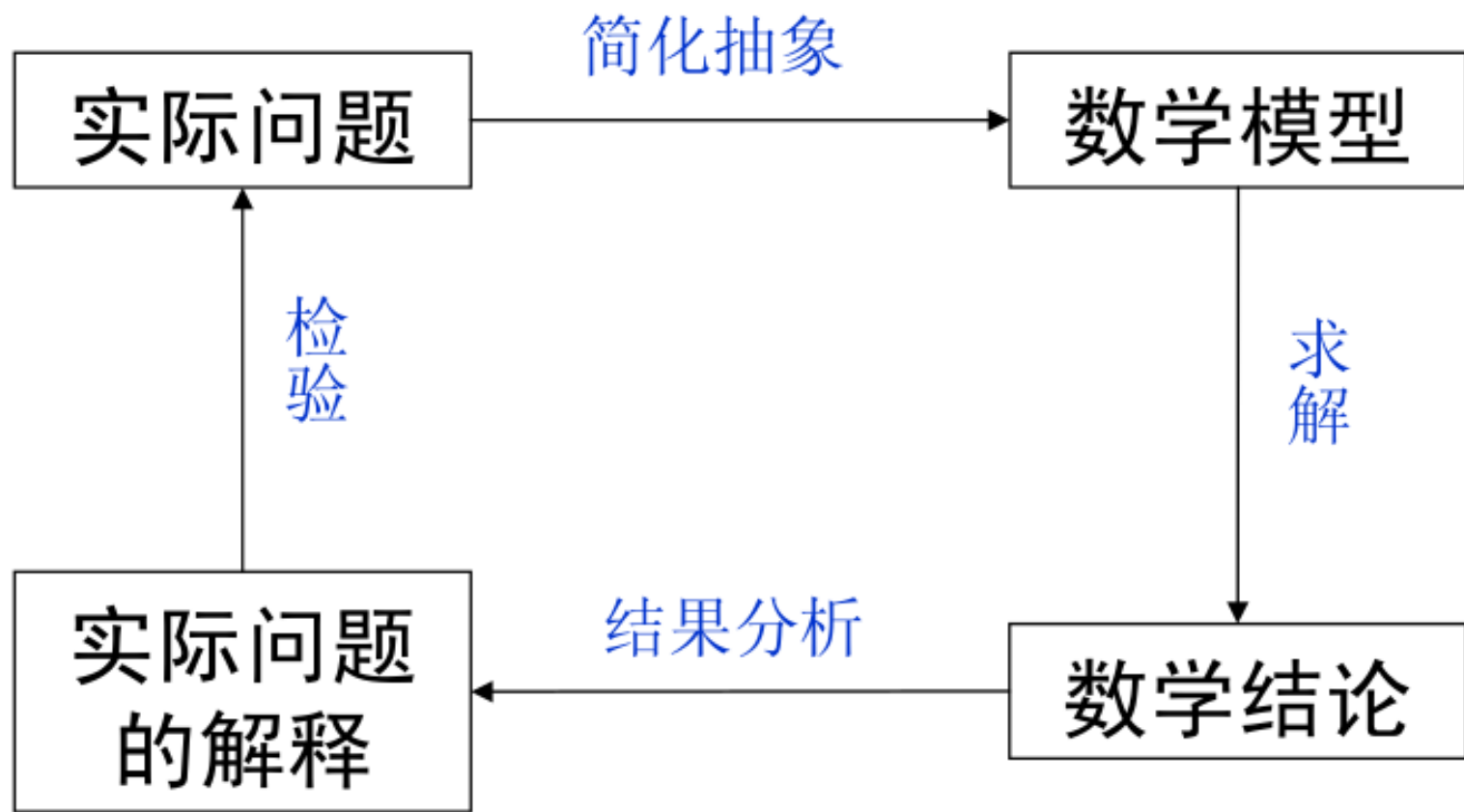
- 数学是一种**思维模式**
 - “数学方式的理性思维”
- 数学不仅是一些知识，也是一种素质
- 解决实际问题的能力与素质
 - 很重要!

