

作业 14: 考查如下 n 个正则曲面片:

① 环面 $D = \{(u, v) : u \in (0, 2\pi), v \in (0, 2\pi)\} \subset \mathbb{R}^2$

$$r: D \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(u, v) \mapsto r(u, v) = ((R+r\cos u)\cos v, (R+r\cos u)\sin v, r\sin u)$$
$$0 < r < R.$$

② 柱面 $D = \{(u, v) : u \in (a, b), v \in (-\infty, \infty)\}$

$$r: D \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(u, v) \mapsto (x(u), y(u), v)$$

其中 $u \mapsto (x(u), y(u)), u \in (a, b)$ 为一条弧长参数的正则平面曲线

③ 球面 $D = \{(\theta, \varphi) : \theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), \varphi \in (0, 2\pi)\}$

$$r: D \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(\theta, \varphi) \mapsto (a\cos\theta\cos\varphi, a\cos\theta\sin\varphi, a\sin\theta)$$

分别求它们的

(A) 第一基本形式 (B) 第二基本形式

(C) 任给定点处的 Weingarten 变换 (取定一组基后求其矩阵表示)

(D) 任给定点处的主曲率及高斯曲率

(E) 判断是否有各方向法曲率均相等的点存在?

曲面①②③E

是否有某一方向法曲率 = 0 的点存在?