引理：设 M 为正则曲面块，$p\in M$ 不是脐点，则存在 p 点的邻域 $U\subset M$，使得 U 上存在正交活动标架 $\{r; e_1, e_2, e_3\}$ 满足 e_1, e_2 为主方向。$e_3 = n$

证明：令 $\{r; \vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}\}$ 为 M 的正交活动标架，$\vec{f_3}=n$。
因为 p 不是脐点，则我们总可以（通过旋转）假设 $\vec{f_1}$ 和 $\vec{f_2}$ 不是主方向。
因为 $k_1(p)\neq k_2(p)$，由连续性，我们有 $k_1\neq k_2$ 在 p 的一个邻域内成立。
考查在基 $\{\vec{f_1}, \vec{f_2}\}$ 下 Weingarten 变换的矩阵

$$\begin{pmatrix} h_1^1 & h_1^2 \\ h_2^1 & h_2^2 \end{pmatrix}$$

（注意我们有 $h_1^1 h_2^2 - h_2^1 h_1^2 = k_1k_2$，$k_1+k_2 = h_1^1 + h_2^2$。
根据我们的假设，$h_1^2(p) = h_2^1(p)\neq 0$，故存在 p 的邻域使 $h_1^2\neq 0$。
在 p 的邻域内：
可以验证）令

$$V_1 = h_1^2\vec{f_1} + (k_1 - h_1^1)\vec{f_2}$$
$$V_2 = (k_2 - h_2^2)\vec{f_1} + h_1^2\vec{f_2}$$

为 $\begin{pmatrix} h_1^1 & h_1^2 \\ h_2^1 & h_2^2 \end{pmatrix}$ 的两个特征向量

（可直接验证 $\begin{pmatrix} h_1^1 & h_1^2 \\ h_2^1 & h_2^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} h_1^2 \\ k_1 - h_1^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 h_1^2 \\ (h_2^1)^2 + h_2^2(k_1 - h_1^1) \end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix} h_1^2 \\ k_1 - h_1^1 \end{pmatrix}$

$(h_2^1)^2 + h_2^2 k_1 - h_2^2 h_1^1 = (k_1 + k_2 - h_1^1)k_1 - k_1k_2 = k_1(k_1 - h_1^1)$

$\begin{pmatrix} h_1^1 & h_1^2 \\ h_2^1 & h_2^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} k_2 - h_2^2 \\ h_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1^1 k_2 - h_1^1 h_2^2 + (h_1^2)^2 \\ k_2 h_2^1 \end{pmatrix} = k_2\begin{pmatrix} k_2 - h_2^2 \\ h_1^2 \end{pmatrix}$）

由前~~假设~~论述 $h_1^2\neq 0$，故而 V_1, V_2 均不为 0 向量。
故可取 $e_1 = \dfrac{V_1}{\|V_1\|}$，$e_2 = \dfrac{V_2}{\|V_2\|}$，$e_3 = n_3 = \vec{f_3}$，$\{r; e_1, e_2, e_3\}$
即为所需正交活动标架。