数学是一种“语言”！

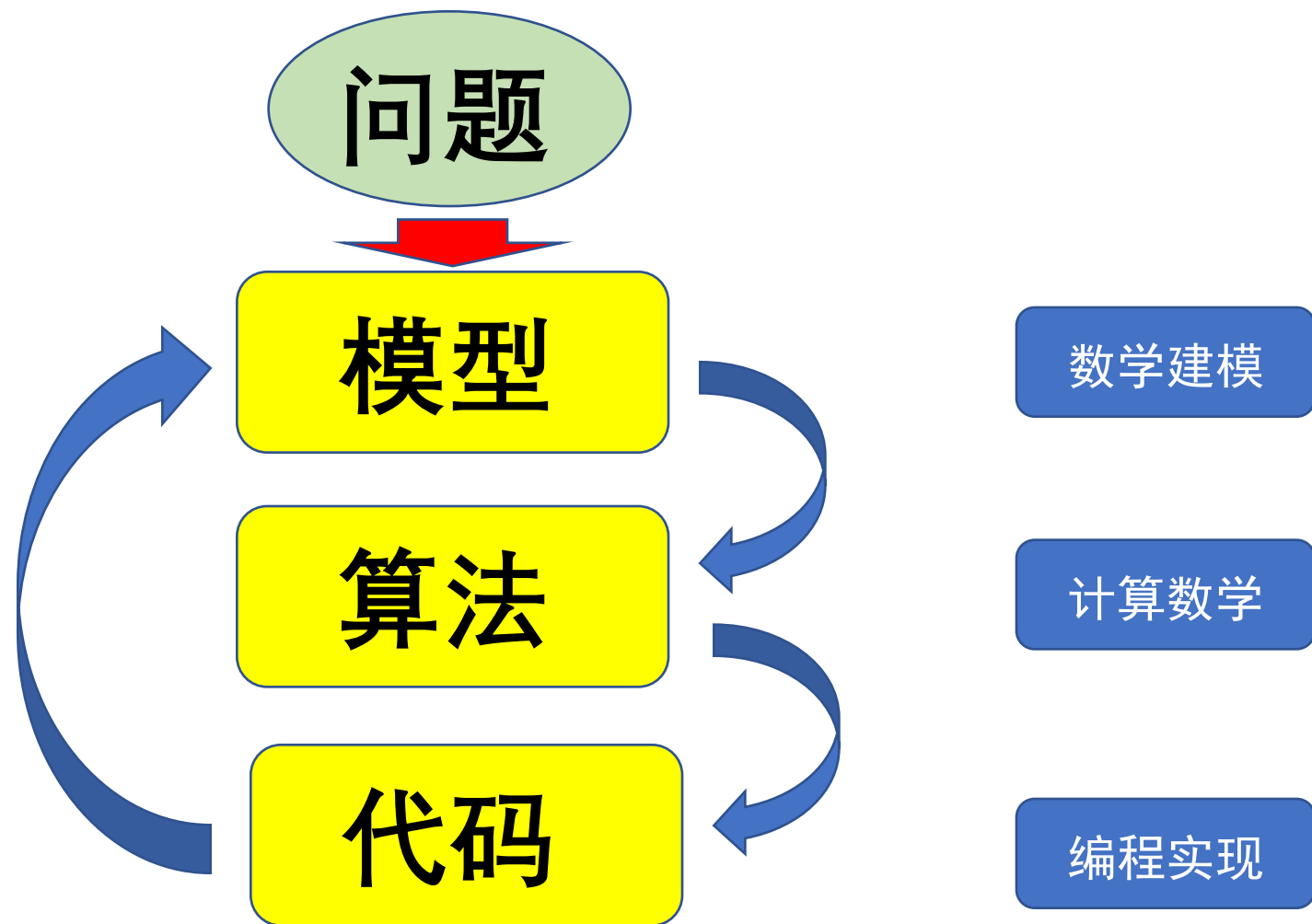
数学建模的“定义”

- 定义1：关于部分现实世界为一定目的而作的抽象、简化的数学结构，即，用数学术语对部分现实世界的描述
- 定义2：用数学的语言和方法，通过抽象、简化建立能近似刻画并“解决”实际问题的一种数学工具

数学建模的过程



解决问题的关键在于**数学建模**能力



即：科学研究的过程

简单的数学模型

数学建模早就知

- 我们从小就接触过数学模型与数学应用：
 - 应用题
 - “甲乙两地相距750公里，船从甲到乙顺水航行需30小时，从乙到甲逆水航行需50小时，问航速，水速若干？”
 - 物体
 - “从平静湖面的小船上仍一块石头至水中，湖面是上涨还是下降？”
- 数学竞赛
 - ...

