

## 编程作业：常微分方程数值解

### 1. 要求

- (1) 编写经典4阶Runge-Kutta方法解常微分方程的通用程序
- (2) Adams隐式3阶方法解常微分方程的通用程序，预估步分别用向前Euler格式，改进的Euler格式，4阶Runge-Kutta格式
- (3) 用如上程序求方程

$$\begin{cases} y'(x) = -x^2y^2 & (0 \leq x \leq 1.5) \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

- (4) 分别取步长 $h = 0.1, 0.1/2, 0.1/4, 0.1/8$ 计算 $y(1.5)$ ，并与精确解 $y(x) = 3/(1+x^3)$ 比较，给出如上格式的误差和误差阶，简单分析数据

误差阶的计算：

如果 $e_h$ 是步长为 $h$ 时的误差， $e_{h/2}$ 是步长为 $h/2$ 时的误差，则相应的误差阶为

$$o = \frac{\ln\left(\frac{e_h}{e_{h/2}}\right)}{\ln(2)}$$

### 2. 输出示例

Runge-Kutta 法的误差和误差阶：

步长： 0.1 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.05 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.025 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.0125 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

Adams 法：

向前Euler做预估计算

步长： 0.1 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.05 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.025 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.0125 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

改进的Euler做预估计算

步长： 0.1 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.05 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.025 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.0125 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

4阶Runge-Kutta做预估计算

步长： 0.1 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.05 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.025 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX

步长： 0.0125 ， XXXXXXXXXXXXXXXX ， XXXXXXXXX