(四) 标架和曲面论基本定理

2022年10月25日 9:18

给定第一、第二基本形式，能否在相差一个刚体运动的意义下唯一确定一张（正则）曲面？

$E, F, G, \quad L, M, N$

存在性

唯一性

$$(u,v) \longmapsto \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}(u,v)$$

解映射 $r: D \longrightarrow E^3$

$(u,v) \longmapsto r(u,v)$ 正则

$$\begin{cases} \langle r_u, r_u \rangle = E(u,v) \\ \langle r_u, r_v \rangle = F \\ \langle r_v, r_v \rangle = G \\ \langle r_{uu}, n \rangle = L \\ \langle r_{uv}, n \rangle = M \\ \langle r_{vv}, n \rangle = N. \end{cases}$$

$\langle r_u, n \rangle = 0$

$$n = \frac{r_u \wedge r_v}{|r_u \wedge r_v|}$$

解 r. 希望 r_u, r_v, r_{uu}, r_{uv}, r_{vv}

$\{r_u, r_v, n\}$ 标架

$$\begin{cases} \langle r_{uu}, r_u \rangle = \frac{1}{2} E_u \\ \langle r_{uu}, r_v \rangle = (\langle r_u, r_v \rangle)_u - \langle r_u, r_{uv} \rangle = F_u - \frac{1}{2} E_v \\ \langle r_{uv}, r_u \rangle = \\ \langle r_{uv}, r_v \rangle = \\ \langle r_{vv}, r_u \rangle = \\ \langle r_{vv}, r_v \rangle = \end{cases}$$