例1. 手机电话卡的选择

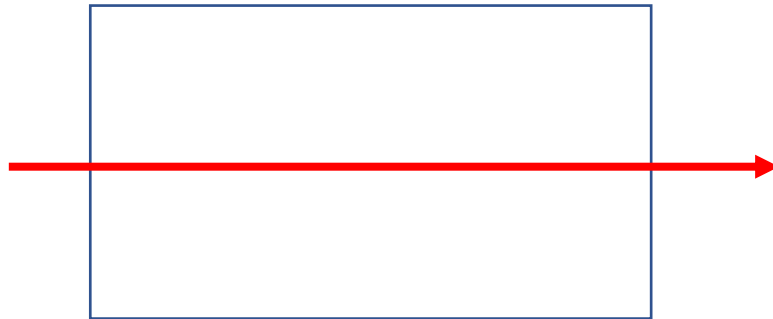
- 已知：入网电话卡每分钟0.4元，每月25元租金；神州行卡每分钟0.6元，不用月租金
- 问：选择哪种卡比较省钱？

例2. 电梯运行策略

- 楼房有30层，有2个电梯
- 你在10楼
- 一个电梯在1层，另一个电梯在19层
- 问哪个电梯来接你合理？

例3. 摘桃时机

- 有一片桃林，其中的桃子有大有小
- 你从桃林的一头走到另一头，只能走一次（只能往前走，不能往回走）
- 你只有一次机会摘桃子
- 问：你什么时候摘桃子最合适（能摘到可能最大的桃子）？

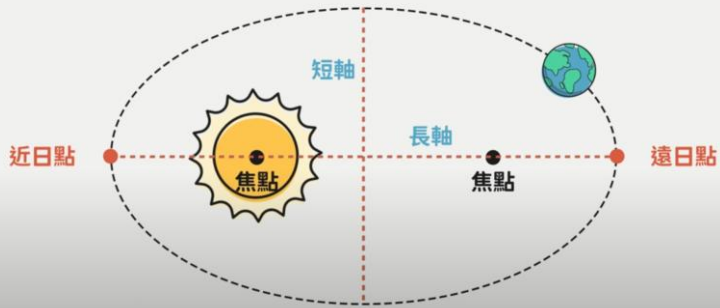


例4. 从科大到合肥站最快的线路

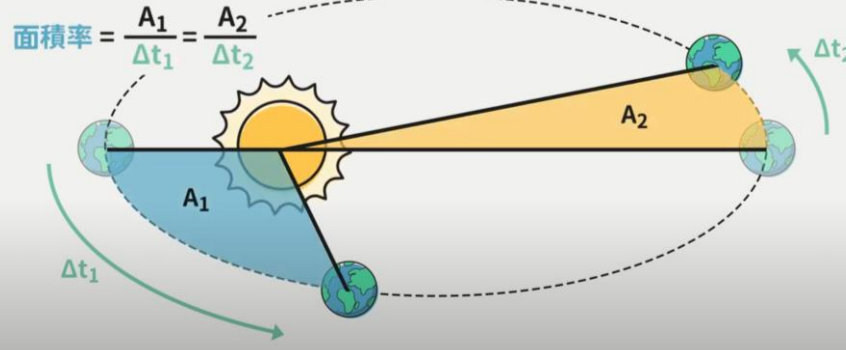


例5. 牛顿发现万有引力

第一定律
(椭圆轨道定律)



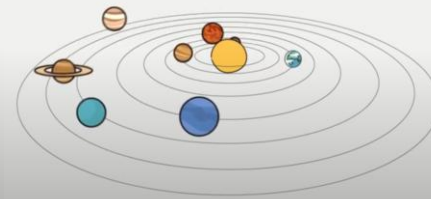
克卜勒第二定律 行星繞太陽運動時，兩星體連線在單位時間內掃過的面積相同



克卜勒第三定律

繞行太陽旋轉的行星彼此的週期平方分之平均軌道半徑三次方皆相同，為一定值

$$\frac{R_{av}^3}{T^2} = \text{定值}$$



行星	繞日週期T (年)	行星平均軌道半徑R (AU)	$\frac{R^3}{T^2}$ (AU ³ /年 ²)
海王星	164.774	30.110	1.005
天王星	84.022	19.218	1.005
土星	29.458	9.555	1.005
木星	11.862	5.203	1.001
火星	1.881	1.524	1.000
地球	1.000	1.000	1.000
金星	0.615	0.723	0.999
水星	0.241	0.387	0.998

牛顿第二定律 $f = ma$ \longrightarrow $F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

课程信息与要求

课程主页

<http://staff.ustc.edu.cn/~renjiec/mm2025>



Renjie Chen (陈仁杰)

[Graphics & Geometric Computing Laboratory \(GCL\)](#)
[School of Mathematical Sciences](#)
[University of Science and Technology of China \(USTC\)](#)

Email: renjiec at ustc.edu.cn

Teaching

[Mathematical Modelling \(Spring-Summer 2024-2025\)](#)

[Computer Aided Geometric Design \(Autumn-Winter 2024-2025\)](#)

[Computer Graphics \(Spring-Summer 2022-2023\)](#)

[GAMES 301: Surface Parameterization](#)

[Summer School for Advances in Computer Graphics 2022 \(计算机图形学前沿进展\)](#)

课程助教

- 杨萱泽 (young_xz@mail.ustc.edu.cn)
- 王曹励文 (wclw8181@mail.ustc.edu.cn)

在该课上，你们将能学到...

- 抽象思维与数学建模的方法
 - 阅读文献
 - 科研的初步方法：从数学建模到算法实现
 - 论文的写作
- 常用算法
 - 算法设计与实现
 - 改进与推广
- 编程工具
 - Matlab/Python/C++...
 - 图像图形编程、使用程序库
- 学以致用！！

预备知识： 数学

- 微积分
- 线性代数
- 微分方程
- 数值方法与计算
- 最优化（运筹学）
- 统计学
- ...

还没有学没有关系：数学在使用的过程中学得更快，能更深刻地深刻理解和掌握

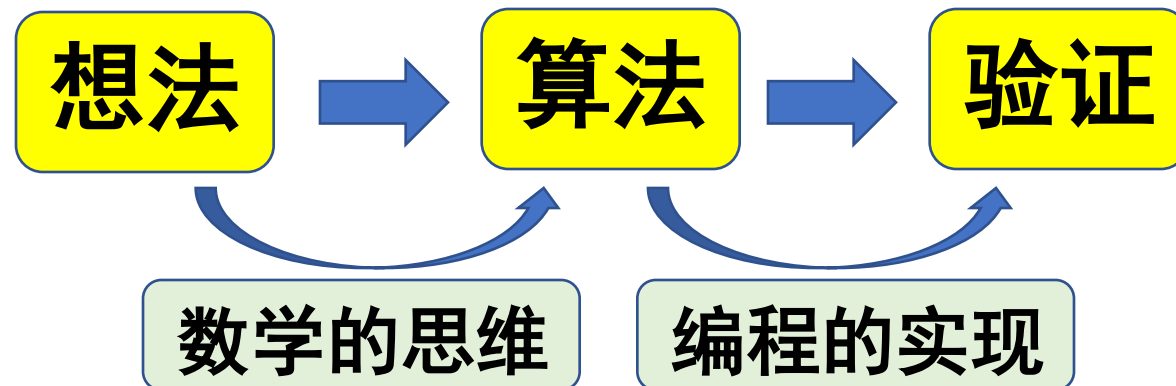
预备知识：编程

- 编程能将你脑中的想法得到实现并看到、应用
 - Matlab
 - Python
 - C++
 - ...
- 算法：严谨的逻辑思维
- 数学工具
 - Matlab/Mathematica/Maple
- 其他工具
 - Latex, Photoshop...

工欲善其事必先利其器

数学与编程的关系

- **数学**是一种思考方式!
 - 数学不是没有用，而是不够用!
 - 在应用的过程中体会数学的美妙
- **编程**能帮助你实现自己的想法
 - 编程比学习数学容易得多!
 - 较强的动手能力



“Everybody in this country should
learn how to program a computer...
because it teaches you how to think.”

- Steve Jobs
@36氪

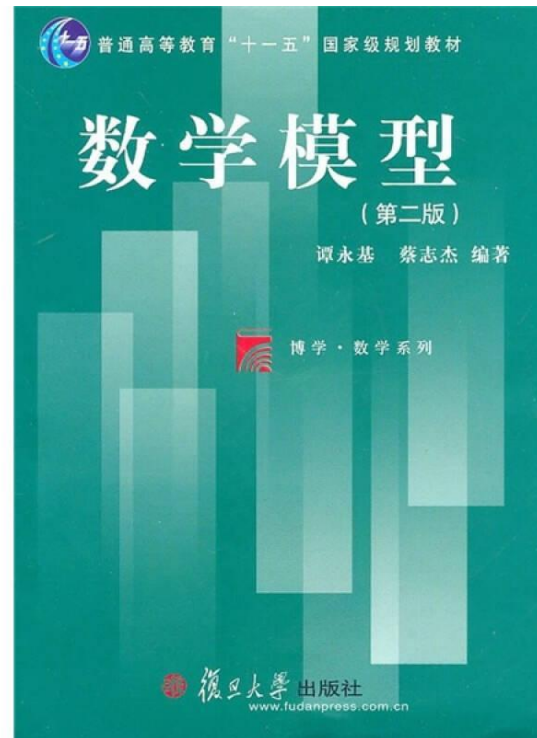
- 乔布斯：“每个人都应学习编程，因为它教你如何思考”

交叉学科

- 图像处理
- 物理
- 化学
- 经济
- 生物
- 计算机
- 信息
- ...

教材：非教材，参考为主

- 《数学模型》第3版，谭永基、蔡志杰编著，复旦大学出版社，2019



数学建模不是做应用题

- 书中的大部分案例靠自学
- 课程过程中的实际实例剖析
 - 课堂内容及作业更重要
 - 动手做，“做中学”

课程QQ群： 783132260
(入群验证： mm2025)

- 昵称命名规则：“姓名”
 - 姓名用实名



数学建模2025

群号: 228367687



课程作业和考试

- 平时作业： 75%
 - 每2周一个
 - 课程强度中等
- 期末大作业： 25%
 - 模拟全国/美国建模竞赛
 - 3人合作完成
- 无期末考试

程序作业递交

- 作业递交是通过邮件发送
- 递交内容：
 - 源代码+作业报告
- 所有文件压缩打包成一个文件(zip或rar)
 - 如文件大小超过30M而无法上传，可以挂到其他云空间（建议校内的睿客网），然后发送链接

建议：学习使用git

- 构建自己的git
- 管理和维护自己的文档、代码
- 使用图形客户端sourcetree

- 作业提交：将git目录（去除不必要的文件）打包提交

作业要求 (1)

- 模型报告书写
 - 符合论文规范
 - 文字, 图表清晰
 - 数据说明
- 代码提交
 - 文档说明: 运行参数, 操作等
 - 程序能运行: 编译通过
 - 压缩打包
 - 去除不必要的文件, 如\debug目录

作业要求 (2)

- 必须在规定的最后期限(ddl)之前递交
- 超过最后期限不再接受作业

作业要求 (3)

- 独立完成
- 相互帮助
- 团队合作
- 绝不允许抄袭!

作业评判维度

95+	方法新颖巧妙，非常好
85+	模型建立求解合理有创新，书写很好
80	模型建立求解合理，书写规范
60	模型建立求解基本合理，但书写一般
40	模型建立求解有问题，书写一般
20	模型建立不正确，书写糟糕，态度有问题
0	态度有问题，很遗憾 😞

对于出色的作业，我们将给予其展示的机会！

作业布置： 2周一次

- 周一课上布置作业
- 次周日晚递交
- 次次周一课上讲解作业

课程目标

- 让同学们真正能
 - 提高发现问题和解决问题的能力
 - 运用知识和寻找知识的能力
 - 学有所用，增强兴趣和信心
- 方法
 - 多思考分析
 - 实践、实践、实践

数学的应用与计算

- 数学来源于生活，而应用于生活中
- 宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，日用之繁，无处不用数学

从数学研究到数学应用

- 信息时代 (“**人工智能时代**”)
 - 数学应用的**黄金时代**
- 数学应用的几大优势
 - 信息获取即时(internet), 能跟上前沿
 - 计算能力大大提高
 - 数据量大大增加
 - 高科技投入增多
 - 沟通相对容易: 手机, 电话, 网络...



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

谢谢！